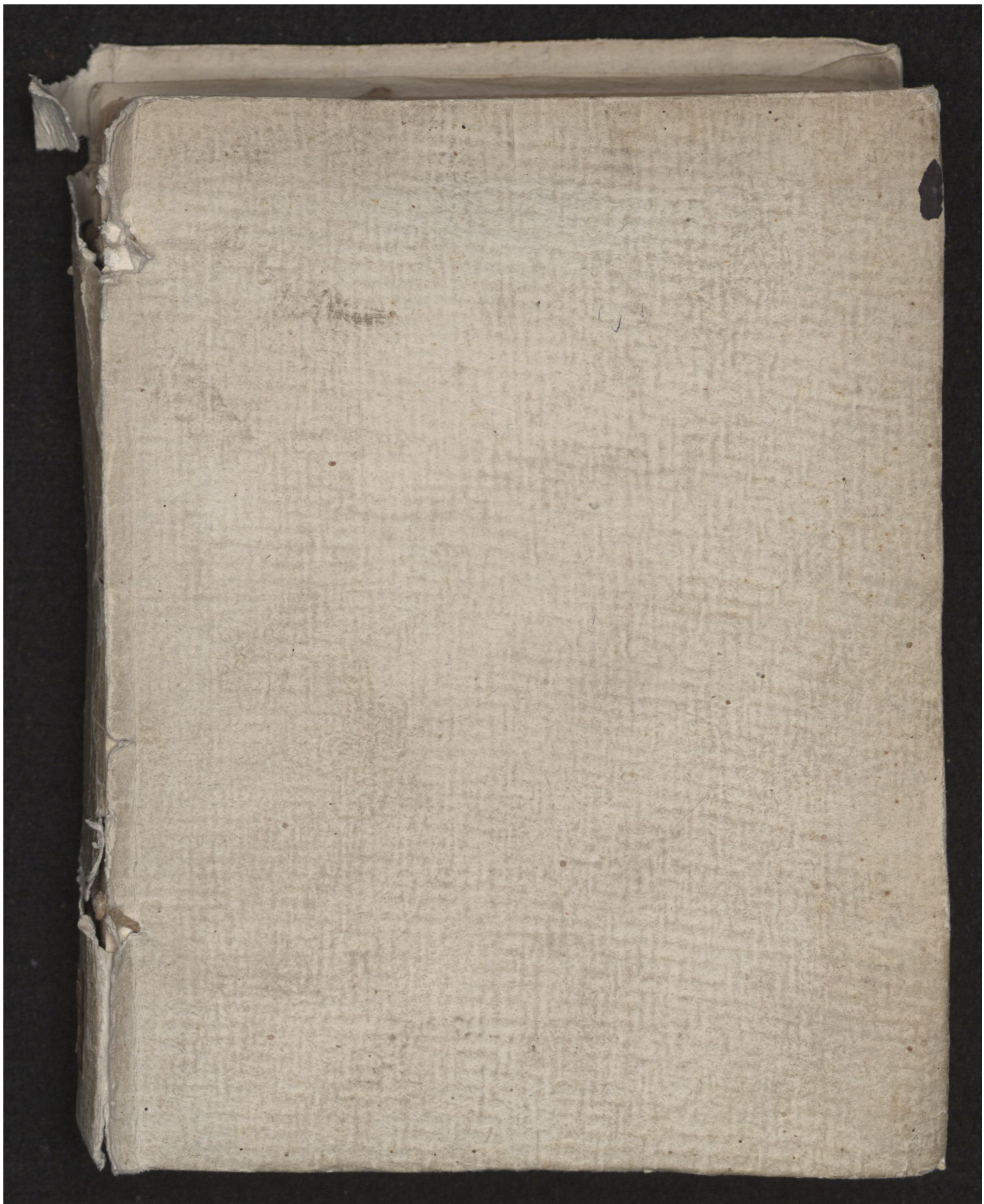
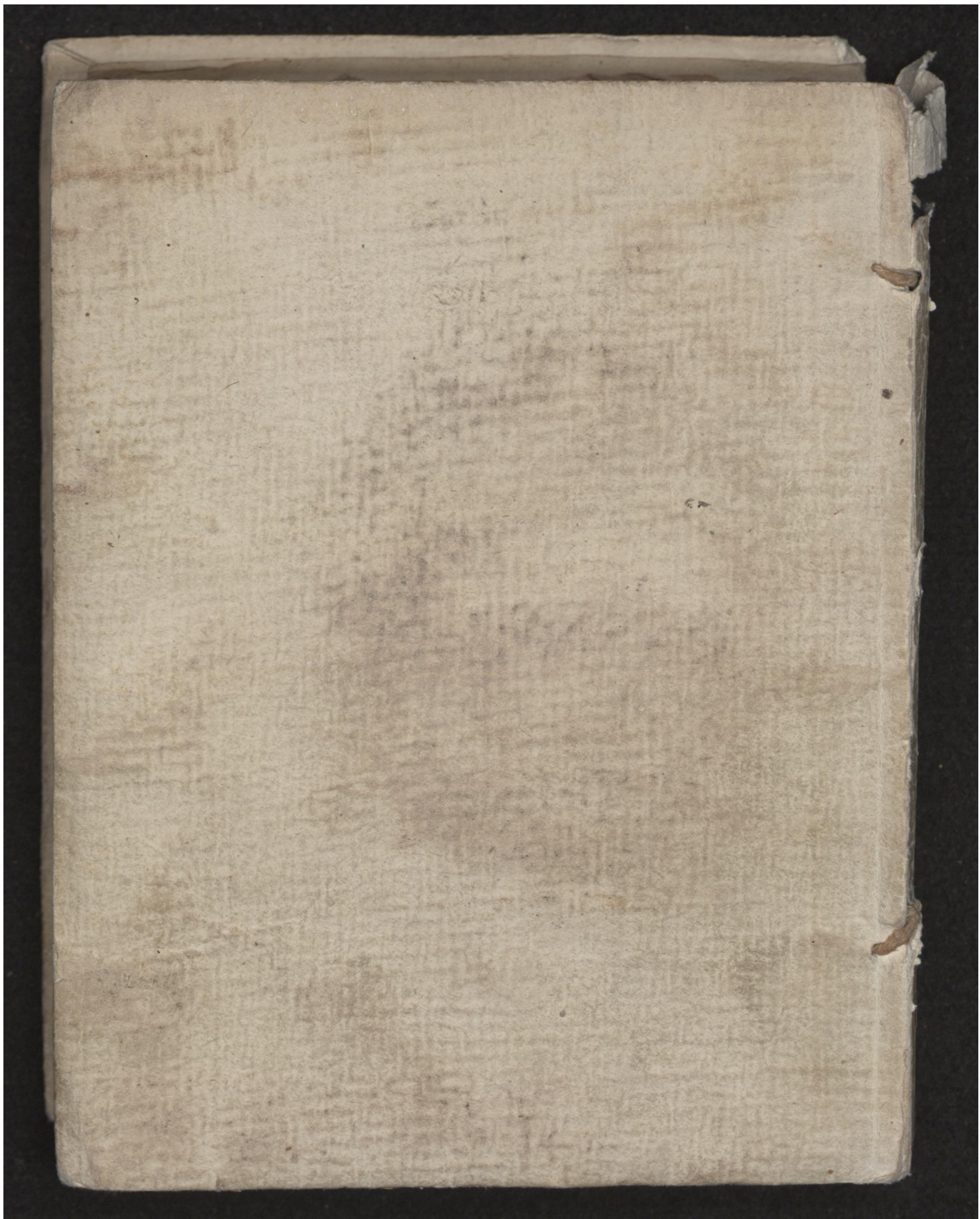












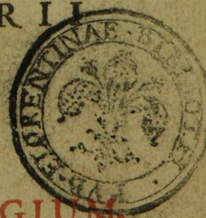
XI
IAM.BL


Jamblichi Arithmetica
cum versione et notis
Samuelis Tennulii.
Ptolemæus.
Pythagoras.
Nicomachus.
Euclides.
ΑΡΙΘΜΟΙ
Aristoxenus.
Jamblichus.
Arnhemiæ apud Joh: Fridericum Hagium.
J. van Stregeren pinxit

JAMBLICHUS CHALCIDENSIS
Ex Cœle-Syria
IN
NICOMACHI GERASENI
Arithmeticam introductionem,
ET DE
FATO.

Nunc primum editus, in Latinum sermonem conversus,
notis perpetuis illustratus
à
SAMUELE TENNULIO,

Accedit
JOACHIMI CAMERARII
Explicatio in duos Libros Nicomachi,
cum Indice rerum & verborum locupletissimo.



ARNHEMIÆ,
Prostant apud JOH. FRIDERICUM HAGIUM,
Daventriæ typis descripsit WILHELMUS WIER,
cIↄ Iↄ c LXVIII.

VIRO ILLUSTRI,

THEODORO A WELDEREN,

NOVIOMAGENSIS

IMPERII BURGGRAVIO,

CIVITATIS JUDICI.

SAMUEL TENNULIUS.

Alliarum & (quæ verba si non hujus seculi invidia, certe incorruptum posteritatis judicium donabit) humani generis ornamentum HENRICUM VALESIUM ante annos admodum septem vidi: vidisse tantum puto, licet ipsum biennium patentem securamque domum quotidie frequentaverim, latus texerim, ab ore viri penderim; & vidisse erat erudiri. Ut vidi & mihi judicare permisi, ad amorem imitationemque delegi, cujus consiliis, monitis, curis exemploque niterer, studiorum viam velut ex oraculo peterem. Tunc ille se inspiciendum atque intelligendum dare, nunquam importuna clientis assiduitate fatigari: ut vita erat composita, sic quoque vultum, qualis apud bonos agit ingenuitatis causam, nunquam mutare; semper amabilem præstare, leni, dulci & dante operam veritati sermone condecorare. Tunc ille me formare, hortari, suis experimentis erudire atque assuefacere, deducere ad viros, principem locum in literis in civitate tenentes,

& sic bonæ mentis sacramento rogare; ut mittam reliqua amoris vestigia, Jamblichi Codicem MS. ex Memmiana Bibliotheca jure suo depromere, describendum & (licet par operi nondum essem) proferendum credere: incredibili denique humanitate spem peregrinantis ornare, honori favere, instituto servire. Tantum enim gloriæ illi quæsitum erat, ut umbram nemo faceret. Nec erat satis, facilem fuisse præsenti; etiam absentem, quo triumpho, literarum honorificentia & musicis muneribus prosecutus ad honesta concitavit. Quæ animi magnitudo quoniam prima studiorum & vitæ felicitas videbatur, religio fuit illam tacere. Ut autem clarorum virorum proventu totum orbem provocarent Parisii, Illustrissimus NICOLAUS COLBERTUS Regiæ, PHILIPPUS LABBE Patrum S. J. Et LEO ALLATIUS Pontificiæ (illas enim non instar sepulchri clausas habent, sed tanquam publicas domos bonis aperiunt) bibliothecis præfecti codices Jamblichi magnanime concesserunt: quos externos felicius sortitus, quam cives suos alii, longe adorabo, sed posteri ornatius canent. Cladem illam, Illustris WELDERI, librorum pene Cannensem, Reip. literariæ datam à temporum injuria, priorum invidia, posterorum noverca, abstrusa è terræ situ aut bibliothecarum tenebris extrahendi, & naufragii quasi tabulas colligendi cura sustinere atque vindicare pro se quisque literatus contendit; cum priscæ illo diligentiæ agricola dicit felices arbores, quæ fructum tulerint, infelices, quæ non tulerint. Ut fertur in navi operam dare, non modo qui ad clavum sedet, verum etiam qui sentinam exhaurit, in scenam prodire, etiam qui partes non primas agit; sic hac lege in his nomen meum

meum professus nitebar, ne ad cœnam, ad quam promiseram, venirem asymbolus. Abhorret equidem à tua prudentia & mea conditione, persequi longiore stylo Jamblichi laudes, cum illas disertissimi viri Julianus Imperator & Eunapius per singulas iverint: Scias interim omnem hujus omnis, quicquid id est, cui mundi cœlique nomen indidimus, sive unius sive descripti pulchritudinem numeris auctoris explicitam, ut colossorum similitudines exiguo annulo exprimuntur. Quod cum mecum animo peregissem, juris publici hunc librum facere, proletario sermone coactisque in angustum commentatiunculis illustrare, omissa acquirere, defecta supplere pro captu meæ mediocritatis constitueram, & persuaso non patriæ decus somno deserendum persuadentibus promiseram. Sperabam enim non tantum honorem à merito, quantum ab obsequio. Rogavit etiam, quod potentissimum imperandi genus, qui jubere poterat. At vero in tam delicata ingeniorum felicitate pueri habent nasum Rhinocerotis, liber, si malus est, à nemine laudari & posci potest nisi malo, ideoque premi in plurimos annos debet laturus ætatem. Res ista non erat mei fori (aliis sacris operor) & doceri contenta spernebat ornatum & sermonis Veneres. Adde, unum modo Romanorum Boëthium de hac materia disputasse; apud quem tamen plurima de Græcis ita provenerunt, ut vix latina moneta percussa videantur. Namque *alteritas*, *identitas*, *proportionalitas*, *subsuperpartiens*, *pluralitas*, quæque alia invisa Latio vocabula audacius quam utilius invitis Quiritibus in civitatem transtulit, in profundam barbariem dudum deportarentur, nisi sermonis Romani paupertas intercederet. Romanum cum consulem, vi-

rum disertissimum latinæ linguæ egestate damnaremus in terra sua nos alienigenæ, tanto infeliciorem fore in translatione me à solis cursu adeo remotum erat credibile. Exprobrabant tamen editionis tarditatem amantium admonitiones & efflagitantium desideria, etsi festinationem probatura esset immaturitas. Nullius itaque rei excusationem habere visus, jacere aleam & hunc libellum desiderio pene publico dare sustinui: quo cum non possem tantopere gaudere, ut suo Punico bello Nævius, aut Truculento Plautus, circumspexi tutelare nomen, & circumspicienti occurrit *tua terris didita fama.* Suis quisque causis vel invitus in admirationem & amorem raptus te velut antiquitatis & virtutis imaginem gestat in oculis; ego duabus potissimum ab oblivionis situ Jamblichum tuis auspiciis vindicare compulsus, WELDERIANI judicii fiducia speravi quandam posteritatis memoriam. Prima est, quia nullis in te meritorum officiis maximorum tibi debitor vivo, liberale otium & gratiam consecutus: Nihil enim in ornando prætermisisti, quod hæc ætas & conditio aut ex honore verborum aut virtutis præmio desideraret. Altera, quia beneficia tua sic in me diligis & tueris, ut augeas; nescire possis, aliis esse ignara velis. Non ego virtutes, quæ nunquam naturæ blandimentis sopitæ conniverunt, & nunc mores sunt, laudo (Namque si possemus vel tu muneribus tuis irasci, vel ego te dictis æquare; alicui, scio, miseriæ faveres) verum cum multum tibi debeam, multum debere volo, daturus operam, ut quocunque officii genere gratus in te animus constet, & accepti ratio mihi non scripta, ut Acherunti, qui nihil rescribit. Ipse Jamblichus, si quis manium sensus, religiose veneraturus nomi-

nominis tui favorem etiam per tuorum veſtigia quæreret, ut curæ ſuæ ad hoc amoris templum ſuſpenſæ tuaque magnitudine ornatæ ſplenderent, inſtar ambitioſi architecti, qui ſplendido frontiſpicio inſignivit ædificium. Quia te oſtentat, legetur. Noſtrorum itaque, religioſiſſime Judex, propoſitorum ſumma in tui judicii favore conſiſtit: Ad illum ambiendum bonos ſollicitant ſubactum tuum ingenium, rerum gerendarum dexteritas, ſublimium contemplatio & inveſtigatio. Illum impetrabunt & hi numeri, qui hominem eo duxerunt unde luceret, quæque Diis curæ eſt, muſicam genuerunt & omnium concordiam. Omnibus cum placeas, ante omnia tibi conſtas, eadem vis hodie quæ heri; otium validiſſime diligis, negotio facillime ſufficis, omnia agenda curas ſine agendi oſtentatione; Ubi adverſus impetum aquarum jacienda moles & agger muniendus, te videmus vigilantia cum aëre & aquis rixantem: In conſiliis civium ſaluti bonorumque votis velificatus pacem cenſuiſti, cujus alumnæ literæ, prioribus bellis in ſilentium actæ, lætæ hunc proveniunt. Extenderem preces, niſi rogari diu nolles. Sic diutiſſime patriæ adſis, poſteritati interſis: Sic ex ſenectute, quam ſeram precor, nil præter ſapientiam ſenſeris. *Neomagi in Batavis. a. d. 3. Calendas Martias.* CIↃ IↃ C LXVIII.

SA-



Samueli Tennulio.

AD carmen faciles venite Musæ,
Vestro Tennulio *venite Musæ,*
Qui de Pegasea bibens scatebra,
Rigavit Sophies liquore pectus;
Per vos qui Latio & simul Pelasgo
Totus permaduit colore tinctus.
O dulces latices colorque dulcis!
O grata ebrietas & invidenda!
Hi pastus animi beatiores:
His assurgitur ingenî volatu,
Terrenis populis nugisque spretis,
Supra nubila flammeumque solem.
Tu felix animi, tibi peracta
Prima est Aonidum sacris juventa:
Mox crevit studium inquies & ardor.
Nec solum veteris laboriosa
Percurris ratione scripta secli,
Libans aureolos ubique flores,
In silvis ut apes legunt amænis.
Sed mens æthereo citata motu
Vel doctum parit eleganisque carmen,
Vel nos eloquio tenet soluto.
Jam quos Gallia condit atque Roma
Corruptos nimium libros tenebris,
Tu de carceribus velut ligatos
Depromis populo, novâque formâ
In lucem revocas, sibique reddis.

Jam-

Jamblichus celebrem parare famam
Aptus mittitur eruditum in orbem,
Vultu comptior utriusque linguæ;
Quem plures alii dein sequentur.

JOHANNES COCCIUS.

ΣΑΜΟΥΗΛ τῷ ΤΕΝΝΥΛΙΩ.

Οὐ φθόνος, εἴ τις ἔμεν πολλῶν μέγα ἔξοχος ἄλλων
    Εὔχεται ἀσκήσας ὄργανα Πιερίδων.
Ἄξιος εὐχωλῆς, ὅτι οἱ πόρε σκῆπτρον ἀνάσσειν
    Φοῖβος ἄναξ πολλοῖς ἔθνεσι Μουσοπόλων.
Ἔστι δὲ καὶ ἐναρίθμιος, ἀδρόν τι γράμμα παλαιῶν
    Ἐς φάος ᾧ γε μέλει ἠελίοιο φέρειν.
Ἔργα καμὼν δ' ἄμφω κομψῶς Τεννύλιος ἥρως
    Ὡς, ὦ Ζεῦ, κλείους ἔμμορεν ἀμφοτέρους.
Δεξάμεθ' ἀμφοτέρως αὐτοῖο περικλυτὰ δῶρα,
    Ὅσσοι περ μούσης δεκτοὶ ἰοστεφάνης.
Ὦ φίλε Νικόμαχ', ἀντιβολῶ σε, δίδαξον ἀριθμεῖν
    Τόσσῳ πλουτοδότῃ ὅσσα τ' ὀφειλόμενα.

THOMAS MUNCKERUS.

SEu fueras profugis habitata colonia Cattis,
    Seu quondam Latiæ te posuere manus;
Victor in ignotum veniens Germanicus orbem
    Alpinas Rheni cum tibi miscet aquas:
Felix Transisalas inter Daventria Nymphas,
    Tollis honoratum sidera ad alta caput.
Dicam animos in bella tuos, Arctonque subactam,
    Parrhasiumque tibi succubuisse gelu?

An

An quæ Francigenum vetus incunabula ſanguis,
Et reges debet Gallica terra ſuos?
Exoritur tibi major honos TENNULIUS: ille
Sidus inocciduum perpetuumque tibi.
Ingeniis cum celſa tuis ſuper æthera tendas,
Nullaque ſit famæ neſcia terra tuæ;
Hunc melius titulis Daventria junge tuorum:
Sufficit ad laudes hunc genuiſſe tuas.
Vidimus ad Clarias cum ſe tulit impetus artes,
Illius ingenii flumina quanta ruant.
Carmina Caſtaliæ ſtupuerunt culta ſorores,
Tu quoque inattonſa Phœbe ſuperbe coma.
Senſimus & doctæ quæ ſit facundia linguæ,
Eloquiumque viri non habitura parem.
Cum modo naſcentis celebrat cunabula Chriſti,
Et genitum illæſa virginitate Deum.
Et Veſtæ æternas quas Roma accenderit aras,
Laomedontei Dardana ſacra foci.
Gentis Achæmeniæ ritus, cum luteus ora
Exerit Eoo Delius oceano.
Ploratumque Tyros Veneri ut veneretur Adonin;
Et quodcunque ſacri numinis Ignis habet.
Pagina Jamblichi divino exculta nitore
Auſonio dudum geſtiit ore loqui.
Hunc quoque deſertis revocat TENNULIUS umbris.
Tollet nulla dies hanc tibi Roma notam;
Aurea quæ docto monumenta invideris orbi,
Paſſaque ſis tantum delituiſſe decus:
Authores rerum numeros, Samiique renati
Digeſta in leges cuncta elementa ſuas.
TENNULI Jamblichus habet cum munere vitam;
Nulla ejus poterit non meminiſſe dies.
Innumera his numeris referet præconia laudum
Tempora Daphneæ cinctus honore comæ.

HENRICUS BRUMANUS.

I.

Dum mihi materiam lacrimosi carminis offert
Procumbens celeri Lenzia *clade domus:*
Dumque novo geminat FORSTNERUS *vulnere luctum,*
Altera (quod vertat non bene) præda necis:
TENNULIUS *contra se lætis auctibus effert,*
Et nihili mortis jura rogosque facit.
Illorumque vicem scriptis illustribus explens,
Solatur Clarii tristia damna Dei.
Ardet adhuc Ignis, *totoque relucet in orbe,*
Quem gerit illæso pagina docta sinu.
Nunc quoque Pythagoræ numeris immittere lumen,
Et Samiæ tentat Scita docere Scholæ.
Nam quod Chalcidici nomen fert Patris, id ille
Et luci & Latio donat & auget opus.
Quid tibi, Vir celebris, meritis pro talibus optem?
Aut quibus hæc numeris condere facta queam?
Pythagoræ potuit numeris sapientia claudi:
At qualem numerum laus tua tanta capit?
Ergo quid mirum, tanta de laude silentes
Si colimus sectam, quam tua charta colit?

JO. LUDOVICUS PRASCHIUS,
Reip. Ratisbonensis Senator.

II.

Præsens TENNULI, tibi debet ΙΑΜΒΛΙΧΟΝ ætas,
At lucem scriptor non minus ipse suam.
Illane an iste tamen plus debeat, ambigo: namque
Si multum legere est, est quoque posse legi.

JO. JACOBUS KERSCHERUS, *Reip. Ratisbonensis Senator.*

III.

Audis TENNULIUS *merito,* TE NULLIUS *unquam*
Quod pœnitet laboris improbi: probe!
Unus *Pythagoras sileat*; numerosa *loquetur*
Trias *tuorum laudis* innumeræ *decus.*

CHRISTOPHORUS ARNOLDUS, Verbi divini Minister,
Orat. Poëseos, & Græcæ linguæ Professor Noribergæ.

ΙΑΜΒΛΙΧΟΥ

ΧΑΛΚΙΔΕΩΣ, ΤΗΣ ΚΟΙΛΗΣ ΣΥΡΙΑΣ,

Περὶ τῆς Νικομάχου Ἀριθμητικῆς εἰσαγωγῆς, ἥτις περιέχει τοῦ ἁπλῶς μαθηματικῆς, διδασκαλικῶς τοὺς ἀρχικοὺς λόγους, λόγος τέταρτος.

LIBER QVARTVS

IAMBLICHI CHALCIDENSIS,

Ex Cœle-Syria, De Arithmetica Nicomachi introductione, quæ ſimplicis Mathematicæ præcipuas rationes, artificioſa docendi lege, continet.

SAMUEL TENNULIUS

Primus ex codice Memmiano deſcripſit, cum Regio Romanoque contulit, Latine vertit, notis illuſtravit.

Ἀρχόμενοι τοῦ ἰδίου λόγου A περὶ τῶν ἐν μέρεσι διωρισμένων μαθημάτων, ἀπὸ τῆς ἀριθμητικῆς ἀρχόμεθα. Αὕτη γὰρ φύσει πρεσβυτέραν ἔχει τὴν θεωρίαν, τῷ περὶ ἁπλούστερα πραγματεύεσθαι, καὶ ἀρχηγικώτερα. Διόπερ καὶ ὁ περὶ αὐτῆς λόγος προηγεῖται τῶν ἄλλων μαθημάτων. B Ἔστι δὴ καὶ οὗτος οὐχ ἁπλοῦς, ἀλλὰ πολυειδής. ὅσα γάρ ἐστι γένη τῶν ὄντων, περὶ πάντα συνδιαιρεῖται,

Quoniam conſtitui habere proprium ſermonem de diſciplinis mathematicis, per partes diſtinctis, ab arithmetica incipiam. Hujus enim contemplatio per naturam debet eſſe prima, eo quod circa ſimpliciora & principaliora verſatur. Quapropter prior de illa quam aliis Mathematibus ſermo inſtituetur: qui quidem non eſſe debet ſimplex ſed multiformis. Quot enim ſunt genera entium, circa omnia

A καὶ τὰς αὐτὰς δέχεται διαιρέσεις. Ἀλλὰ πρό γε τῶν ἐν ἄλλοις θεωρουμένων, αὐτὸν καθ' αὑτὸν τὸν ἀριθμὸν θεωρεῖν χρὴ, ἀφ' οὗ δυνησόμεθα, καὶ τὸν ἐν τῇ φύσει, ἢ τοῖς ἤθεσιν, ἢ τοῖς εἴδεσιν, ἢ ὅλως πᾶσι τοῖς οὖσιν ἐπισκοπεῖν. Διὰ δὴ τοῦτο παραλαμβάνειν δεῖ τὴν μαθηματικὴν ἐπιστήμην τῶν ἀριθμῶν. Καὶ γὰρ ὡς ἐν ὑποθέσει δεῖ προκεῖσθαι ταύτην. Προϋποκειμένης γὰρ αὐτῆς, καὶ τὰς ἄλλας παραγίγνεσθαι ἐπιστήμας δυνατόν. Ἄνευ δὲ ταύτης οὐδὲ ἐκεῖναι παραγίγνονται, καὶ πρὸς μάθησιν δὲ ἐντεῦθεν ἄρχεσθαι δεῖ. Προδιωρισμένων γὰρ τῶν ἐν τοῖς μαθήμασιν ἀναγκαίων θεωρημάτων, δι' αὐτῶν ὁδηγούμεθα πρὸς τὰς τελειοτέρας τῶν ἀριθμῶν θεωρίας. Δῆλον γάρ, ὅτι συμφωνοῦσι πρὸς ταύτην ἐκεῖναι. Τὴν δ' ἐπίνοιαν αὐτῆς, οὐχ' ὡς ἐν ψιλοῖς ἐννοήμασιν, οὐδ' ὡς ὑστέραν, ἐπὶ τοῖς αἰσθητοῖς ἐπιγιγνομένην, οὐδ' ὡς φαντάσματά τινα ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν ἀποσυλῶσαν καὶ χωρίζουσαν. ἀλλ' ὡς κοινὰ νοήματα, δυνάμενα πᾶσιν ἐφαρμόζειν τοῖς ὁπωσοῦν ὑφεστηκόσιν ἀριθμοῖς, οὕτως αὐτὴν προΐστασθαι ἄξιον. Περὶ δὴ τῆς τοιαύτης μαθηματικῆς ἀριθμητικῆς πρόκειται ἡμῖν νυνὶ λέγειν.

illa ſimul dividitur & diviſiones ſuſcipit. Ante ea vero, quæ in aliis contemplamur, ipſe numerus ad numerum eſt conſiderandus, ut poſſimus intelligere illum numerum, qui eſt vel in natura, vel moribus, vel ſpeciebus, vel omnino qui eſt in omnibus entibus. Propterea quidem amplectenda eſt
B mathematica numerorum ſcientia, illique fundamento, tanquam argumento conceſſo, inſiſtendum. Præſuppoſita enim Arithmetica, poſſunt aliæ ſcientiæ addiſci. Sine hac vero neque illæ comparantur, & hinc ad matheſin eſt recurrendum. Quia theoremata, quæ ſunt in
C mathematibus neceſſaria, quando ſunt prædefinita, ducunt nos ad perfectiores numerorum theorias. Has enim cum matheſi concinere conſtat. Meruit autem Arithmeticæ cognitio præponi, non veluti in parvis intelligentiis, neque (ut poſterior) in ſenſibilibus exiſtens, neque ut
D phantasmata quædam à ſenſibilibus auferens & ſegregans; ſed tanquam communia principia, quę omnibus utcunque ſubſiſtentibus numeris quadrare poſſunt. De tali mathematica Arithmetica nunc nobis dicendum eſt.

Εὑρί-

Ἑυρίσκομεν δὴ πάντα κατὰ γνώμην τοῦ Πυθαγόρου τὸν Νικόμαχον περὶ αὐτῆς ἀποδεδωκότα, ἐν τῇ ἀριθμητικῇ τέχνῃ. Ὅ τε γὰρ ἀνὴρ μέγας ἐστὶν ἐν τοῖς μαθήμασι, καὶ καθηγεμόνας ἔσχε περὶ αὐτὸν, τοὺς ἐμπειροτάτους ἐν τοῖς μαθήμασι. Καὶ ἄνευ τούτων, τάξιν θαυμαστὴν, καὶ θεωρίαν, μετ᾽ ἀποδείξεώς τε θαυμαστῆς τῶν ἐπιστημονικῶν ἀρχῶν, ἐπιστήμην ἀκριβῶς παραδίδωσι. λόγον τε περὶ αὐτῶν οἶδε ποιεῖσθαι, καὶ ἀκραιφνῆ καὶ γνήσια τὰ θεωρήματα παραδίδωσι, μηδὲν ἐπιθολούμενα ὑπ᾽ ἀλλοτρίων δοξασμάτων. Ἔτι δὲ ποικίλος ἐστὶ, καὶ πολύχους, τεταγμένος τε καὶ διηρθρωμένος ἐν τῇ τῶν ἀριθμῶν εἰδήσει. Τό τε καθολικὸν τῆς γνώσεως καὶ τὸ εὑρετικὸν πάρεστιν αὐτῷ πάμπολυ. Τὴν γὰρ πρώτην σύστασιν καὶ τὴν πρώτην γένεσιν τῶν ἀριθμῶν θηρεύει. Ἔχει δὲ καὶ τὸ ἀπαράλειπτον. Κοινῶς γὰρ ἐπὶ πάντα ἦλθε τὰ γένη καὶ τὰ εἴδη τῶν ἀριθμῶν. ἐν πεπερασμένοις τε ἄπειρα περιέλαβε, καὶ ἐν τεταγμένοις τὰ ἄτακτα. πρόεισί τε διὰ γενῶν καὶ εἰδῶν τεταγμένως, οὐχ ὑπερβαίνων τὸ ἐφεξῆς. Τά τε ἐν πολλοῖς φερόμενα θεωρήμασιν ἀτε-

A tica ſcribere hodie inſtitui. Invenio autem Nicomachum omnia de illa tradidiſſe ſecundum mentem Pythagoræ, in arte Arithmetica. Hic etenim vir plurimum fecit in mathematicis, & in illis eſt expertiſſimis uſus præceptoribus; præterea mirabilem ordinem, theoriam, & doctri-
B nam cum mirabili ſcientificorum principiorum demonſtratione exacte tradit, rationemque de illis novit reddere, docet theoremata ſincera & genuina, non infecta aliorum opinionibus: eſt etiam varius & fœcundus, ordinatus & diſtinctus in numerorum ſpeciebus. In cognitione
C quoque plurimum eſt univerſalis & acer ad inveniendum. Primam enim numerorum conſtitutionem & originem inveſtigat. Imo nihil omittit: communi enim more venit ad omnia numerorum genera & ſpecies; in finitis amplectitur infinita & inordinata in ordinatis: Per
D genera & ſpecies ordinate progreditur, nunquam excedendo conſequentiam. Quæ imperfecte in multis theorematibus ſunt tractata, in uno perfecto comprehendit. Deinde, quod quis

λῶς, ἐν ἑνὶ περιλαμβάνει τελείως. Ἔχει δὲ ἐνταῦθα, καὶ ὃ ἐν τοῖς ἄλλοις βιβλίοις ἥκιστα ἄντις ἴδοι, ἐν αὐτῷ ὑπάρχον, τὸ σύντομον καὶ ἀκριβὲς, καὶ μετὰ τούτων, τὸ πλῆρες καὶ τέλειον, ἀγκύλοντε καὶ συνεστραμμένον, καὶ πολύνουν, καὶ γόνιμον, ὥς γε ἐγὼ νομίζω. Διότι αὐτὰ τὰ πυθαγόρεια μαθήματα περὶ ἀριθμοῦ καθαρὰ τίθησιν. Ἐξέστω δὲ καὶ τῷ βουλομένῳ περὶ τούτου εἰκάζειν, ὅπως βούλεται. Ἀλλ' ὅπερ ἐκ πάντων τούτων δεῖ συλλογίσασθαι, ἐκεῖνό ἐστιν. Εἰ γὰρ διὰ πάντα ταῦτα προκρίνομεν τὸν ἄνδρα τοῦτον, ὡς ἀριθμητικώτατον, εἰκότως δὴ διὰ τοῦτο καὶ τίθεμεν ὅλην αὐτοῦ τὴν ἀριθμητικὴν τέχνην, οὐχ' ἡγούμενοι δεῖν, οὔτε ἀτελῶς αὐτὴν ἐκφέρειν, ἀκρωτηριάσαντας αὐτοῦ τὰ προηγούμενα, οὔτε μεταγράφειν. Περιττὸν γὰρ καὶ τοῦτο. Οὔτε σφετερίζεσθαι τὰ γεγραμμένα. Ἀγνωμοσύνης γὰρ ἐσχάτου ἔργον, ἀφαιρεῖσθαι τῆς ἐπιβαλλούσης δόξης τὸν συγγεγραφότα. Ἀλλ' οὐδὲ τοῦτο δεῖ, ἀλλοτρίους τῶν Πυθαγορικῶν διατριβῶν λόγους ποιεῖσθαι. Οὐδὲ γὰρ καινὰ λέγειν ἡμῖν πρόκειται, ἀλλὰ τὰ δοκοῦντα τοῖς παλαιοῖς ἀνδράσιν, ὅθεν οὐδὲν οὔτε ἀφελόντες, οὔτε προσθέντες, αὐτὴν τὴν Νικομάχειον τέχνην

A in aliis libris non videt, in ipſo abundans reperiet, conciſum & accuratum, item plenum & perfectum, catenatum & connexum, ſententioſum & fœcundum, ut ego judico: Quapropter ſincera ipſa Pythagoricorum de numero mathemata proponit. Vnicuique vero, quale velit, liceat de illo B ferre judicium: ſed quod ex omnibus hiſce inferri debet, erit hoc, quod dixi. Si enim præjudicamus per hæc omnia Nicomachum eſſe ſummum arithmeticum, ſequitur, ut ponâmus certam omnem ejus arithmeticam; illam exiſtimantes neque imperfecte eſſe efferendam, dum ex C illa præcipua amputamus, neque tranſcribendam. Supervacaneum enim & hoc. Neque ab aliis ſcripta vindicanda nobis: quia maximæ iniquitatis opus eſt, auferre ſcriptori gloriam, quæ ad illum pertineat. Neque verba à ſtudio Pythagorico aliena facere debemus; quia tradere conſtitui- D mus non nova, ſed placita antiquorum virorum: quamobrem nihil auferentes nihilque adden-

ἤδη

ἤδη παρατιθέμεθα ἐν τοῖς λόγοις.
»Ἵνα δὲ μὴ ἀτελὴς γένηται, μηδὲ κα-
»τὰ τοῦτο ἡ παροῦσα πραγματεία,
»φιλοσοφίαν Πυθαγόρας ὠνόμα-
»σε πρῶτος, καὶ ὄρεξιν αὐτὴν εἶπεν
»εἶναι, καὶ οἱονεὶ φιλίαν σοφίας. Σο-
»φίαν δὲ, ἐπιστήμην τῆς ἐν τοῖς οὖσιν
»ἀληθείας. Ὄντα δὲ ᾔδει καὶ ἔλεγε τὰ
ἄϋλα καὶ ἀΐδια, καὶ μόνα δραστικὰ,
ὅπερ ἐστὶ τὰ ἀσώματα. Ὁμωνύμως
δὲ λοιπὸν ὄντα, κατὰ μετοχὴν οὕτω
καλούμενα, σωματικὰ, εἴδη τε ὑλι-
κὰ, γεννητά τε καὶ φθαρτὰ, καὶ
ὄντως οὐδέποτε ὄντα. Τὴν δὲ σο-
φίαν ἐπιστήμην εἶναι τῶν κυρίως
ὄντων, ἀλλ᾽ οὐχὶ τῶν ὁμωνύμως. ἐπει-
δήπερ οὐδὲ ἐπιστητὰ ὑπάρχει τὰ
σωματικὰ, οὐδὲ ἐπιδέχεται
γνῶσιν βεβαίαν, ἄπειρά τε ὄντα
καὶ ἐπιστήμῃ ἀπερίληπτα, καὶ οἱονεὶ
μὴ ὄντα, κατὰ ἀντιδιαστολὴν
τῶν καθόλου, καὶ οὐδὲ ὅρῳ ὑποπε-
σεῖν ἀπεριγράφως δυνάμενα.
Τῶν δὲ φύσει μὴ ἐπιστητῶν, οὐδὲ
ἐπιστήμην εἶναι ἐπινοῆσαι· οὐκ ἄρα
ὄρεξιν τῆς μὴ ὑφεστώσης ἐπιστήμης
εἰκὸς εἶναι, ἀλλὰ μᾶλλον τῆς περὶ τὰ
κυρίως ὄντα, καὶ ἀεὶ κατὰ τὰ αὐτὰ καὶ
ὡσαύτως ἔχοντα, καὶ τῇ προσηγορίᾳ
ἀεὶ συνυπάρχοντα. Καὶ γὰρ δὴ τῇ

A tes, ipſam Nicomachi artem in medium afferimus cum rationibus: Ne autem præſens tractatio ſit vel propterea imperfecta, Pythagoras primus nomen Philoſophiæ invenit, eamque dixit eſſe appetitum & quaſi amorem ſapientiæ: ſapientiam vero, ſcientiam veritatis, quæ eſt in entibus,
B *h. e. omnibus rebus, tam divinis quam humanis, quæ in cogitationem & actionem hominis cadere poſſunt.* Entia vero novit & dicit eſſe immateriata, perpetua, & ſola efficacia, qualia ſunt incorporea; reliqua vero quæ ſunt entia æquivoce, & vocantur entia per priorum participationem, eſſe corporea, ſpecies,
C materiata, nata & corruptibilia, & nunquam vere entia. Sapientiam vero eſſe ſcientiam eorum, quæ proprie & non æquivoce ſunt entia. Quoniam corporea in ſcientiam non cadunt; nec ſuſcipiunt firmam cognitionem, quæ ſunt indefinita & ſcientia incomprehenſibilia, & veluti non entia
D propter oppoſitionem univerſalium, nec poſſunt ullis terminis circumſcribi. Quæ vero per naturam ſciri nequeunt, neque ſcientiam eſſe, in illa animum mittere; neque veriſimiliter appetitum eſſe ſcientiæ, quæ non eſt in rerum na-

τούτων καταλήψει συμβέβηκε καὶ τὴν τῶν ὁμωνύμως ὄντων παρομαρτεῖν, οὐδ' ἐπιτηδευθεῖσάν ποτε, οἷα δὴ τῇ καθόλου ἐπιστήμῃ τοῦ κατὰ μέρος. » Τοὶ γὰρ περὶ τῶν καθόλου, φησὶν » Ἀρχύτας, καλῶς διαγνόντες, » ἔμελλον καὶ περὶ τῶν κατὰ μέρος, » οἷα ἐντὶ καλῶς ὄψεισθαι. Διόπερ οὐδὲ μονογενῆ, οὐδὲ ἁπλᾶ ὑπάρχει τὰ ὄντα. Ποικίλα δὲ ἤδη καὶ πολυειδῆ θεωρεῖται, τά τε νοητὰ καὶ τὰ ἀσώματα ὄντα, ἡ κλῆσις καὶ τὰ σωματικά, καὶ ὑπ' αἴσθησιν πεπτωκότα, ἃ δὴ κατὰ μετοχὴν κοινωνεῖ τοῦ ὄντως γενέσθαι. Ἀκόλουθον ἂν εἴη περὶ πάντων ἁπλῶς τῶν ὄντων τεχνολογεῖν οὑτωσίπως. Ἡ τοῦ συνεχοῦς καὶ τοῦ διῃρημένου φύσις πᾶσα τοῖς οὖσιν, ὅπερ ἐστὶ τῇ τοῦ παντὸς κόσμου συστάσει, διττῶς συνεπινοεῖται. Τοῦ μὲν διῃρημένου κατὰ παράθεσίν τε καὶ σωρείαν, τοῦ δὲ συνεχοῦς, κατὰ ἕνωσίν τε καὶ ἀλληλουχίαν. Κυρίως δὲ τὸ μὲν συνεχὲς καὶ ἡνωμένον καλοῖτ' ἂν μέγεθος. Τὸ δὲ παρακείμενον καὶ διῃρημένον, πλῆθος. Καὶ κατὰ μὲν τὴν τοῦ μεγέθους οὐσίαν, εἷς τε ὁ κόσμος ἐπινοοῖτ' ἂν, καὶ λέγοιτο στερεός, καὶ σφαιρικός τε καὶ συμπεφυκὼς ἑαυτῷ διατε-

A tura, sed potius ejus, quæ est circa vere entia, & ad eadem eodem modo semper se habentia, & cum denominatione semper coëxistentia. Hæc enim qui comprehendit, necessario sequitur ut etiam statim entia æquivoca comprehendat, quibus comprehendendis nunquam aliter studuit, quam quidem B per scientiam universitatis ad partes. Qui enim de universalibus, ut inquit Archytas, bene dijudicant, bene etiam de particularibus dijudicabunt, veluti rei proprietatem inspicerent. Quapropter neque unigenita, neque simplicia sunt entia. Varia autem & multiformia considerantur entia, quæ sunt intelligibilia & incorporea. Cum C corporeis & sub sensum cadentibus vulgaris sermo communicavit veram essentiam. Consequens est, ut de omnibus simplicibus entibus hæc præcepta tradantur. Omnis natura continui & discreti in entibus, hoc est totius mundi compage, consideratur dupliciter: discreti quidem, secundum appositionem & acervationem; continui, D secundum adunationem & cohærentiam. Proprie vero continuum & unitum vocatur *magnitudo*: appositum vero & discretum *multitudo*. Secundum essentiam ma-

ταγμέ-

τεταγμένος τε καὶ ἀλληλουχούμενος. Κατὰ δὲ τὴν τοῦ πλήθους πάλιν ἰδέαν καὶ ἔννοιαν, ἥ τε σύνταξις καὶ διακόσμησις. καὶ ἁρμονία τοῦ παντὸς ἐπινοοῖτ᾽ ἄν, ἐκ τοσῶνδε, φέρ᾽ εἰπεῖν, στοιχείων καὶ σφαιρῶν, καὶ ἀστέρων, γενῶν τε καὶ ζώων καὶ φυτῶν ἐναντιοτήτων δὲ καὶ ὁμοιοτήτων τὴν σύστασιν ἔχουσα. Ἀλλὰ τοῦ μὲν ἡνωμένου ἐπ᾽ ἄπειρον μὲν ἐκ παντός, ἐστὶν ἡ τομὴ ἐπὶ ὡρισμένον· τοῦ δὲ πλήθους, κατὰ ἀντιπεπόνθησιν, ἐπ᾽ ἄπειρον μὲν ἡ αὔξησις· ἔμπαλιν δὲ ἡ τομὴ ἐπὶ ὡρισμένον. Φύσει δὴ καὶ ἐπίνοιαν ἀμφοτέρων ὄντων, καὶ διὰ τοῦτο ἐπιστήμαις ἀπεριορίστων. Ἀρχὴ γὰρ οὐδὲ τὸ γνωσούμενον ἐσεῖται, πάντων ἀπείρων ἐόντων, κατὰ τὸν Φιλόλαον. Ἀναγκαίου δὲ ὄντος ἐπιστήμης φύσιν ἐνορᾶσθαι τοῖς οὖσιν, οὕτως ὑπὸ θείας ἠκριβωμένοις προνοίας, ἀποτεμόμεναι ἑκατέρου, καὶ περατώσασαί τινες ἐπιστῆμαι τὸ περιληφθὲν αὐταῖς, ἀπὸ μὲν τοῦ πλήθους, ποσὸν ἐκάλεσαν, ὅπερ ἤδη γνώριμον. ἀπὸ δὲ τοῦ μεγέθους κατὰ τὰ αὐτὰ πηλίκον. Καὶ τὰ ἀμφότερα αὐτῶν γένη, ἐπιστήμαις ὑπήγαγον ταῖς

A gnitudinis mundus consideratur unus, & dicitur solidus, sphæricus, sibi ordinate congenitus & cohærens. Secundum vero multitudinis ideam & conceptionem, consideratur ut constitutio, ordinatio & concordantia totius universi: Ex tot, verbi gratia, elementis, sphæris, astris, gene- B ribus, animantibus & plantis; item contrarietatibus & similitudinibus composita. Omnis vero *magnitudo*, quæ jam ex omni parte unita est ad interminatum, secari potest ad terminatum: sed *multitudo*, per contrariam affectionem, crescere prius potest ad infinitum, deinde rursum secari ad finitum; C cum ambæ sint in mentis conceptu, ideoque à scientiis non determinatæ. Ut enim Philolaus tradidit, illud quod cognoscetur, non potest esse principium, ubi indeterminata sunt omnia. Cum vero esset necesse naturam scientiæ inspicere entia, quæ à divina providentia tam accurate erant facta; scientiæ quædam sese altera ab altera separantes & determinantes, D illud, quod ab ipsis comprehenditur, à multitudine ποσὸν (*h.e.* quotietatem) quod cognitu facile est; à magnitudine vero πηλίκον (*h.e.* quantitatem) distincte & essen-

ἑαυτῶν

ἑαυτῶν εἰδήσεσιν, Ἀριθμητικὴ μὲν τὸ ποσὸν, γεωμετρία δὲ τὸ πηλίκον. Ἀλλ᾽ ἐπεὶ μὴ μονοειδῆ ταῦτα ἦν, ἔτι δὲ μερικωτέραν ὑποδιαίρεσιν ἑκάτερον αὐτῶν ἐπεδέχοντο. Τοῦ μὲν γὰρ ποσοῦ, τὸ μὲν ἦν καθ᾽ ἑαυτὸ, τῆς πρὸς ἄλλο πως ἀπηλλαγμένον σχέσεως, οἷον φέρ᾽ εἰπεῖν, ἄρτιον, περιττὸν· τέλειον, ἐλλιπὲς, καὶ τὰ ὅμοια. Τὸ δὲ πρὸς ἕτερόν πως ἔχον, ὃ δὴ πρός τι ποσὸν ἰδίως λέγεται οἷον ἴσον, ἄνισον· πολυπλάσιον, ἐπιμόριον, ἐπιμερὲς καὶ τὰ παραπλήσια. Καὶ πάλιν τοῦ πηλίκου, τὸ μὲν ὑπάρχει τε ἢ ἐπινοεῖται μένον, τὸ δὲ κινούμενον ἢ φερόμενον. Διὰ τοῦτ᾽ εἰκότως ταῖς προσαχθείσαις δυσὶν ἐπιστήμαις, ἕτεραί τινες δύο συνεπέσχον καὶ συνεφήψαντο τῆς καθ᾽ ἑκάτερον ἐπιστητὸν θεωρίας. Τῇ μὲν γὰρ Ἀριθμητικῇ ἰδίως λαχούσῃ τὴν περὶ τοῦ καθ᾽ ἑαυτὸ ποσοῦ σκέψιν, συμμετέσχεν ἡ μουσικὴ τῆς περὶ τὸ πρός τι ποσὸν τεχνολογίας. Οὐδὲν γὰρ ἄλλο τὸ ἁρμονικὸν αὐτῆς, καὶ τὸ περὶ συμφωνιῶν ἐπαγγέλλεται, ὅτι μὴ σχέσεις καὶ λόγους διαρθροῦν τῶν φθόγγων πρὸς ἀλλήλους,

A tialiter nominarunt: Et utraque illorum genera subjecerunt scientiis, quæ species ipsarum sunt: Arithmeticæ quidem ποσὸν, Geometriæ vero πηλίκον. Sed quoniam ποσὸν & πηλίκον non erant uniformia, ideo etiam utrumque illorum suscepit particulariorem subdivisionem. Illius enim ποσοῦ,
B quod absolute consideratur, nec habet respectum ad aliud, sunt (exempli gratia) par & impar, perfectum & deficiens, & similia. Ποσὸν vero, quod se ad aliud quodammodo habet, dicitur proprie ποσὸν πρός τι (*q.d.* quotietas ad quid) quale est, æquale & inæquale, multiplex & superparticulare in una quota, superparticu-
C lare in multis quotis, & quæ sunt his affinia. Rursum πηλίκον aliud est & consideratur ut stabile, aliud mobile & non fixum. Propterea non immerito aliæ duæ scientiæ, præter duas jam dictas scientias, sibi adsciverunt & adaptarunt contemplationem, versantem circa hoc utrumque scibile.
D Musica enim artem, quæ circa ποσὸν relativum versatur, participat ab Arithmetica, quæ proprie ποσὸν absolutum considerandum suscepit. Musica, quando agit de concordantiis & concentibus, ni-

καὶ

A καὶ ποσότητα ὑπεροχῶν τε καὶ ἐλλείψεων. Τῇ δὲ γεωμετρίᾳ, περὶ τὴν τοῦ μένοντος καὶ ἑστῶτος πηλίκου ἐξέτασιν καταγιγνομένῃ, συλλήπτρια ὑπῆρξεν ἡ σφαιρικὴ, κινουμένου πηλίκου ἐπιγνώμων καταστᾶσα, τοῦ τελειοτάτου δηλονότι, καὶ τεταγμένην καὶ ὁμαλὴν κίνησιν ἐπιδεδεγμένου. B Διότι περὶ ἀδελφὰ τὰ ὑποκείμενα καταγενομένας, εὔλογον ἀδελφὰς καὶ τὰς ἐπιστήμας ταύτας νομίζειν· ἵνα μὴ ἀπαιδευθῇ τὸ Ἀρχύτιον. Ταῦτα γὰρ τὰ μαθήματα δοκοῦντι, εἰ μὲν ἀδελφὰ ἀλλήλων τε ἐχόμενα τρόπον ἁλύσεως, κρίκον ἡγεῖσθαι, C καὶ εἰς ἕνα σύνδεσμον καταλέγουσαν, ὡς φησὶν ὁ θειότατος Πλάτων, καὶ μίαν ἀναφαίνεσθαι προσήκειν τούτων τῶν μαθημάτων τὴν συγγένειαν, τῷ κατὰ τρόπον μανθάνοντι. Τὸν δὲ σύμπαντα ταῦτα οὕτως εἰληφότα, ὡς αὐτὸς ὑποτίθεται, τοῦτον δὴ καλεῖ ἀληθέστατα σοφώτατον, D καὶ διισχυρίζεται παίζων, μεταδιωκτέα τε καὶ ἐκ παντὸς αἱρετὰ ταῦτα τὰ μαθήματα, εἴτε χαλεπὰ, εἴτε ῥᾴδια εἴη, παρεγγυᾷ τοῖς φιλοσοφεῖν προθυμου-

hil aliud promittit, quam velle se confirmare & componere affectus & rationes sonorum ad se invicem, & quotietatem excessuum & defectuum. Cum Geometria vero, quæ circa manentis & fixi πηλίκου examen versatur, socia est ars sphærica, quæ inquirit πηλίκον mobile, perfectissimum scilicet, & quod ordinatum æqualemque motum habet. Quapropter rationi consentaneum est, ut putemus has scientias esse affines, quoniam circa objecta affinia versantur; ne pro inerudita habeatur Archytæ sententia. Has enim doctrinas illi, qui putat ipsas affines esse interque se habere modum catenę, ostendere annulos suos, &, ut ajebat divinus Plato, in unum vinculum se colligentem, unamque harum cognationem debere videri ei, qui convenienter & recte addiscit. Illum vero, qui hæc omnia ita comprehendit, ut ipse præsupponit, verissime sapientissimum vocat, & cum voluptate probat, hasque doctrinas investigatas, & ex universo electas, sive sint difficiles, sive faciles, tradit per manus omnibus illis, qui philosophandi desiderio tenentur; & quidem optima ratione, siquidem continui & discre-

μόνοις, καὶ μάλα εὐλόγως· εἴπερ συνεχοῦς καὶ διηρημένου καταλήψεις διὰ τούτων μόνων γίγνονται. Ἐκ δὲ συνεχοῦς καὶ διηρημένου ὅγε κόσμος, καὶ τὰ ἐν αὐτῷ πάντα.

Τοῦ δὴ ποσοῦ ἀκριβὴς κατάληψις, σοφία· Σοφίας δὲ ἔφεσις, ἡ φιλοσοφία· Φιλοσοφία δὲ ἐκ πασῶν μονωτάτη τεχνῶν τε καὶ ἐπιστημῶν, τὸ οἰκεῖον καὶ κατὰ φύσιν ἀνθρώπῳ τέλος περιποιεῖ, καὶ ἐπὶ τὴν εὐδαιμονίαν ἄγει, τὴν παρὰ τὰ ἄλλα ζῶα τούτῳ μόνῳ προσήκουσαν, καὶ κατὰ φύσιν σπουδαζομένην, ὡς σκοπιμώτατον αὐτῷ τέλος. Τῶν δέ γε τεσσάρων τούτων ἐπιστημῶν προηγεῖσθαι φαίνεται ἡ ἀριθμητική, διὰ τὸ προτέρα καὶ ἀρχεγονωτέρα εὑρίσκεσθαι. Συναιρεῖ τε γὰρ ἑαυτῇ τὰς λοιπάς, καὶ πάλιν ἐκείναις συνεπιφέρεται. Τὰ δὲ συναιροῦντα μὲν, μὴ συναιρούμενα δὲ ἢ ἄλλως, συνεπιφερόμενα μὲν, μὴ συνεπιφέροντα δὲ, προτέρα πως καὶ πρεσβύτερα δείκνυται. Διόπερ εὐλογωτάτη ἂν εἴη, καὶ καθήκουσα ἡ περὶ πρωτίστης τῆς ἀριθμητικῆς τεχνολογίας σκέψις. Τὸ δὴ ποσὸν, ὅπερ ἐστὶ τὸν ἀριθμὸν, Θαλῆς μὲν

A ti cognitio per has solas doctrinas
acquiratur; ex continuo vero &
discreto mundus, & omnia, quæ
sunt in illo, constent.

Discretæ quantitatis quidem
accurata comprehensio est
sapientia: Sapientiæ desiderium est
philosophia: Philosophia vero ex
omnibus artibus & scientiis sola
B homini acquirit finem familiarem,
& qui est secundum naturam;
imo adducit hominem ad beatitudinem,
quę illi soli præter cætera
animalia convenit, & naturali impetu
expetitur, tanquam supremus
finis. Harum vero quatuor
scientiarum ordinem ducere videtur
Arithmetica, quia prior &
C antiquior invenitur. Secum enim
reliquas scientias una aufert ablata,
& iisdem positis rursus ponitur:
Illa autem, quæ una tollunt,
non vero ab aliis tolluntur;
vel aliter, quæ cum aliis una
ponuntur, non vero secum alia
ponunt, ostenduntur aliquomodo
priora & antiquiora. Qua-
D propter valde rationi erit conveniens
& decens, primæ arithmeticæ
præceptorum tractatio. Ποσὸν
vero, hoc est numerum, Thales
secundum placita Ægyptiorum,
apud quos studuit, definivit
unitatum collectionem: U-

μονα-

μονάδων σύστημα ὡρίσατο, κατὰ τὸ Αἰγυπτιακὸν ἀρέσκον, ὅπου περ καὶ ἐφιλομάθησε· τὸ δὲ ἀριθμητικὸν ἓν, ἰδίων. Οὐχ ὑποπεσεῖται οὖν, οὔτε μονὰς, οὔτε τὸ ἓν τοῖς ὅροις. Πυθαγόρας δὲ, ἔκτασιν καὶ ἐνέργειαν τῶν ἐν μονάδι σπερματικῶν λόγων· ἢ ἑτέρως, τὸ πρὸ πάντων ὑποστὰν ἐν θείῳ νῷ, ἀφ' οὗ καὶ ἐξ οὗ πάντα συντέτακται, καὶ μένει τάξιν ἄλυτον συνδιηριθμημένα. Ἕτεροι δὲ τῶν ἀπ' αὐτοῦ, προποδισμὸν ἀπὸ μονάδος μεγέθει αὐτῆς· Εὔδοξος δὲ ὁ Πυθαγόρειος, ἀριθμός ἐστιν, εἶπεν, πλῆθος ὡρισμένον, διαστείλας εἶδος καὶ γένος, ὡς ἐν τοῖς ἀνωτέροις τὸ ποσὸν διεκρίθη. Οἱ δὲ περὶ Ἵππασον ἀκουσματικοὶ, ἀριθμὸν εἶπον παράδειγμα πρῶτον κοσμοποιΐας. Καὶ πάλιν κριτικὸν κοσμουργοῦ θεοῦ ὄργανον. Φιλόλαος δέ φησιν ἀριθμὸν εἶναι τῆς τῶν κοσμικῶν αἰωνίας διαμονῆς τὴν κρατιστεύουσαν, καὶ αὐτογενῆ συνοχήν.

Μονὰς δέ ἐστι ποσοῦ τὸ ἐλάχιστον· ἢ ποσοῦ τὸ πρῶτον καὶ κοινὸν μέρος, ἢ ἀρχὴ ποσοῦ. Ὡς δὲ Θυμαρίδας, περαίνουσα ποσότης· ἐπεὶ ἑκάστου καὶ ἀρχὴ καὶ τέλος πέ-

A num vero arithmeticum esse individuorum. Ergo neq; unitas, neque unum terminis subjici possunt. Pythagoras vero numerum definivit extensionem & operationem rationum seminalium, quę unitati insunt. Vel aliter, quod in divina mente ante omnia subsistebat, à quo & ex quo omnia in B ordinem sunt descripta, & per seriem indissolubilem stant distincte connumerata. Alii ex secta Pythagorica, progressum ab unitate per magnitudinem ejus. Eudoxus Pythagoricus, numetus est, inquit, multitudo definita; ubi distinguit speciem à genere, ut in prædictis quotietatem distinximus. C Hippasi sectatores (qui proprie dicebantur Acusmatici) numerum dixerunt esse exemplar primum creationis mundi, & rursus normam, secundum quam creator Deus judicavit de mundo à se condito. Philolaus vero dicit, numerum esse vinculum, potentia sua sustinens æternam rerum D mundanarum permansionem, sibique innatum.

Unitas vero est discretæ quantitatis minimum, vel ejus prima & communis pars, vel ejus principium. Secundum Thymaridam est quantitas terminans, quia voca-

ῥας καλεῖται. Ἔστι δὲ ὧν καὶ τὸ μέ- A σον ὥσπερ ἀμέλει κύκλου ἢ σφαίρας. Οἱ δὲ νεώτεροι, καθ᾽ ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται. Ἔλειπε δὲ τῷ ὅρῳ τούτῳ, τὸ κἂν συστηματικὸν ᾖ. Συγκεχυμένως δὲ οἱ Χρυσίππειοι λέγοντες, μονάς ἐστι πλῆθος ἕν. Μόνη γὰρ αὕτη ἀντιδιέσταλται τῷ πλήθει. Τινὲς δὲ τῶν Πυθα- B γορείων, μονάς ἐστιν, εἶπον, ἀριθμοῦ καὶ μορίων μεθόριον. Ἀπ᾽ αὐτῆς γάρ, ὡς ἀπὸ σπέρματος καὶ ἀϊδίου ῥίζης ἐφ᾽ ἑκάτερον ἀντιπεπονθότως αὔξονται οἱ λόγοι, τῶν μὲν ἐπ᾽ ἄπειρον τεμνομένων, μειούμενοι μεγαλονυμώτερον ἀεί· τῶν δὲ ἐπ᾽ ἄπειρον αὐξομένων, ἔμπαλιν C μεγεθυνόμενοι. Τινὲς δὲ ὡρίσαντο μονάδα, εἰδῶν εἶδος, ὡς δυνάμει πάντας περιέχουσαν τοὺς ἐν ἀριθμῷ λόγους. Καὶ γὰρ πολύγωνος ἐν ἐπιπέδῳ ἀπὸ τριγώνου μέχρι ἀπείρου, καὶ στερεὰ πᾶσιν εἴδεσιν ἐπιφαινομένη, καὶ σφαιρική, καὶ κωνική, ἀποκαταστατική τε καὶ D πλευρική, καὶ διαμετρική, καὶ τὸ κοινότατον, ἑτερομήκης, ὅταν ἀφ᾽ ἑαυτῆς γενομένης μείζονος ἔννοια δυνάμει παρέχῃ, καὶ ἀναλογικὴ καὶ σχετικὴ κατὰ τὰς δέκα σχέσεις.

A tur terminus, uniuscujusque principium & finis. In quibusdam terminus vocatur medium. Verbi gratia, in circulo & globo centrum vocatur terminus. Recentiores definiunt, secundum quam unumquodque entium dicitur unum; cui definitiomi deest, *quamvis constitutivum sit*. Qui sunt B ex schola Chrysippi, confuse definiunt, dicentes; unitas est multitudo una. Ipsa enim sola opponitur multitudini per divisionem. Quidam vero Pythagorici dixerunt unitatem esse numeri, & partium confinium; ab ipsa enim tanquam semine & propria radice, in utramque partem relative C augentur rationes, quibusdam in infinitum divisis, imminuuntur semper majori numero; quibusdam etiam in infinitum auctis, rursus augentur. Quidam vero definiverunt unitatem, formam formarum, utpote quæ potestate comprehendat omnes, quæ sunt in numero, rationes. Multangula D enim cum est in plano à triangulari in infinitas figuras procedit: cum est solida, omnibus figuris apparet, ut sphærica, conica, cylindrica, lateralis, diagonia, & quod communissimum est, altera parte longior, cum mentis con-

Καὶ ποικίλως ἄλλως, ὁσαχῶς A ὑποδειχθήσεται. Μονὰς δὲ ἀπὸ τοῦ τῷ αὐτῆς τε λόγῳ δι' ὅλου ἐπιμένειν, καὶ τ' ἄλλα δὲ ὅσα ἂν ὑπ' αὐτῆς, οὕτω λογισθῇ. Πάλιν δὲ ἐξ ἄλλης ἀρχῆς τοῦ ποσοῦ κατὰ πρώτην, τὸ μέν ἐστιν ἄρτιον, τὸ δὲ περισσόν. Ἄρτιον μὲν, τὸ μερῶν ἴσων, ἀφ' ἑαυτοῦ παρεκτικὸν, μεγί-B στων τε καὶ ἐλαχίστων· μεγίστων μὲν πηλικότητι, καὶ τῇ πρὸς τὸ ὅλον σχέσει, ὅτι εἰς ἡμίση. Ἐλαχίστων δὲ ποσότητι, ὅτι εἰς δύο. Τῶν γὰρ δύο ἐλάττονα φύσει οὐκ ἔστιν, εἴπερ οὐδὲ τῆς δυάδος ἀριθμὸς ἐν δευτέρῳ. Πρώτη γὰρ αὕτη μονάδων σύστημα, ὥσπερ γενικοῦ C ὅρος ἀριθμοῦ. Περισσὸν δὲ, τὸ πάντως, ὅταν εἰς τὰ ἐλάχιστα διαιρεῖται, ἄνισα τὰ μέρη ἀλλήλοις παρέχον. Οὐ γὰρ διχῆ εἰς ἴσα μεριστόν. Ἀναιρετικὸν γὰρ ἔσται τοῦτο τῆς φύσει ἀτόμου μονάδος, εἰς τὴν σύμπασαν τεχνολογίαν καὶ φυσιολογίαν τοιαύτης χρησιμευ-D ούσης. Ἐπεὶ δὲ ὁ μὲν ἄρτιος διαιρούμενος ὁπωσοῦν, ἢ ἴσα, ἢ καὶ ἄνισα, εἰς ὁμογενῆ πάντως λύεται· ἢ γὰρ ἄρτια, ἢ περιττὰ ἀμφότερα. Ὁ δὲ περισσὸς, εἰς ἄλλα ἀμφότερα τὰ

ceptus exhibeat poteſtate illam à ſe quaſi factam majorem; item analogica & habitualis ad decem habitudines. Item tot aliis modis ſe habebit, quot velimus illam ſubjicere. Unitas vero, quatenus ratione ſui ſemper ineſt toti, ſic conſideretur, ut & omnia, quæ ſub illa comprehenduntur. Rurſus ex alio principio (ſecundum primum) quantitatis diſcretæ aliud eſt par, aliud impar. Par eſt partium æqualium, quas ex ſe ipſo fecit oriri, maximarum & minimarum. Par maximarum partium, eſt in continua quantitate, & reſpectu ad totum; quia in dimidia dividitur: par minimarum eſt in diſcreta quantitate, quia in duo. Nam duobus his minora a natura non dantur, cum neque dualitatis numerus in ſecundo. Illa enim prima eſt unitatum collectio, veluti radicalis numeri terminus. Impar vero ſemper cum dividitur in partes minimas, eas inter ſe facit inæquales; non enim eſt diviſibile bifariam in partes æquales. Sic enim tolleretur unitas, quæ per naturam eſt indiviſibilis, & in omni arte & phyſiologia utilis: ſiquidem numerus par dividens utcunque vel æqualia vel inæqualia, ſem-

τοῦ ἀριθμοῦ μήκη. Ἑτερομήκη μὲν, ἐκ τοῦ κατασυμβεβηκότος κατὰ τὸ σημαινόμενον, τὸ ἄρτιον ἐπωνόμαζον οἱ ἀπὸ τῆς διδασκαλίας, ὡς τὸ ἕτερον μόνον τῶν τοῦ ἀριθμοῦ μηκῶν ἐν τοῖς μερισμένοις ἔχοντα. Ἀντιδιεσταλμένως δὲ τούτῳ, ἀμφιμήκη τὸ περισσὸν, τὸν ἀμφότερα ὁμοῦ παρεχόμενον ταῦτα. Καὶ δι' ἀλλήλων δ' αὖ γνωρισθείησαν, ἐν τῇ φυσικῇ τοῦ ἀριθμοῦ ἐκθέσει, ἄρτιος μὲν ὁ μονάδι ἐφ' ἑκάτερον διαφέρων περισσοῦ· περισσὸς δὲ ἐκ τοῦ ἐναντίου, ἰδίως μὲν, ὑπὸ μονάδος μετρεῖται, ὅταν περισσαχῶς, συμβεβηκότως δὲ, ὑπὸ δυάδος, οὐ μὴν καθ' ἑαυτὴν, ἀλλὰ σὺν τῇ μονάδι. Ἐξαίρετον μέν τοι μονὰς μὲν παρὰ πάντας ἔχει περισσοὺς, ὡς ἂν εἰδωποιὸς αὐτῶν, τὸ μηδ' εἰς ἄνισα μερίζεσθαι. Δυὰς δὲ παρ' ἀρτίους, τὸ μόνον εἰς ἴσα. Διὸ τὴν μὲν ἌΤΡΟΠΌΝ τε καὶ ἈΠΌΛΛΩΝΑ, καὶ ἕτερα τοιαῦτα. Τὴν δὲ δυάδα, ἼΣΙΝ τε καὶ ἌΡΤΕΜΙΝ κατὰ ἀνάλογον οἱ Πυθαγορικοὶ ἐπωνόμαζον. Ἐκ δὲ τοῦ ἀτόμου φύσει ἡ μονὰς εἶναι, πέρας ἐφ' ἑκάτερον καὶ ὁρισμὸς ἡ

A per ſolvitur in homogenea ; ſive paria ſive imparia ſint utraque. Impar vero in alia duo numeri latera. Altera parte longiorem, per contingentiam ſignificati, parem vocarunt docti, tanquam alterum ſolum numeri laterum in dividendis habentem. Contra vero vocarunt utrin-
B que longiorem imparem, utpote qui exhibet ſimul utraque talia latera. Et inter ſe cognoſcentur ex naturali expoſitione numeri, par imparem excedens unitate ad alterum latus ; impar ex contrario, proprie quidem ab unitate menſuratur, cum impariter : accidentaliter vero à dualitate ; non quidem ſe-
C cundum ſeipſam, ſed cum unitate. Si quidem unitas apud numeros impares, quorum formarum ipſa eſt cauſa efficiens, hoc habet ſingulare, quod non dividatur in æqualia ; dualitas vero apud pares, quod ſolum dividatur in æqualia. Quare Pythagorici per ſimilitudinem voca-
D runt unitatem Atropum (unam e Parcis) Apollinem, & aliis ſimilibus nominibus ; dualitatem vero Iſidem & Artemin *h.e.* Dianam. Unitas vero ex eo, quod ſit per naturam inſecabilis,

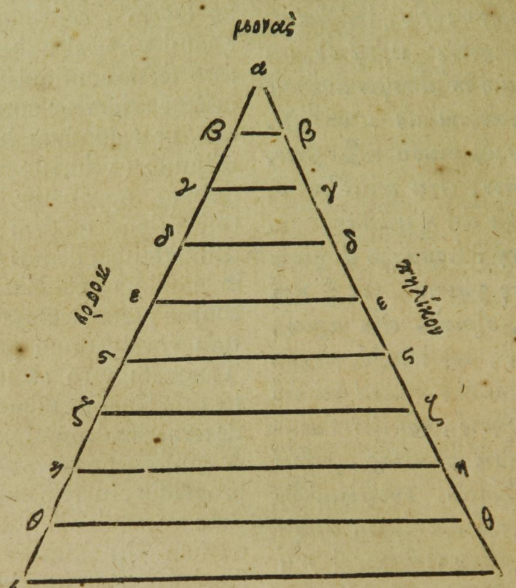
αὐτὴ

αὐτὴ φανήσεται· Πηλίκῳ μὲν, ἵνα ἀπ' αὐτῆς ὡς ὅλου ἡ ἐπ' ἄπειρον τομὴ ἄρχηται· Ποσῷ δὲ, ἵνα κατὰ ταῦτα ἡ ἐπ' ἄπειρον αὔξησις ἀντιπαρατείνηται ὡς μονάδος. Καὶ ὡς ὅλου μὲν ἥμισυ, εἶτα τρίτον, εἶτα τέταρτον, εἶτα πέμπτον, καὶ ἑξῆς μείζονα ἀεὶ καὶ μᾶλλον μέρη, ἐναντίως τῇ τῶν ὀνομάτων αὐξήσει προχωρούσῃ γίνεται. Ὡς δὲ ἀπὸ μονάδος, δυὰς, εἶτα τριὰς, εἶτα τετρὰς, καὶ ἐφεξῆς μέχρι παντὸς προκοπὴ, κατὰ τὰ ὀνόματα ἡ αὔξησις, καὶ ἀντιπαρωνυμίας γένεσις ποικίλης, παρὰ τοῦτο ὑποφύηται. Τῆς μονάδος ὑφισαμένης ἀμφοτέροις, ἄρθρου τρόπον, πηλίκῳ τε καὶ ποσῷ, καὶ ὡσανεὶ διάφραγμα καὶ μεθόριον ποιούσης ἑαυτῆς τῆς ἀντιπαρωνυμίας τούτων.

A videbitur utrinque esse terminus & finitio ; continuæ quidem quantitati, ut ab unitate tanquam toto sectio continui in infinitum oriatur : discretæ autem quantitati, ut secundum hæc, incrementum (veluti unitatis) in infinitum opponatur. Tanquam totius fiunt quidem dimidiata,
B deinde tertia, deinde quarta, deinde quinta, & deinde majores semper partes, contra incrementum vocabulorum progrediens. Tanquam vero ab unitate nascuntur binarius numerus, deinde ternarius, deinde quaternarius, & consequenter, quousque totius progressus, incrementum secun-
C dum vocabula, & variæ in contrarium denominationis origo succrescit; cum interim unitas utramque quantitatem, continuam & discretam sustineat more compagis, & veluti faciat intersepimentum & confinium contrariæ harum denominationis.

Sequens figura erat descripta in codicis Memmiani margine, in reliquis aberat. Continua quantitas hic est primo decem, & tam diu dividitur & decrescit, donec unum, h. e. decima ejus pars, restet. Discreta vero quantitas primo est unum, perque contrarium affectum sibi toties additur, donec perveniat ad decem, hoc est, decuplum.

Ἐὰν



Ἐὰν γὰρ προχειρισώμεθα τὴν μονάδα, καὶ ὡς ἀπὸ γωνίας αὐτῆς λαβδωμά τι καταγράψωμεν, καὶ τὴν μὲν τῶν πλευρῶν αὐτοῦ τοῖς συνεχέσι μονάδι ἀριθμοῖς ἐφεξῆς συμπληρώσωμεν, μέχρι βουλόμεθα· οἷον β΄. γ΄. δ΄. ε΄. ς΄. ζ΄. καὶ ἑφοσονοῦν. τὴν δ' ἀπὸ τοῦ μεγίστου τῶν μερῶν ἀρξάμενοι, ὅπερ ἐστὶν ἡμίσους τοῦ προσεχεστάτου

A Si enim sumpserimus unitatem, & veluti ab ipsius angulo duxerimus duas lineas referentes literam Λ, & harum unam deinde impleamus numeris unitati cohærentibus, quousque voluerimus. verbi gratia, 2.3.4.5.6.7. &c. In altera vero linea si acceperimus B primo maximam partium *h. e.* dimidiam, proximam toti ob magnitudinem, & partibus serie hæ-

τῶ

τῷ ὅλῳ κατὰ μέγεθος, συνεχέσι καὶ αὐτοῖς ἐφεξῆς γ΄. δ΄. ε΄. ϛ΄. ζ΄. καὶ ἐφοσονοῦν, τὴν εἰρημένην ἀντιπεπόνθησιν ὀψόμεθα, καὶ φυσικὴν συνάρτησιν, καὶ εὔτακτον σχέσιν, οἷον τοιαύτην. Ἐπεὶ εἰς δύο τὸ ὅλον ἐμερίσθη, ἥμισυ παρωνομάσθη, καὶ συνεζύγη οὕτως τὸ ἥμισυ τῷ δύο. Πάλιν ἔτι εἰς τρία, τρίτον. Καὶ εἰς τέσσαρα, τέταρτον. Καὶ ἐφεξῆς μέχρις ἑκατοστοῦ, καὶ χιλιοστοῦ, καὶ μυριοστοῦ. Καὶ ἐντεῦθεν ἡ τῆς ἐπ᾽ ἄπειρον τομῆς ἀνάγκη, διὰ τὴν παρέκτασιν τοῦ ὁμολογουμένως ἐπ᾽ ἄπειρον αὔξητοῦ, παρεισβιάζεται. Καὶ ἔτι ὡς δὶς ἕν, δύο, οὕτως ἡμισάκις ἓν ἥμισυ. Καὶ ὡς δὶς δύο, τέσσαρα, οὕτως ἡμισάκις ἥμισυ τέταρτον. Καὶ ὡς δὶς δύο δὶς, οὕτως ἡμισάκις ἥμισυ ἡμισάκις ὀκτώ τε καὶ ὄγδοον. Καὶ ὡς δὶς τρία, ἕξ, οὕτως ἡμισάκις τρίτον, ἕκτον. Καὶ καθάπαξ δὲ, ὅτι ἂν ἀφ᾽ ἑκατέρου λάβωμεν, ἐν αὐτῷ ἐκείνῳ ὁ λόγος μένει, καὶ ἐφ᾽ ἑκάστου τῶν ἀριθμῶν, ὅσα ἂν ἁπλῶς συμβαίνει ταῦτα ἐκ παντὸς, καὶ ἐπὶ τῶν ἀντιστρέφων μερῶν εὑρεθήσεται ἀναλογία. Προληπτέον δὲ, ὡς χρήσιμον εἰς τὰ ἑξῆς ἐσόμενον τοῦτο·

A hærentibus, ut $\frac{1}{3}.\frac{1}{4}.\frac{1}{5}.\frac{1}{6}.\frac{1}{7}.$ &c. lineam illam minuerimus; Videbimus dictam relationem & naturalem connexionem ordinatamque recte habitudinem, ut hanc. Postquam in duo est totum divisum, denominatur dimidium, & sic in illa linea jungitur dimidium duorum. Rursus quando
B totum in tria dividitur, denominatur tertia pars, quando in quatuor, quarta, & consequenter usque ad centesimam, millesimam, deciesque millesimam partem. Jnde necessario resultat continui in infinitum sectio, propter extensionem discretæ quantitatis in infinitum æqualiter crescentis.
C Jterum, ut bis unum, duo; ita dimidiatim unum, dimidia pars: & ut bis duo, quatuor; ita dimidiatim dimidia est quarta; ut 2, 2, 2. ita $\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}$ sunt octo, & sunt octava pars. Utque bis 3, 6; Ita dimidiata tertia facit sextam: Omnino vero, cum ab alterutro incipimus, in eodem manet ratio, & in sin-
D gulis numeris, quatenus simpliciter proveniunt ex toto, & in partibus oppositis invenietur rationum similitudo. Utilissimum vero erit in sequentibus, si presupponamus, quod, cum omnes partes ab omnibus numeris denominentur,

Ὅτι παρωνυμένων ἁπάντων με- A ρῶν ἅπασιν ἀριθμοῖς, μόνον τὸ ἥμισυ τῶν δύο πράγματι μὲν, οὐκέτι δὲ καὶ ὀνόματι παρωνυμεῖ. Ἐπέλιπε γὰρ ἐν τῇ λέξει τοῦτο, ὥσπερ καὶ ἄλλα πολλά· Γένεσις δὲ περισσοῦ καὶ ἀπὸ μονάδος, καὶ κατὰ σύνθεσιν ἀδιάζευκτον, οὐχὶ τὴν σωρηδὸν, ἀλλὰ τὴν κατὰ συν- B δυασμὸν, ἥντινες συζυγικὴν καλοῦσιν. Οἷον ἓν πρῶτον, εἶτα ά. β΄. εἶτα πάλιν. β΄γ΄ καὶ γ΄δ΄. πάλιν ἐφεξῆς ὁμοίως. Ἀρτίου δὲ κατ' ἐμπλοκήν. Ὡς ά γ΄. β΄ δ΄. γ΄ έ. δ΄ ς΄. καὶ ἐφοσονοῦν, ἵνα ὡς εἰδοποιὸς ἀρτίου, καὶ στοιχεῖον ἡ δυὰς, ἀλλ' οὐχ ὡς ἐνεργείᾳ ἄρτιος παραλεί- C πηται. Ἢ ἑτέρως, ἑκάστου τῶν ἀπὸ μονάδος ἀριθμῶν διπλασιαζομένου. Ὡς δὶς ἓν, καὶ δὶς δύο, καὶ ἐφεξῆς δὶς τρία, δὶς τέσσαρα. Δι' οὗ μᾶλλον τρανοῦται ἡ προταχθεῖσα εἰδοποίησις ὑπὸ δυάδος τοῦ ἀρτίου, καὶ ἐξ ἀλλήλων δ' ἂν γένοιτο οὕτως, πρὸς ἔμφασιν τῆς τοῦ ἀριθμοῦ D ἰδιότητος. Τῶν γὰρ ἑκατέρωθεν ἑκάτερος, ἑτερογενῶν ἅμα ἥμισυς. Καὶ τὸ θαυμασιώτατον, καὶ μονάδος ἴδιον, καὶ συμβιβαστικὸν, τοῦ μήπω ἀριθμὸν αὐτὴν εἶναι. Ὅτι

solum dimidium duorum quoad rem quidem, non vero etiam quoad nomen denominetur. Hoc enim deest elocutioni, ut & alia multa. Ortus numeri imparis est ab unitate, per compositionem indisjunctivam, non quæ fit coacervatim, sed per combinationem, quam quidam vocant conjunctivam, exempli gratia: primum unum, deinde 1, 2. dein rursus 2, 3. & 3, 4. & in reliquis similiter. Paris vero, secundum implicationem, ut 1, 3. 2, 4. 3, 5. 4, 6. & sic deinceps, ut assumatur binarius tanquam procreator formæ & elementum numeri paris, non tamquam numerus actu par: Vel aliter; unius cujusque numeri ab unitate duplicati. Vt bis unum, bis duo, & sic deinceps bis tria, bis quatuor. Per quod magis declaratur proposita sub binario formæ procreatio numeri paris, & ex sese mutuo oritur ad illustrandam numeri proprietatem. Illorum enim, qui sunt vel dicuntur utrinque, alter simul est dimidius illorum, qui sunt alterius generis; &, quod maxime admirandum, propriumque unitatis, facit convenire, ut ipsa unitas non sit numerus. Quia ab altera tan-

ἑτέ-

ἑτέρωθεν μόνον, ἀλλ' οὐχὶ ἀμφοτέρωθεν περιεχομένη μόνης τῆς δυάδος ἡμίσειά ἐστιν, ἀρκουμένη τῷ ἑνὶ γείτονι· Οὕτως δυνάμει πάντα ἐν αὐτῇ θεωρεῖται κοινῶς, τά τε ἀρτίου καὶ περισσοῦ εἴδη ὡς πηγῇ τινι, καὶ ἀμφοτέρων ἀδιακρίτῳ ῥίζῃ, καὶ ἀναγκαίως ἀδιαιρέτῳ παρὰ τὰ ἄλλα πάντα. Καὶ γὰρ τῶν βιαζομένων μονάδα διαιρεῖν, καὶ παρατιθέντων αὐτῇ ἑκατέρου τὸ ἥμισυ, ὡς ἓν ποσὸν, καὶ ὁμογενὲς συνεχὲς κωλυτικὸν γίνεται, τὸ, συζυγούντων ταῖς παρωνυμίαις τῶν ὑπὲρ αὐτὴν ἀριθμῶν ἁπάντων, τοῖς καθ' ἕκαστον ἀντιθέτοις μέρεσιν, αὐτὴν μόνῳ τῷ ὅλῳ ἀντιδιαστέλλεσθαι, καὶ τὸ σύγχυσιν ἔσεσθαι πάντως τῶν δύο γενικῶν τοῦ ἀριθμοῦ εἰδῶν, εἰ καὶ τὸ περισσὸν φαίημεν τέμνεσθαι. Καὶ πάλιν, τὸ οἱέντ' εἶναι παριστάναι ἀναγκαῖον μᾶλλον αὐτῇ ἡμίσους, τὸ οὐδὲν ἐπὶ τὸ ἔλαττον παρατιθέναι, ὅπερ πολλαχοῦ ἀκόντων ἡμῶν φαίνεται. Ἔγκειτον ἑαυτὸ τῇ τῆς θεωρίας φύσει, καὶ ἐνθάδε μὲν, ἐν τῷ τῶν ἑκατέρωθεν ἅμα ἡμίσειαν εἶναι, καὶ τὴν μονάδα δυάδος. Καὶ τοῦ οὐδέν. Καθὰ καὶ οἱ λοιποὶ ἀριθμοὶ τῶν ἑκατέρωθεν

A tum & non utraque parte dum continetur, est binarii solius dimidia, contenta uno vicino. Ita potestate considerantur communiter in unitate omnes & paris & imparis formæ, tanquam in fonte quodam & indistincta amborum origine necessarioque inseparabili ab aliis omnibus. Nam cum par &
B impar cogunt unitatem dividere, eidemque addunt dimidium alterius, velut unum discretum & homogeneum continuum habet vim impediendi, quo minus unitas (cum omnes super ipsam numeri sunt conjugati per denominationes cum partibus sibi singulis oppositis) distinguatur a solo
C toto: Item ne fiat omnino duarum radicalium numeri specierum confusio, licet vel imparem secari dicamus. Et rursus; ne possit magis necessario exhibere unitati dimidias partes illud, quod nihil ad minus apponit; quod multis in locis videre est nobis invitis. Admissum in natura contempla-
D tionis hoc ipsum est, & hucpertinere, quod in illis, quæ dicuntur alterutra, simul sit & dimidia, & unitas binarii; postea nihil: sicut & in reliquis numeris, qui dicuntur alterutri, quisque apparet simul dimidius. Et hoc erit

ἕκαστος ἅμα ἥμισυς ἐφαίνετο. Κἀκεῖ δὲ πολὺ μᾶλλον καὶ ἐναργέστερον, ὅταν τοῦ θ τετραγώνου πρωτίστου, μετὰ τοῦ δυνάμει ὄντος περισσοῦ, ἐν τῇ μεσότητι, τοῦτ' ἔστι τῷ πέντε, ἀναφαίνηται ὁ τῆς δικαιοσύνης λόγος, κατ' ἀριθμητικὴν ἀναλογίαν συζύγως ἀμειβόμενος, καὶ ὡς ἀφορίζονται οἱ πυθαγορικοὶ, δικαιοσύνην λέγοντες, δύναμιν ἀποδόσεως τοῦ ἴσου καὶ προσήκοντος, ἐμπεριεχομένην ἀριθμοῦ τετραγώνου περισσοῦ μεσότητι. Ἐκτεθέντων γὰρ στοιχηδὸν τῶν ἀπὸ μονάδος μέχρις ἐννεάδος ἀριθμῶν, ὁ πέντε μέσος τοὺς μὲν ἐντὸς ἑαυτοῦ, ἔλαττον ἢ προσῆκον ἔχοντας διορίσει, τοὺς δ' ὑπὲρ αὐτὸν πλεονεκτοῦντας, καὶ κατὰ παρέβασίν τε. Τοὺς γὰρ μᾶλλον τῇ ἐννεάδι ἐγγίζοντας ἀεὶ, τοὺς δὲ τῇ μονάδι, ἀεὶ ἔλαττον, προσήκει τε ἑκάστῳ κατά γε τὸν τῆς ἰσότητος λόγον τὸ τοῦ πέντε καὶ τεσσαράκοντα τῶν ὅλων συστήματος ἔννατον, ὅπερ αὐτόθεν τῇ μεσότητι τοῦ πλέον καὶ ἔλαττον μόνῃ ἐμφαίνεται· Ἐπεὶ καὶ ἡ δικαιοσύνη καὶ ἄλλαι ἀρεταὶ μεσότητες τούτων· Ἀλλ' οὐχ ἕτερόν τι εὑρίσκονται οὖσαι.

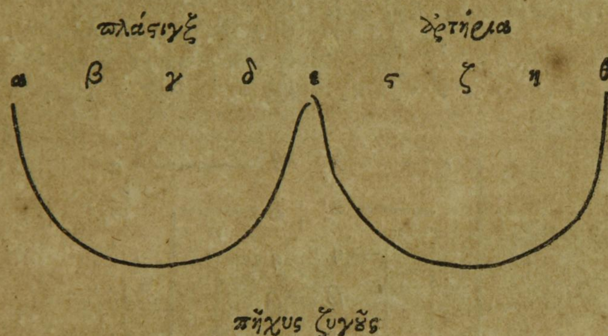
A tum multo magis perſpicuum; cum ſumpſerimus 9 (quod eſt primum quadratum, cum illo quod potentia ſua eſt impar) & in illius medio, hoc eſt 5, appareat juſtitiæ ratio, ſecundum Arithmeticam proportionem combinatim ęquata, utq; definiunt Pythagoræi, dicentes: juſtitiam eſſe potentiam B tribuendi æquale & conveniens, comprehenſam in medietate numeri quadrati imparis. Nam ſi numeri ab unitate usque ad novenarium ordine ſint dati, dimidius numerus, qui eſt quinque, diſtinguet hos, quos vel infra ſe vel ſupra ſe habet, hos ut minus tenentes quam deberent, illos ut plus C habentes ſecundum progreſſionem. Nam illi ſemper propius accedunt novenario numero, hi vero unitati accedentes ſemper fiunt minus quid, & unicuique convenit ſecundū æqualitatis rationem nona pars totius ſummæ 45, quod protinus oſtenditur in ſola exceſſus & defectus medieta- D te: Quia juſtitia aliæq; virtutes ſunt medietates illorum, nec eſſe aliud quid inveniuntur. Quapropter quanto 9. præter æquum abundat & plus habet, tanto primus habet minus. Quanto vero 8. tan-

Διὰ τοῦτο ὅσῳ παρὰ τὸ καθῆκον

ὑπερέ-

ὑπερέχει ὁ θ', καὶ πλεονεκτεῖ, τοσούτῳ λείπεται ὁ πρῶτος. Ὅσῳ δὲ ὁ Η', δεύτερος, καὶ ὅσῳ ὁ ζ', τοσούτῳ ὁ γ'. Καὶ ὅσῳ ὁ ϛ', τοσούτῳ ὁ δ'. Τῇ γὰρ ἐπὶ τὸ μέσον βραχὺ ἐγγύτητι, ὥσπερ ἐπὶ ἀορτὴν ζυγικοῦ πήχεος, ἀπίζωσις ὑποφύεται, ὡς κἀκεῖ ὀρθότητος γωνιῶν, τῶν τε πρὸς τὸν πῆχυν τῶν πλασίγγων, καὶ τοῦ τοῦ πήχεως πρὸς αὐτὸν τὸν ἀορτήν.

A to 2. quanto 7. tanto 3. quanto 6. plus habet, tanto 4. minus habet. Nam vicinitati ad breve medium, tanquam ad arteriam articuli jungentis (confinia) subnascitur adæquatio, tanquam rectorum ibi angulorum, quos habent lineæ ad gnomonem & gnomon ad ipsam arteriam.

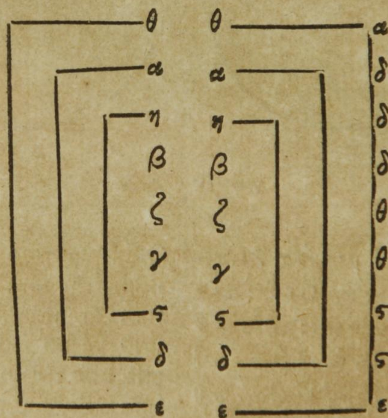


Ὁ δὲ μέσος ὁ ε' τοσούτῳ λείπεται, ὅσῳ πλεονάζει. Οὐδενὶ ἄρα καὶ μία μὲν ἡ ἔμφασις ἥδε τοῦ οὐδὲν [ὅτι χρήσιμον ἐν τῇ θεωρίᾳ] καὶ ἄλλη δὲ εὐθὺς ἀναφαίνεται. Οὐ γὰρ μόνον συνᾴδει καὶ τῷ σχήματι τοῦ χαρακτῆρος εἶναι τὸ ε' τὸ ἥμισυ τοῦ θ', ἀλλὰ καὶ ἔτι διὰ τὴν συγγένειαν ὁμοκατάληκτα

B Quinque vero, qui est medius numerus, tantum deficit, quantum abundat. Nemo quidem uno verbo satis significare potest hoc, quod nihil est (nam hoc utile in theoria) quin statim appareat, alia verba esse adhibenda ad rem significandam. Non C enim solum convenit figuræ notæ, quod sit dimidius, verum

A φύσει εἶναι τὰ συζύγως ἑκατέρωθεν αὐτοῦ. Ἐννάκις γὰρ ἐννέα, τῷ ἅπαξ α΄. Ὀκτάκι δὲ η΄, τῷ δὶς δύο. Ἑπτάκις δὲ ἑπτά, τῷ τρὶς γ΄. Ἑξάκις δὲ ἕξ, τῷ τετράκις δ΄. Μόνον δὲ αὐτὸ ἑαυτῷ τῷ πεντάκις πέντε. Ἔστι τὸ μὲν ἐννάκις ε΄. τῷ ἅπαξ ε΄. Τὸ δὲ ἐννάκις ς΄. τῷ ἅπαξ δ΄. τὸ δὲ ἐννάκις ζ΄. τῷ ἅπαξ γ΄. τὸ δὲ ἐννάκις B ὀκτώ, τῷ ἅπαξ δύο. Καὶ πάλιν, τὸ ὀκτάκις ζ΄. τῷ δὶς γ΄. καὶ τὸ ὀκτάκις ς΄. τῷ δὶς δ΄.

etiam adhuc quod per cognationem distent naturaliter eodem spatio quæque à fine suo, quæ copulative sunt in utroque latere numeri V. Novies enim novem, semel uni. octies octo, bis 2. Septies 7, ter 3. Sexies 6, quater 4. Sed quinquies 5. solum sibi convenit. Novies autem 5, semel 5. Novies vero 6, semel 4. novies. 7. semel 3. novies 8, semel duo. Et iterum octies 7, bis 3. & octies 6, bis 4. & septies 6, ter 4. καὶ τὸ ἑπτάκις ς΄, τῷ τρὶς δ΄.



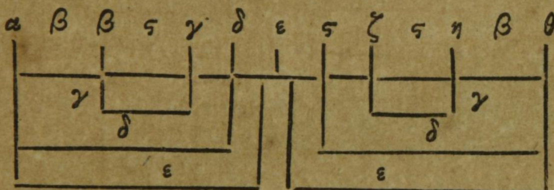
A Καὶ ἄλλως· Τὸ μὲν ἑξάκις ε΄. τῷ τετράκις ε΄. Εἰ καὶ μὴ τῷ ὀνόματι, ἀλλά γε τῇ δυνάμει· ὥσπερ καὶ ἀπεδεί-

Et aliter sexies 5, quater 5, & si non nomine, tamen potentia; ut ostendimus dimidium esse relativæ de-

ξαμένο

ξαμεν τὸ ἥμισυ τῷ δύο ἀντιπαρωνυμεῖν δυνάμει, ἀλλ' οὐκ ὀνόματι. Εἰ δὴ παρὰ τῶν πλεονεκτούντων, τοῖς πλεονεκτουμένοις, ὥσπερ κριταὶ δίκαιοι καὶ τοῦ ἴσου καὶ ἐπιβάλλοντος ἀποδοτικοί, λαμβάνοντες ἀποδιδοῖμεν, οὐκ εἰκῇ παρὰ τοῦ τυχόντος λαβόντες τῷ τυχόντι ἀποδώσομεν, ἀλλὰ κατὰ τὴν ἀναλογίαν, γνώμονι χρώμενοι, καὶ οἷον κανόνι τῷ μήτε πλεονεκτήσαντι, μήτε πλεονεκτηθέντι, τουτ' ἔστι τῇ πεντάδι. Οὗτος γὰρ μένος δίκαιος τὸ ἑαυτοῦ πλῆρες

A nominationis, ad numerum 2, quoad potentiam, non quoad nomen. Si quidem à plus habentibus sumpserimus, & reddiderimus minus habentibus, tanquam iusti iudices, æquum & debitum tribuentes: non temere accipiemus ab illo, quem fors offert, & dabimus illi, in quem forte incidi-B mus; sed secundum proportionem utemur gnomone & norma, quę neque alios fraudat, neque ab aliis fraudata est, hoc est, numero quinario, qui solus iustus



ἔχει. Ἀπὸ τοῦ οὖν ἐννέα τὸν ἀπ' αὐτοῦ πέμπτον λαβόντες, τῷ α. δώσομεν. Καὶ ἰσοθήσονται ὁ πλεῖστον ἀδικήσας, καὶ ὁ πλεῖστον ἀδικηθείς· Πέμπτον δὲ ἀπὸ τοῦ ἐννέα τὰ τέσσαρα. Ἔστι γὰρ η΄. ζ΄. ϛ΄. ε΄. δ΄. Πάλιν ἀπὸ τοῦ η΄. προσθήσομεν τῷ δύο, ἀφελόντες γ΄. ἀπὸ τοῦ η΄ πέμπτον γὰρ τὰ γ΄. Καὶ ἀπὸ τοῦ ζ΄ ἀφε-

possidet sui plenitudinem. A novem igitur sumentes numerum, qui quintus est à novem, da-D bimus uni, æquabunturque & qui maximam iniuriam fecit, & qui passus est. Quintus autem à novem est 4. sunt enim 8.7.6.5.4. Rursus ab octo sumentes tres, addemus 2. Quia sunt quintus ab octo. A 7. auferentes quintum. 2.

λόντες

λόντες τὸν ἀπ' αὐτοῦ πέμπτον τῷ β', προσθήσομεν τῷ γ'. Καὶ ἰσωθήσεται. Καὶ πάλιν ἀπὸ τοῦ ϛ' ἀφελόντες τὸν ἀπ' αὐτοῦ πέμπτον τὸ ἓν, προσθήσομεν τῷ δ'. Καὶ ἔσονται ἴσοι. Ἀπὸ δὲ τοῦ ε' ἀφελόντες οὐδὲν [τὸ ἀπ' αὐτοῦ πέμπτον γὰρ οὐδὲν] ἀλλὰ τὸ οὐδὲν προσθήσομεν αὐτῷ, καὶ ἔσται ἑαυτῷ ἴσος. Οὕτως τὸ νοούμενον ἔλαττον μονάδος ἀδιαιρέτου οὔσης, τὸ οὐδὲν πανταχοῦ σώζει πρὸς τὴν μονάδα τὴν ἀναλογίαν μᾶλλον, ἤ, ὅπερ ἐκεῖνοι ἐνόμιζον, ἥμισυ, καὶ γέγονεν ἡ μονὰς καὶ αὐτὴ τῶν παρ' ἑκάτερα συντεθέντων ἡμίσεια. Τοῦ γὰρ δύο καὶ τὸ οὐδὲν, ἥμισυ τὸ ἕν, αὐτὸ μέντοι τὸ τοῦ οὐδὲν ὄνομα ἐμφαντικώτατα ἡμῖν σημαίνει, φύσει ἐλάχιστον εἶναι, καὶ ἄτομον τὴν μονάδα. Τὸ γὰρ οὐδὲν ἐν διαιρέσει στερίσκει πάσης οὐσίας, ὅπερ οὐκ ἂν ἐννοεῖτο, εἰ τὸ ἥμισυ ὑπῆρχεν, ἢ τρίτον, ἢ τὰ ὅμοια αὐτῆς μέρη. Τί γὰρ δεῖ προσεπιπλέκειν, ὅτι ἡ μονὰς πολυπλασιάσασα ἀριθμὸν ὀντινοῦν, αὐτοῦ ἐκείνου οὐκ ἐκβαίνει; ὁπότε καὶ αὐτὴ τοῦτο ποιήσασα ἑαυτῇ οὐκ ἐξίσταται, ὡς ἂν μεθόριον τοῦτε ἁπλῶς ἀριθμοῦ, καὶ τοῦ οὐδὲν πεφυκυῖα. Ὁ μὲν γὰρ εἴτε ἑαυτὸν, εἴτε ἄλλον λάβοι, ἐν οὐδετέρῳ τὸν λόγον ἵστησιν·

A addemus 3. & æquabuntur. Rurſus à 6. auferentes quintum h. e. 1. addemus 4. & erunt æquales. à 5 vero nihil auferentes (nam quod ab ipſo eſt quintum, eſt nihil) unum *nihil* illi addemus, & erit ſibi ipſi æqualis. Ita unitatis indiviſibilis illud minus, (quod mente concipitur & ubique eſt nihil) ſer-
B vat ad unitatem magis proportionem, quam, ut alii cenſent, dimidium, ipſaque unitas eſt dimidium alterutris adjunctorum. Nam duorum *nihil*, eſt dimidiatum unum: ubi ipſum *nihili* nomen nobis maxime exprimit & oſtendit, naturâ eſſe quid minimum, & inſecabilem unita-
C tem. Nam illud *nihil* in diviſione privat omni ſubſtantia; ut cogitari non poſſit, an ſit dimidia, an tertia, vel ſimilis alia unitatis pars. Quid enim debet multiplicare unitas, ſi quemcunque numerum multiplicans, eundem non excedat, & hoc faciens à ſe ipſa non recedat, ut quæ ſit confinium ſim-
D plicis numeri, & τοῦ *nihili*. Si enim vel ſeipſum vel alium numerum aſſumat, in neutro rationem conſtituit, ſed omnino tertium producit: *Nihilum* vero, ſive ſe i-

ἵστησιν· Ἀλλὰ πάντως τρίτον τινὰ ἀπογεννᾷ. Τὸ δὲ οὐδὲν, εἴτε ἑαυτὸ, εἴτε ἄλλο δόξειε πολυπλασιάζειν αὐτὸ, οὐδέποτε ἐκβήσεται. Οὐδενάκις γὰρ οὐδὲν καὶ οὐδενάκι θʹ, οὐδέν. Ἴσον γὰρ τῷ οὐδαμῶς θʹ, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως. Ἡ δὲ μονὰς ὡς ἀμφοῖν μέση, ἐὰν μὲν ἄλλον λάβῃ ἐν ἐκείνοις τὸν λόγον, ἐὰν δὲ ἑαυτὴν ἐν ἑαυτῇ ἀπολείπῃ. Καὶ ἔτι προσθετέον μετὰ τῶν προσυμφανισθέντων, ὅτι ἀντιπερίσταται προκοπὴ ὑποβάσει, καὶ ὑπόβασις προκοπῇ. Ἅπαξ γοῦν ἐννέα, ἐννέα, καὶ ὁ λόγος ἔμεινεν ἐν ταῖς ἀκρότησι· Καὶ δὶς θʹ, ιηʹ· Καὶ μετέβη ὁ λόγος εἰς τὰς δευτέρας ἀκρότητας, καὶ τοῦτο ἐφεξῆς. Ἑτέρου γὰρ καιροῦ διερευνᾶν ἐπιπλέον, πῶς καὶ τετραγωνισθέντος ἀπὸ τῆς στοιχηδὸν ἐκθέσεως τοῦ ἀριθμοῦ, οὐκ ἐλάττονα πιθανὰ ἐπισυμβαίνει φύσει καὶ οὐ νόμῳ, ὡς φησί που Φιλόλαος· τοῦ μὲν εʹ, ὁμοίως καὶ ἐνταῦθα μεσότητος εὑρισκομένης κατὰ τὰς τρεῖς ἄλλοτε ἄλλως στίχους. Μόνον δὲ τῶν ἑπομένων αὐτοῦ κατὰ τὸ μῆκος καὶ πλάτος, καὶ ἔτι διαγωνίως ἀπειληφότων τὸ

A psum, sive aliud videatur multiplicare, nunquam egredietur. Nullies enim *nihil*, & nullies novem sunt *nihil*. Æquale enim est τῷ nullatenus novem, & similiter in aliis. Unitas vero est media quasi duorum, sive in illis aliam habeat rationem, sive se ipsam in seipsa

B relinquat. Præter illa, quæ hic jam manifesta fecimus, addendum est, quod sibi invicem contrarientur progressus retrogressui, & retrogressus progressui. Ergo semel novem est novem, & ratio mansit in extremitatibus. Et bis novem sunt 18, & ratio transiit ad secundas extremitates:

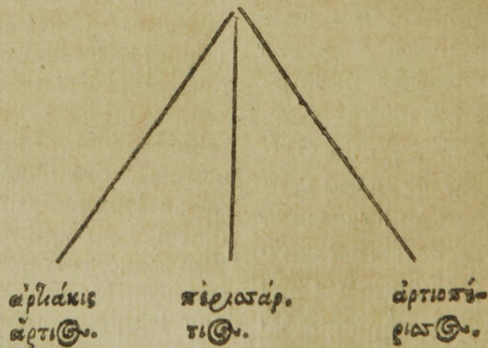
C & de hoc deinceps agemus. Alio enim tempore fusius investigandum est, quomodo & quadrati ab ordinata expositione numeri per naturam non legem (ut dicebat Philolaus) postea accedant non minora verisimilia; ut in numero quidem 5 (qui & similiter hic in-

D venitur medietas secundum tres subinde alium, ordines) eorum tantum, qui illum sequuntur quoad longitudinem & latitudinem, item qui diagonaliter justam portionem capiunt. Qui vero habent se aliter, & plus & minus habent, non fortuito, sed secundum quandam propor-

A ἐπιβάλλον· Τῶν δὲ μὴ οὕτως ἐχόντων, πλονεκτούντων τε καὶ πλεονεκτουμένων, καὶ οὐχ ὡς ἔτυχον· Ἀλλ' ὡς κατά τινα ἀνάλογον ἀντιπεπόνθησιν. Ἀλλὰ νῦν γε ἀναπέμψαντες τὸν περὶ τούτων πλήρη λόγον, εἰς τὸν περὶ δικαιοσύνης ἴδιον, χωρῶμεν ἐπὶ τὰ ἑξῆς. B Τοῦ γὰρ ἀρτίου καθ' ὑποδιαίρεσιν τὸ μὲν ἐστιν ἀρτιάκις ἄρτιον, τὸ δὲ ἀντίζυγον τούτῳ ἀρτιοπέρισσον, ὡσανεὶ ἀκρότητες· Μέσον δὲ αὐτῶν, καὶ οἷον κοινὸν ἀμφοτέρων, περισσάρτιον. Ὅπερ ἀγνοοῦντες οἱ περὶ Εὐκλείδην, συγκεχυμένως τὸν αὐτὸν οἴονται περισσάρτιόν τε καὶ ἀρτιοπέρισσον εἶναι· οὐδὲν ἀκριβὲς ἐν τῷ τόπῳ γλαφυρωτάτῳ παρόντι θεωρήσαντες, ὡς ἑξῆς δειχθήσεται.

tionalem contrarietatis affectum. Nunc vero omittentes plenum de iis ſermonem, qui proprie ad iuſtitiam pertinet, deveniamus ad ſequentia. Nam ſecundum ſubdiviſionem aliud eſt pariter par, aliud, quod illi opponitur, eſt pariter impar, tanquam extremitates: medium vero ipſorum & tanquam utriſque commune, impariter par. Quod cum ignorent, qui Euclidem ſequuntur, confundunt idemque credunt eſſe pariter par & pariter impar, nihil ſubtile in hoc elegantiſſimo loco excogitantes, ut in conſequentibus oſtendetur.

τῶν ἀρτίων



Ἀρτιά-

Ἀρτιάκις ἄρτιος μὲν οὖν ἐστιν ἀριθμὸς, ὁ τὰ ἑαυτοῦ ἡμίση καὶ τὰ τῶν ἡμίσεων ἡμίση, καὶ ἔτι τῶν ὑπ' ἐκεῖνα μέχρι μονάδος ἀεὶ ἄρτια ἔχων, ᾧ καὶ διὰ τοῦτο συμβέβηκε μόνῳ, ὑπ' ἀρτίου μετρεῖσθαι μόνον ἀρτιάκις· Εἰ δέ τις πρὸς τούτῳ ἔτι καὶ πλειστάκις μετρεῖται ὑπὸ ἀρτίου, ἐκφεύξεται τὸ λεγόμενον, καὶ ἔσται θατέρου τῶν ἄλλων εἰδῶν. Ὥστε καὶ ἐνθάδε ἡμαρτημένος πάλιν Εὐκλείδης ἀφορίζεται λέγων· Ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ὑπ' ἀρτίου ἀρι-
"θμοῦ μετρούμενος ἀρτιάκις. ἰδοὺ
" γὰρ ὁ κδ´ ὑπὸ τοῦ ϛ´ ἀρτίου, τε-
" τράκις μετρεῖται, καὶ ὑπὸ τοῦ δ´. ἑξάκις, καὶ ἕτεροι ἄλλοι ὁμοίως. καὶ οὐκ εἰσὶν ἀρτιάκις ἄρτιοι, οὐδὲ κατ' αὐτὸν παρακολούθημα δι' αὐτοῦ, τὸ τὴν εἰς δύο λύσιν αὐτὸν τείχειν καὶ τὰ μέρη, καὶ τῶν μερῶν τὰ μέρη, καὶ τοῦτο μέχρι τῆς φύσει ἀτόμου μονάδος. Ἔοικε δὲ, διὰ τὸ μὴ μόνον ὑπ' ἀρτίου ἀρτιάκις μετρεῖσθαι, τετυχέναι τοῦ ὀνόματος, ἀλλὰ καὶ ὅτι πᾶν, ὃ ἂν ἐν αὐτῷ μέρος ληφθῇ, ἀρτιακῶς ὀνομάζεται. Καὶ πάλιν ἡ ἑκάστῳ μέρει ἐμπεριεχομένη δύναμις, τοῦτ' ἐστὶν αἱ μο-

A Est igitur numerus pariter par, qui sui ipsius dimidia, & dimidiorum dimidia, imo eorum, quæ sunt sub illis, dimidia usque ad unitatem semper habet paria. Cui soli propterea proprium est, à pari mensurari tantum pariter: Si vero quis insuper numerus etiam impariter mensuretur à pari; non evenient, B quæ diximus, & numerus e diverso habebit alias formas. Unde iterum contra definitionem peccat Euclides, quando dicit: Pariter par numerus est, qui à pari numero mensuratur pariter. Ecce enim 24. à 6. pari, quater mensuratur, & à 4. sexies, & alii numeri similiter, nec erunt pariter C pares ob consequentiam definitionis, quæ vult illum numerum posse solvi in duas & partes & partium partes, donec ad unitatem deveniatur, quæ per naturam est insecabilis. Ita autem nominatus videtur, non solum quia à pari pariter mensuratur, sed etiam quia omnis pars, quæ in illo est sumpta, pariter appellatur. Iterum D potentia, quæ singulis partibus continetur, *h. e.* unitates sunt & ipsi pares numeri ejusmodi. Origo vero ejus est ab unitate, proportione ratio dupla in infinitum. Si vero se-

νάδες, ἄρτιοι καὶ αὐτοὶ ὁμοειδῶς εἰσι. Γένεσις δὲ αὐτῶν ἀπὸ μονάδος, ἀνάλογον διπλασίου λόγου ἐπ' ἄπειρον. Ἀλλ' ἐὰν κατὰ περιττὴν ἔκθεσιν οἱ ἀρτιάκις ἄρτιοι ἀπὸ ῥίζης προχειρισθῶσιν εἰς μίαν μεσότητα, ἀντιπαρωνυμήσουσι αἱ ἀκρότητες ἐν αὐτοῖς, καὶ αἱ μετ' ἐκείνας, καὶ αἱ συνεχῶς μέχρι τῶν παραμέσων, ὥστε καὶ τὸ ὑφ' ἑκάστης συζυγίας ἴσον ἀποτελεῖσθαι τῷ ἀπὸ τῆς μεσότητος. Ἐπεὶ καὶ μόνη ἡ αὐτὴ παρωνύμως ἀνθυπήκουεν αὐτῇ. Ἐὰν δὲ κατ' ἀρτίαν ὁ λόγος εἰς δύο μεσότητας ἀντιπαρωνυμούσας ἀλλήλαις, διδαχθήσεται, ὥστε καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν ἴσον ἀποτελεῖσθαι, τῷ ὑπὸ τῶν παρ' ἑκάτερα ἐνταχτῶν ἀεὶ μέχρι τῶν ἄκρων. Διαφορὰν δὲ πάντως ἕξουσιν ἐν τῇ τῆς γενέσεως προκοπῇ, οἱ μείζονες ἀεὶ πρὸς τοὺς ἐλάττονας, καὶ πρὸς αὐτοὺς ἐλάττονες. Ἵν' ἐκ τούτου καὶ αἱ διαφοραὶ καὶ αὐτῶν διαφορῶν πάλιν διαφοραὶ καὶ τούτων μέχρι ἐπιδέχεται τὸν αὐτοῦ λόγον ἔχουσαι, τριγώνου τρόπον σχηματίζονται. Κατὰ σύνθεσιν δὲ αὐτῶν τὴν σωρηδὸν, καὶ περισσογωνία πάντως γίνεται,

A cundum imparem expositionem pariter pares à radice sumantur ad unam medietatem, extremitates in illis erunt relativæ denominationis, & quæ sequuntur & quæ cohærent usque ad medio proxima. Ita ut illud, quod est sub unaquaque binorum copulatione, reddatur æquale illi, quod fit
B à medietate: quoniam medietas in denominatione sibi soli relative respondet. Si vero secundum parem expositionem ratio ad duas sumatur medietates, quæ relativæ fuerint denominationis; docebimur illud, quod est sub medietatibus, reddi æquale illi, quod est sub
C utrinque ordinatis ad extremitates. Differentiam vero omnino habebunt in genituræ progressu majores ad minores, & vice versa; ut ex hoc differentiæ, & differentiarum rursus differentiæ, & harum differentiæ (quamdiu ipsius rationem habentes admittunt) assumant formam trian-
D guli: secundum vero ipsorum acervatam compositionem oritur omnino angulorum imparitas, quæ nobis statim erit usui, ad investigandam perfectorum numerorum originem. Nam qui numerus apud illam erit futu-

περι-

α γ ε ζ θ ια ιγ ιε
β ς ι ιδ ιη κβ κς λ

χρησιμεύουσα ἡμῖν μετὰ βραχὺ εἰς τὴν τῶν τελείων γένεσιν. Ἀεὶ γὰρ παρ' αὐτὴ ὁ μέλλων, παρὰ τὴν μονάδα παρεμφαίνεται, πάντες καὶ οἱ μέλλοντες ἀρτιοιγενικῶν. Τούτων γὰρ ἡ ἔκθεσις. παρὰ δὲ τὴν μονάδα πᾶς ἄρτιος ἀναγκαίως περισσός, καὶ ἐπὶ πασῶν τῶν ἀναλόγων ἐκθέσεων βεβαιοῦται, τὸ ἀδιαίρετον τῇ φύσει τὴν μονάδα μένειν. Ἀντιπαρωνυμοῦσαν γὰρ ἑκάστοτε τῷ μεγίστῳ τὴν τοῦ ὅλου προσηγορίαν μόνη ὑφαίνει. Ἀρτιοπέριττος δέ ἐστιν, ὁ καὶ αὐτὸς μὲν εἰς δύο ἴσα κατὰ τὸ κοινὸν διαιρούμενος. Οὐ μέντοι γε τὰ μέρη ἔτι διαιρετὰ ἔχων· ἀλλ' εὐθὺς ἑκάτερον περισσὸν ἔνθεν καὶ ὠνομάσθη. Ὅτι ἄρτιος ὢν τὰ μέγιστα μέρη εὐθὺς περισσὰ ἔχει. Ἢ μᾶλλον, ὅτι τοῖς τῶν ἐν αὐτῷ μερῶν ὀνόμασιν αἱ αὐτῶν δυνάμεις ἀντιποιοῦσιν, ἄρτιαι μὲν οὖσαι περισσωνυμούντων ἐκείνων, περισσαὶ δὲ ἀρτιωνυμούντων, καὶ οὐ κατὰ τοῦτο μόνον ἀντικεῖσθαι τῷ πρώτῳ εἴδει τοῦ ἀρτίου ἐλέχθη· ἀλλὰ καὶ ὅτι τούτου μὲν τὸ μεῖζον ἄκρον μόνον ἅπαξ διαιρετόν,

A rus, prius per unitatem declaratur, omnesque futuri pares, sunt genitivorum. Horum enim est expositio. In unitate vero omnis par numerus est necessario impar, inque omnibus proportionalibus expositionibus confimatur unitatem natura manere indivisibilem. Sola enim totius appellationem contexit ubiq, relativam maximo. B Pariter vero impar numerus est, qui ipse in duas æquales partes communiter quidem dividitur, quarum partium partes non possunt dividi, sed statim altera est impar; unde etiam appellatur: quia, cum sit par, maximas partes habet protinus impares: Vel potius, quia C vocabulis partium (quæ in pariter impari sunt) contrarium faciunt illarum potestates. Potentiæ quidem cum sunt pares, vocabula denominatione sunt imparia; cum potentiæ denominatione sunt impares, vocabula paria: Nec tantum propterea dixi formæ paris primæ *h.e. pariter pari* oppositum, sed eti-D am, quia hujus maxima extremitas tantum semel divisibilis est, cum sit indefinita, & alias alia; illius vero sola minima extremitas indi-

ἄοριστον ὂν καὶ ἄλλοτε ἄλλο. Ἐκείνου A
δὲ τὸ ἔλαττον μόνον ἀδιαίρετον, ὡρισμένον ὑπάρχον καὶ ταυτὸν ἀεὶ, γεννᾶται δὲ δυάδος τοὺς τάξει περισσοὺς μηκυνούσης, ἵν', ἐπειδὴ δυάδι οἱ γνώμονες ἀλλήλων διαφέρουσι, δυὰς δὲ καὶ ἡ μηκύνουσα τῶν ἀποτελουμένων ἡ παραλλαγὴ, συνεχῶν τετρὰς ᾖ. Δὶς γὰρ δύο τοῦτο. B
Καὶ μὲν ἀπὸ τοῦ δυνάμει περισσοῦ ἀρχόμεθα, ὁ δυνάμει ἀρτιοπέρισσος ἀποτελεῖται ὁ δύο. Ἐὰν δὲ ἀπὸ τοῦ ἐνεργείᾳ τοῦ τρία, ὁ ἐνεργείᾳ ϛʹ. Ἔσονται δὴ ἐν τῇ φυσικῇ τοῦ ἀριθμοῦ ἐκθέσει οἱ τοιοῦτοι. Δυάδι μὲν εἰδοποιούμενοι τρεῖς δὲ παραλείποντες, τετράδι δὲ δια- C
φέροντες, πέμπτοι δ' ἀπ' ἀλλήλων. Ὅτι δ' ἐφάνη τὸ συνεχὲς, ὅπερ ἐστὶ πηλίκον, ἀντιπάσχον τῷ διῃρημένῳ, τοῦτ' ἐστι ποσῷ, κέχρηται δὲ ἤδη τὸ πρῶτον εἶδος τῇ τοῦ πηλίκου, ἀναλογίᾳ δὲ χρήσεται καὶ τοῦτο τῇ τοῦ ποσοῦ, ὡς ἂν καὶ τὸ ἀντικείμενον D
ἐκείνῳ καὶ κατ' ἀριθμητικὴν μεσότητα αἱ ἀκρότητες συντεθειμέναι ἴσαι ταῖς μεσότησιν ἔσονται ἐν ἀρτίᾳ ἐκθέσει. Ἐν δὲ περισσῇ τῇ μεσότητι σὺν αὐτῇ, τοῦτ' ἐστι διπλαὶ

A visibilis, cum sit definita semperq; eadem. Generatur vero binario, qui ordine impares producit in longius; ut, quando binario differunt inter se gnomones, binarius & producens, qui facit differentiam absolutorum numerorum, cohærentium sint quaternarius. Ille enim fit a bis duobus:
B Siquidem incipimus a numero, qui potentia est impar, duo efficientur numerus potentiâ pariter impar: si vero incipimus a numero, qui actu est impar, ut tribus; actu pariter impar erit 6. Erunt vero in naturali numeri expositione tales; in binario accipientes formam, tres prætereuntes, qua-
C ternario differentes, quinti a se invicem. Quia . utem continuam quantitatem constat esse contrariæ naturæ, atq; est discreta; habuit prima species (h. e. pariter par) proportionem geometricam, hæc vero (pariter impar) arithmeticam habebit; itaque opposita illi, & secundum arithmeticam me-
D dietatem extremitates compositæ erunt æquales medietatibus, in pari expositione; in impari vero erunt æquales medietati, quæ in se est composita, h. e. erunt duplæ ejus. Ita & illud, quod fit a numero, qui per geometricam

αὐτῆς,

αὐτῆς, ὥσπερ καὶ τὸ ἀπὸ τοῦ γεωμετρικῶς ἐν ἀρτιάκις ἀρτίῳ συμβάντος, τὸ τοὺς ἄκρους καὶ τοὺς ὑπ' ἐκείνους, μέχρι μέσου ἀλλήλους πολυπλασιάζοντας, ἴσους γίνεσθαι, τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου πολυπλασιασθέντι, ἢ δυσὶ μέσοις, καὶ αὐτοῖς μηκυνομένοις, καθὰ καὶ οἱ ἑκατέρωθεν αὐτῶν ἄκροι ἐν ἀρτίᾳ δηλονότι ἐκθέσει. Ἴδιον δὲ τοῦ εἴδους τούτου ὑπεναντίον τῷ τοῦ προτέρου, τὸ μόνον ὑπὸ ἀρτίου περισσῶς, ἢ ὑπὸ περισσοῦ ἀρτίως κατὰ ἀναστροφὴν μετρεῖσθαι. Ἐπειδὴ δὲ ἐνταῦθα προδηλότερον ἁμάρτημα παρὰ τῷ Εὐκλείδῃ ἐστὶ, τὸ μὴ διακρίνειν ἀρτιοπέρισσον περισσαρτίου, μηδὲ τὸν ἕτερον μὲν αὐτῶν ἀντικεῖσθαι ἀρτιάκις ἀρτίῳ, τὸν δὲ λοιπὸν ἀμφοτέρων μίγμα νομίζειν. Ἔτι σαφέστερον περὶ τοῦ τρίτου λέγωμεν, αὐτὸ τοῦ Εὐκλείδου ῥητὸν προεκθέμενοι περὶ αὐτοῦ. Λέγει „ γὰρ οὕτως. Ἀρτιοπέρισσος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ὑπ' ἀρτίου ἀριθμοῦ με„ τρούμενος περισσάκις, ὅδε αὐ„ τὸς καὶ περισσάρτιός ἐστι. Καὶ γὰρ „ ὑπὸ περισσοῦ μετρεῖται ἀρτιάκις. „ οἷον λέγου χάριν ὁ ς'. Ἐὰν μὲν „ γὰρ δὶς τρία λέγωμεν, ἀρτιοπέ-

A proportionem in pariter pari convenit, item extremitates, & qui se mutuo sub illis numeri multiplicant ad medium usque, redduntur æquales illi, quod est à medio multiplicatum, sive duobus mediis productis, ut etiam utrinque ipsorum extremitates, in pari videlicet expositione. Habet ve-
B ro ista species hoc proprium (contra atque prima) quod solum â pari mensuretur impariter, sive impari pariter secundum inversionem. Postquam vero inde constat, erraſſe Euclidem, dum non discernit pariter imparem ab impariter pari, neque alterum eorum opponi pariter pari, reliquum ve-
C ro putat mixturam esse amborum: majori perspicuitate de tertio dicamus, prius proponentes, quæ Euclides de illo tradiderit. Nam ita definit: Pariter impar numerus est, qui à pari numero impariter mensuratur, qui & ipse est impariter par. Nam & ab impari numero mensuratur pariter;
D ut verbi gratia 6. Si enim diximus bis tria, erit pariter impar; si vero ter duo, impariter par: ineptissime hoc. Sed & in tertio Arithmeticorum libro hos tres numeros in unum confundit, dum scilicet nominis significati-

ισσος, ἐὰν δὲ τρὶς δύο, περισσάρτιος. Πάνυ εὐήθως. Ἀλλὰ καὶ ἐν τῷ τρίτῳ τῶν ἀριθμητικῶν τοὺς τρεῖς εἰς ἓν συγχεῖ, δουλεύων δηλονότι τῇ τοῦ ὀνόματος ἐμφάσει. Φησὶ γάρ. Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς τὸ ἥμισυ ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις τε ἐστὶ περισσὸς, καὶ περισσάκις ἄρτιος, τὸ αὐτὸ δηλονότι τοῖς ἔμπροσθεν λέγων. Εἶτα ἐπιφέρει. Ἐὰν ἄρτιος μήτε τὸ ἥμισυ ἔχῃ περισσὸν, μήτε τῶν ἀπὸ μονάδος ᾖ διπλασιαζομένων, ἀρτιάκις τε ἐστὶν ἄρτιος, καὶ ἀρτιάκις περισσὸς ὁ αὐτὸς, καὶ περισσάκις ἄρτιος. Καὶ ὁ μὲν Εὐκλείδης οὕτως· Ἡμῖν δὲ μᾶλλον λεγέσθω τὸ τρίτον εἶδος, ὃ κοινῶς ἐξ ἀμφοῖν πλάσσεταί τε καὶ εἰδοποιεῖται, καὶ συμβεβηκότα ἴσχει. Ἔστιν οὖν καὶ τῷ ὅρῳ κρᾶμα αὐτῶν. Ὑπό τε γὰρ ἀρτίου ἀρτιάκις μετρεῖται, καὶ ὁ αὐτὸς ὑπ' ἀρτίου περισσάκις. Οὐδετέρῳ δὲ τῶν προτέρων τοῦθ' ἅμα συμβέβηκεν. Ἀλλὰ θάτερον μόνον θατέρῳ. Καὶ μὲν τὸ πλεονάκις μὲν τοῦ ἅπαξ διαιρεῖσθαι παρὰ τοῦ ἀρτιάκις ἀρτίου ἔχει· Τὸ δὲ μὴ μέχρι μονάδος δύεσθαι, παρὰ τοῦ ἀρτιοπερίσσου, καὶ τὸ μὲν ἀντιπαίεσθαι τὰ τῶν μερῶν ὀνόματα ὑπὸ τῶν δυνάμεων, κοινωνεῖ τῷ δευτέρῳ· Τὸ δὲ ἅμα καὶ ὁμωνυμεῖν οὐκ ἀπήλλα-

oni inservit. Dicit enim: si numerus par dimidium habeat impar, erit & pariter impar, & impariter par: ubi videlicet dicit eadem quæ superius. Deinde sic infert. Si numerus par neque dimidium habeat impar, neque sit inter illos, qui ab unitate duplicantur, erit pariter par, idemque pariter impar & impariter par. Et sic quidem Euclides: At nos magis de tertia specie dicamus, quæ communiter ex ambobus fingitur & formatur & habet accidentia. Est igitur quoad definitionem Impariter par quid mixtum ex pariter pari & pariterimpari. Nam à pari mensuratur pariter & impariter. Nulli priorum hoc simul contigit, sed alterum tantum alteri; quod sæpius quam semel possit dividi, habet à pariter pari: quod vero non possit descendere ad unitatem, habet à pariter impari. Et quidem commune habet cum secundo, quod partium ejus vocabula a potestatibus repercutiantur; quod vero sint ejusdem nominis, habet non dissimile pri-

λακται τοῦ προτέρου, ἀπό τε τοῦ μείζονος ἄκρου, ὅτι πλεονάκις ἢ ἅπαξ διχοτομεῖται, προστρέχει τῷ μέχρι μονάδος αὐτῷ, ἀφιστάμενος τοῦ ἅπαξ μόνον διχαζομένου· Πρὸς δὲ τῷ ἐλάττονι καὶ ἄλλα διαλυτὰ ἔχων, ἀφίσταται μὲν τουτέως, προσεχὴς δὲ τῷ ἐναντίῳ γίνεται, καὶ ἡ γένεσις δι' αὐτοῦ ἐξ ἀμφοῖν μικτή. Τοὺς μὲν γὰρ τοῦ ἀρτιοπερίσσου γνώμονας ἐκθέσθαι πάντας ἑξῆς ἀπὸ τριάδος· Τοὺς δὲ ἀρτιάκις ἀρτίους αὐτοὺς ἐπὶ ἑαυτῶν, καὶ γνώμονας ἀπό τε τριάδος τάξει, καὶ ὁποτέρωθεν οὖν. Ἀδιάφορον γὰρ τῷ πρώτῳ τὴν προτέραν ἔκθεσιν καθ' ἕκαστον ἐξ ἀρχῆς μηκυντέον, μέχρι τις θέλει, εἶτα τῷ δευτέρῳ πάλιν τοὺς αὐτοὺς, καὶ μετὰ ταῦτα τῷ τρίτῳ, εἶτα πάλιν τῷ τετάρτῳ καὶ ἐπ' ἄπειρον. Ἐὰν μὲν γὰρ τοῖς τοῦ ἅπαξ διαιρετοῦ γνώμοσιν, οἱ τοῦ ἑτέρου πολυπλασιασθῶσι, γεννήσονται πρῶτον ὀγδοάδι μὲν διαφέροντες διπλάσιοι ἄρτιοι, περισσῶν ἐπίπλαστοι, περισσάρτιοι, ἄτακτοι ἀτάκτων. Εἶτ' ἀπ' ἄλλης ἀρχῆς οἱ αὐτῶν τούτων διπλάσιοι τῶν ἐξ ἀρχῆς τετραπλασίων, τετραπλασίᾳ πρὸς ἐκείνους χρώμενοι διαφορᾷ, πρὸς δὲ τοὺς πρὸ

A ori. Et à majori extremitate, quia sæpius quam semel dissecatur, accurrit ad illud quod est usque ad unitatem, & recedit ab illo quod semel tantum dividitur. Ad minorem vero extremitatem, ubi & alia habet dissolubilia, eatenus secedit: Fit autem contrario cohærens, ejusque radix mix-
B ta ex duobus. Nam numeri pariter imparis gnomones omnes exponi consequenter à ternario; pariter vero pares numeros in se, & gnomones à ternario ordine, & ex qualibet parte. Indifferenter enim priorem expositionem singulorum ex principio producere, quousque velis, debet
C primus, deinde secundus rursus ipsos, deinde tertius, deinde rursus quartus, & in infinitum. Nam si cum numeri semel divisibilis gnomonibus, multiplicentur alterius numeri gnomones, generabuntur primum octonario inter se differentes, duplices pares, imparium simulatores, impariter pa-
D res, inordinati inordinatorum: Dein ex alio principio duplices illorum, qui ex principio erant quadruplices, habentes ad eosdem differentiam quadruplam, necessario vero duplam ad hos, qui

αὐτῶν ἀναγκαίως διπλασία. Καὶ τοῦτο δι᾽ ὅλου ἀναλόγως, καὶ τοῦ μήκους ὑποφαινομένου. Ἐὰν δὲ ἔμπαλιν τοῖς τοῦ ἀρτιάκις ἀρτίου οἱ τοῦ ἀρτιοπερίσσου, τὰ μὲν αὐτὰ συμβήσεται, μεταστήσεται δὲ εἰς ἄλληλα τὸ μῆκος καὶ τὸ πλάτος, ὡς ἐν ἀμοιβῇ, ἵνα μέντοι προδηλώτερον ἠγνοηκὼς ὁ Εὐκλείδης ταῦτα φανῇ. Παρατηρητέον καὶ κατὰ τὰς ἐπιπλέον ἐκθέσεις, ἔντε μήκει καὶ πλάτει τὰ ἀμφοτέροις ἐκείνοις συμβεβηκότα, ἅμα τούτῳ ὑπάρχοντα μόνῳ, ὡς ἂν μίγματι αὐτῶν. Τῇ γὰρ γεωμετρικῇ ἀναλογίᾳ χρήσεται, ὡς ὁ ἀρτιάκις ἄρτιος, τὸ ὑπὸ ποιῶν τῶν ἄκρων ἴσον τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, ἢ ὑπὸ τῶν μέσων, παρὰ τὴν τῆς ἐκθέσεως ποσότητα. Τῇ δὲ ἀριθμητικῇ ἴσα συναμφότερα τὰ περιέχοντα τὸ μέσον, καὶ τὰ μέσα ἀποτελῶν, ἢ δὶς τῷ ἑνὶ, ἢ ἅπαξ τοῖς δυσίν. Οὕτως ἐν ἅπασι κοινῶς ἀμφοῖν, καὶ ὡσανεὶ ἔκγονος οὗτος δείκνυται, ἀντικειμένων ἀλλήλων τῶν προελθόντων, τοῦ ἀρτίου εἰδῶν, οὐ πάντη διαφέρων ἑκατέρου, οὔτε πάντη ὁ αὐτὸς ὤν. Εὐθυντέον δὴ τοὺς Εὐκλείδου ὅρους,

A erant ante ipsos. Et hoc quidem in toto proportionaliter & longitudine subapparente. Rursus vero si cum numeri pariter paris gnomonibus multiplicentur gnomones numeri pariter imparis, idem eveniet: mutabuntur autem inter se longitudo & latitudo tanquam in vicissitudine; ut illa Eucli-
B dem ignorasse magis appareat. Et religiose observandum, quæ illis duobus numeris in longitudine & latitudine secundum ulteriores expositiones contingunt, etiam in hoc solo existere veluti mixturâ ipsorum. Namque tanquam pariter par habebit geometricam proportionem, illudque quod est sub
C extremitatibus qualificatis erit æquale illi, quod fit a medio termino, vel sub mediis juxta quantitatem expositionis. Arithmeticam vero proportionem habebunt simul, æquales utræque medium continentes extremitates terminusque media perfi-
D ciens, sive bis uno, sive semel duobus: sic ille in omnibus communiter amborum & quasi nepos, cum paris numeri formæ inter se oppositæ procedunt, ostenditur neqe omnino ab altero differre, neque omnino idem esse. Debemus certe corrigere definitiones

καὶ

καὶ λεκτέον· Ὅτι ὁ μόνον ὑπ' ἀρτίου περισσάκις ἀρτιοπέρισσος, ὃ δ' οὐδέποτε μόνον θάτερον, ἀλλ' ἀμφότερα ἐξ ἀνάγκης ἀεὶ ἔχων, ὅπερ οὐδέτερος ἐκείνων, ἀμφότεροι δὲ ἅμα κρᾶμα εὐλόγως ἀμφοτέρων τῇ τοῦ λοιποῦ μετοχῇ τοῦ ἑτέρου ἀφιστάμενοι.

A Euclidis, & legere: Numerus qui a pari impariter fit pariter impar, nunquam habet solum alterum, sed semper necessario utraque; quia non est alter illorum, utrique vero simul mixturam jure amborum habent, per reliqui communicationem se ab altero separantes.

ἈΡΙΘΜΗΤΙΚῊ

E E M E T P A

γ	ε	ζ	θ	ια
ιβ	κ	κη	λϛ	μδ
κδ	μ	νϛ	οβ	πη
μη	π	ριβ	ρμδ	ροϛ
ϟϛ	ρξ	σκδ	σπη	τνβ

Τοῦ δὲ περισσοῦ ἀριθμοῦ πάλιν καθ' ὑποδιαίρεσιν τὸ μέν ἐστι πρῶ-

B Numerus vero impar secundum subdivisionem, alius est primus

του καὶ ἀσύνθετον, τὸ δὲ δεύτερον καὶ σύνθετον. Καὶ ἄλλως, τὸ μὲν καθ᾽ αὐτὸ πρῶτον, ὃ δὴ καὶ εὐθὺς πρὸς ἄλλο πρῶτον δὲ ἀσύνθετόν ἐστι. Τὸ δὲ καθ᾽ αὐτὸ δεύτερον, ὃ οὐκ ἀνάγκη καὶ πρὸς ἄλλο εἶναι δεύτερον. Ἀλλ᾽ αὐτοῦ τούτου τὸ μὲν πρὸς ἄλλο πρῶτον, τὸ δὲ πρὸς ἄλλο ἔσται δεύτερον καὶ σύνθετον. Πρῶτος μὲν οὖν καὶ ἀσύνθετος ἀριθμός ἐστι περισσὸς, ὃς ὑπὸ μόνης μονάδος πληρούντως μετρεῖται, οὐκέτι δὲ καὶ ὑπ᾽ ἄλλου τινὸς μέρους, καὶ ἐπὶ μίαν δὲ διάστασιν προβήσεται ὁ τοιοῦτος. διὰ τοῦτο δὲ αὐτὸν καὶ εὐθυμετρικόν τινες καλοῦσι. Θυμαρίδας δὲ καὶ εὐθυγραμμικόν. Εὐπλατὴς γὰρ ἐν τῇ ἐκθέσει, ἐφ᾽ ἓν μόνον διϊστάμενος. Ἴδιον δ᾽ αὐτοῦ, τὸ μὴ ἔχειν μέρος, ὅτι μὴ μόνον τὸ παρώνυμον αὐτῷ, οὗ μέγεθος ἐξ ἀνάγκης μονάς. Πρῶτος δὲ καλεῖται, οὐ μόνον ὅτι μέτρον αὐτοῦ ἡ μονὰς μόνη, ἄλλος δ᾽ οὐδεὶς ἀριθμὸς [πρωτίστη δὲ καὶ στοιχεῖον ἀριθμοῦ ἡ μονὰς] ἀλλὰ καὶ ὅτι οὐδεὶς πρὸ αὐτοῦ δύναται ἀριθμὸς θεωρηθῆναι, μονάδων

A nec compositus, alius secundus & compositus. Et aliter, impar alius est per se primus, qui protinus ad aliud est primus nec-compositus, alius per se secundus, quem non erit necesse alterius respectu esse secundum : sed hic ipse habebit alium respectu primum, alium respectu secundum & compo-
B situm. Primus ergo nec-compositus numerus est impar, qui à sola unitate plene mensuratur, non vero etiam ab ulla alia parte, & talis ad unam modo distantiam progredietur ; quapropter à quibusdam est vocatus Euthymetricus, h. e. *qui in directum mensuratus est*. A Thymarida vero Euthygrammicus, h. e. *rectis*
C *lineis constans*. Longus enim est in expositione, in unam tantummodo partem distans. Proprium vero ejus est, non habere partem, nisi quæ ab ipso sola est denominata, ita ut partis magnitudo necessario sit unitas. Vocatur autem primus non solum, quia ejus mensura sit sola unitas, & non alius numerus [Nam nu-
D merorum prima & elementum est unitas] sed etiam, quia nullus alius ante illum possit considerari numerus [qui est unitatum collectio] cujus ipse multiplex erit :

ἐὰν

ἑῶν σύστημα, οὐ αὐτὸς ἔσται πολυπλάσιος. Ἀλλὰ πρῶτον δῆλον, ὅτι ἑαυτὸν παρέξει εἰς τὸ ἄλλους τινὰς αὐτοῦ πολυπλασίους γενέσθαι. Ἀσύνθετος δὲ, ὅτι οὐκ ἂν λυθείη εἰς ἀριθμοὺς ἀλλήλοις ἴσους. Ἐξ οὗ δῆλον, ὅτι οὐδὲ συνετέθη ἐκ τοιούτων. Δεύτερος δὲ καὶ σύνθετος, ὁ τἀναντία τῷ λεχθέντι ἔχων, μέρος τε παρὲξ τοῦ παρωνύμου, ἢ ἓν ἢ πλείονα, μέτρον τε παρὰ τὴν μονάδα τὸν αὐτὸν τρόπον, ἢ ἓν ἢ πλείονα. Ὁ δὲ τοιοῦτος πρὸς τῷ γραμμικῶς εὐθυμετρεῖσθαι, ἔτι καὶ ἐπιπεδωθήσεται, ἤτοιγε τετραγωνικῶς, ἐὰν ἔχῃ μέρος παρὲξ τοῦ παρωνύμου, ἢ παραλληλογράμμως, ἐὰν ἐκ παντὸς δύο ἀνθυπακούοντα ἀλλήλοις ἔχῃ μέρη παρὰ τὴν τῶν πλευρῶν διαφοράν. Πλείονα δ' ἂν ἐπ' ἀμφοτέρων εὑρεθείη πολυπλασίου, πλειστάκις γενομένης τῆς ἐκθέσεως, ἕως τῶν ἐξ ἀρχῆς. Καλεῖται δὲ δεύτερος μὲν, ὅτι καὶ δευτέρῳ τινὶ μέτρῳ ἢ καὶ πλείοσι παρὰ τὴν μονάδα χρᾶται, καὶ ἐν πολυπλασίοις οὐδέποτε πρῶτος, ἀλλὰ μετὰ πρῶτον ἢ πρώτους ἀνάλογον τάσσεται. Σύνθετος δὲ, ὅτι καὶ εἰς ἀριθμοὺς ἴσους οἷός τε ἐστὶ λύεσθαι. Ἐξ οὗ φανερὸν,

A Sed est perspicuum, quod faciet primus ex se oriri alios sui multiplices. Incompositus vero, quia non solvitur in numeros sibi invicem æquales; Unde constat illum non esse ex talibus compositum. Secundus vero ac compositus e contra habet unam vel plures partes præter denominatam, eo-
B demque modo præter unitatem mensuram unam vel plures. Talis vero numerus non solum in longitudine directa mensurabitur; sed etiam superficialiter in latitudine, vel tanquam quadratum, cum habuerit partem præter denominatam, vel tanquam parallelogrammum, cum ad laterum differentiam habuerit duas ex toto partes ad se invicem rela-
C tas. Plura vero in amborum multiplici invenientur, cum impariter facta fuerit expositio usque ad primos numeros. Vocatur autem secundus, quod secunda vel pluribus præter unitatem mensuris utatur, & in multiplicibus nunquam primus, sed post primum vel primos propor-
D tio ordinetur. Vocatur vero compositus, quia potest in numeros

 νερὸν,

τερὸν, ὅτι καὶ συνετέθη ἐκ τούτων. Ἀπ' ἄλλης δὲ ἀρχῆς τοῦ δευτέρου εἴδους, τὸ μὲν καὶ καθ' ἑαυτὸν καὶ πρὸς ἄλλο δεύτερον, καὶ σύνθετόν ἐστιν. ὡς θ' πρὸς ιε', ἢ κα'. Τὸ δὲ καθ' ἑαυτὸν μὲν δεύτερον, πρὸς ἄλλο δὲ πρῶτον. ὡς τὰ θ' πρὸς κε'. ἢ λε'. Ἑτέροις μὲν γὰρ καθ' ἑαυτοὺς οὗτοι μέτροις ἄνευ τῆς μονάδος χρῶνται· Πρὸς δὲ ἀλλήλους μόνῃ ταύτῃ. Παραιτητέοι δὲ οἱ λέγοντες ἀνάπαλιν εἶναί τινα καθ' ἑαυτὸν πρῶτον καὶ ἀσύνθετον, πρὸς δὲ ἄλλον δεύτερον καὶ σύνθετον. Ἐξαπατῶνται γὰρ τὸ μέτρον αὐτῷ τῷ μετρουμένῳ συγκρίνοντες, καὶ οὐχ ὁρῶσιν, ὅτι κοινὸν δεῖ μέτρον ἄλλο παρὰ τὴν μονάδα, καὶ παρ' ἀμφοτέροις ἔχειν. Εἴ τινι συμβήσεται πρὸς ἄλλον, οὗτος καὶ καθ' ἑαυτὸν ὢν δεύτερος, ἔσται καὶ πρὸς ἄλλον δεύτερος. Δυνατὸν δὲ ἐκ τῶν ἐναντίων καθ' ἑαυτὸν ἔχοντα δευτέρως, πρὸς ἄλλον μὴ ἔχειν· Ἐὰν δύο τυχόντες περισσοὶ προβληθῶσιν εἰς διάγνωσιν, τοῦ πότερον πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, ἢ δεύτεροί εἰσι, καὶ εἰ δεύτεροι, τί κοινὸν αὐτῶν μέτρον; Ἀνθυφελοῦμεν ἀεὶ τὸν ἐλάττονα

A æquales solvi; unde constat ex iisdem esse compositum. Rursus ex alio principio secundæ speciei, alius est per se, & respectu alterius secundus & compositus. Ut 9 ad 15 vel 21. Alius vero per se est secundus, & respectu alterius primus. ut 9 ad 25 vel 35. Illi enim per se aliis mensuris absque B unitate utuntur; respectu vero alterius solâ unitate mensurantur. Excusandi vero sunt, qui e diverso dicunt, esse quendam numerum per se primum nec compositum, respectu vero alterius secundum & compositum. Falluntur enim, dum mensuram cum mensurando C conferunt, & non vident, quod præter unitatem communem aliam mensuram debeant in utrisque habere. Si quis forte ad alium fuerit secundus, hic & per se & ad alium erit secundus. Fieri autem potest ex adverso, ut, quæ per se sunt secunda, non sint secunda ad alium: si duo impares nu- D meri fuerint dijudicandi, utrum sint primi ad se invicem, an secundi, & si secundi fuerint, quænam communis ipsorum mensura; semper minorem à majore subducemus, quoties possumus, & similiter deficientem à numero, qui erat à principio minor, sem-

ἀπὸ

ἀπὸ τοῦ μείζονος, ὁσάκις δυνατὸν, καὶ τὸ λεῖπον ἀπὸ τοῦ ἐξ ἀρχῆς ἐλάσσονος, καὶ ὁμοίως ἀεὶ μέχρι ἂν ἤτοι εἰς μονάδα ἡ κατάληξις γένηται, ἢ εἴς τινα ἄλλον ἀριθμὸν, ἀφ' οὗ οὐκέτ' ἀφαιρεῖν οἷόντε. Καὶ οὗτος κοινὸν ἂν εἴη μέτρον τῶν ἐξ ἀρχῆς, οἵπερ δεύτεροι πρὸς ἀλλήλους λεχθήσονται, ὡς ιε πρὸς λε. Κοινὸν γὰρ αὐτῶν μέτρον ἡ πεντάς· Ἡ δὲ μονὰς πρώτους αὐτοὺς πρὸς ἀλλήλους καὶ ἀσυνθέτους ἀποφαίνει, ὅταν εἰς αὐτὴν ἡ κατάληξις γένηται. Τοιούτων γὰρ κοινὸν μέτρον αὕτη μόνη. Ἵνα δὲ τάξει πάντας ἡμεῖς τοὺς δευτέρους καὶ συνθέτους καθ' ἑαυτούς τε καὶ πρὸς ἀλλήλους εἰδῶμεν γεννᾶν, καὶ μέτρα αὐτῶν καὶ τὰ ἀντιπαρωνυμαζόμενα μέρη, ὅσα ἐὰν ᾖ, ἔφοδον τοιαύτην ἰστέον, ἥτις ὡσανεὶ κόσκινον τοὺς μὲν τοιούτους ἐντὸς τοῦ λόγου καθέξει, τοὺς δὲ λοιποὺς πρώτους δηλονότι καὶ ἀσυνθέτους, ὥσπερ ἐκβόλους ἀποχωρίσει, στοιχηδὸν εὐτάκτους τοὺς ἀπὸ τριάδος περισσοὺς ἐφεξῆς, ὡς ὅτι μάλιστα ἐπὶ μήκιστον ἐκθέτους. Καὶ τῷ πρώτῳ πειρόμενος μετρεῖν πληρούντως τῶν ἐφεξῆς δυνήσῃ τοὺς δύο μέσους παραλιπόντας ἐπ' ἄπειρον.

A per ſubtrahemus, donec fiat terminatio in unitatem, vel quemcunque alium numerum, a quo nihil auferri poteſt. Et iſte numerus erit communis menſura priorum, qui reſpectu mutuo ſecundi dicentur; ut 15 ad 35. Nam horum communis menſura eſt quinarius: Unitas vero ipſos B reſpectu mutuo primos nec compoſitos oſtendit, cum in illam facta fuerit terminatio. Illa enim ſola eſt communis iſtorum menſura. Ut vero ordine omnes ſecundos & compoſitos per ſe & mutuo reſpectu parere, eorumque menſuras & partes relativæ denominationis, quotquot etiam fuerint, C intelligamus, talem quandam tractationis propoſitæ viam ſcire debemus, quę velut cribrum hos numeros intra rationem conſtituet; reliquos vero videlicet primos nec compoſitos tanquam rejectitios ſecernet, bona ſerie ordinatos à ternario impares, in quamlibet longiſſimam porrectionem expoſitos. Qui inci- D pit à pirmo, menſurare plene poterit in infinitum ſequentes, qui duos medios prætereunt; qui vero à ſecundo, quatuor medios interjicientes; qui à

ρον, τῷ δὲ δευτέρῳ τοὺς τέσσαρας μέσους διαλείποντας, τῷ δὲ τρίτῳ τοὺς ἓξ, καὶ τετάρτῳ τοὺς ὀκτώ. Καὶ ἁπλῶς ἑκάστῳ τοὺς διπλασίους τῆς ἑαυτοῦ τάξεως διαλείποντας. Ἐκ δὴ τούτου φανερόν, ὅτι ἕκαστος κατὰ τὸ ἑαυτοῦ ὄνομα τοὺς παρωνύμως ἀφεστῶτας μετρήσει. ὡς ὁ γ΄. δύο ὑπερβὰς τρίτους ἀεί, καὶ τοῦτο ἀκολούθως. Ἀλλ' ὁ μὲν πρῶτος κατὰ τὸ ἑαυτοῦ μέγεθος τρὶς τὸν μετ' αὐτὸν πρώτως μετρούμενον μετρήσει· τὸν δὲ μετ' ἐκεῖνον, πεντάκις κατὰ τὸ τοῦ ἑξῆς μέγεθος. Τὸν δὲ ἐκείνῳ ἐφεξῆς, κατὰ τὸ τοῦ τρίτου, καὶ τοῦτο δι' ὅλου παραπλησίως. Ὁ δὲ δεύτερος μεταλαβὼν τὸ τοιοῦτον, τὸν μὲν ἀπ' αὐτοῦ πέμπτον τῷ ἑαυτοῦ. τὸν δὲ ἐφεξῆς πάλιν πέμπτον, τῷ τοῦ μετ' αὐτόν, καὶ τοῦτο μέχρι παντός. Τὸ δ' ὅμοιον καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν καὶ ἡ τοῦ δυνάμει δὲ περισσοῦ ἔννοια, τοῦτ' ἔστι μονάδος, κἀνταῦθα παραφανήσεται, ὁπόταν ἕκαστος τῶν ἐκκειμένων παραλαβὼν τὸ μετρεῖν, καὶ ἑαυτὸν πολυπλασιάζων, τετράγωνον ποιῇ. ὡς ἀπὸ τρὶς τρία ὁ θ΄. Ἐν δὲ τοῖς τοιούτοις ἡ ταυτότης ἥπερ ἐστὶ παρὰ τῇ μονά-

A tertio, ſex; qui à quarto, octo. Et prorſus ab unoquoque qui incipit, plene menſurare poterit duplos medios interjicientes, quos habet uniuſcujuſque ordo. Inde conſtat, quod unuſquiſque ſecundum ipſius nomen numeros denominative diſjungentes menſurabit: ut 3 duos excedens terti-
B os ſemper: & ita in omnibus conſequentibus. Sed primus ſecundum ſui magnitudinem ter menſurabit numerum, primo poſt menſurandum; ſequentem vero quinquies menſurabit per ſecundi imparis quantitatem; Qui vero hunc ſequitur, ſecun-
C dum tertii magnitudinem menſurabit; & ſimiliter in univerſo erit agendum: At ſecundus, qui ſimiliter tranſcendit, imparem à ſe quintum menſurabit per ſui ipſius magnitudinem; ſequentem, qui quoque eſt quintus, ſecundum magnitudinem ſequentis, & ſic agendum, donec totum abſolvatur. Simile autem
D in reliquis, & numeri potentiâ imparis, hoc eſt unitatis, notio etiam hic oſtendetur, quando unuſquiſque expoſitorum numerorum, qui menſurationis eſt particeps, & ſe ipſum multiplicat, fecerit quadratum. Ut à ter 3 fit

δα,

δια, ὡς ἅπαξ θ΄. Ἡ δ' ἑτερότης A περὶ τὴν δυάδα ἐστὶν εὐλόγως. Καὶ οἱ ἀπὸ διαφόρων ἀριθμῶν ἀλλήλους πολυπλασιασάντων γενόμενοι, διαφόρους καὶ τὰς πλευρὰς ἔχουσιν, ἀντιφωνούσας κατὰ τῶν γνωμόνων μεγέθη, καὶ ὁ τοιοῦτος προμήκης κεκλήσεται. Τοῦ σαφοῦς δὲ ἕνεκα, τὸ μὲν πο- B σάκις μετρεῖν αὐτούς, κατὰ τὴν τῶν ἀπὸ τριάδος ἐπ' ἄπειρον περισσῶν ἔκθεσιν φανήσεται, τὸ δὲ ποσοὺς διαλείποντας κατὰ τὴν τῶν ἀπὸ δυάδος ἀρτίων, σύμβολον καὶ τοῦτο τῆς τῶν δύο εἰδῶν τοῦ ἀριθμοῦ, ἀϊδιότητός τε καὶ φιλαλληλίας, εἰ καὶ ἐναντία C δοκεῖ, καθάπερ δεξιὰ ἀριστερῷ. Καὶ ὁμοίως συλληπτικὰ ἀλλήλοις, ἢ νὴ Δία κατὰ τὴν χώρας ἑκάστου διπλατίασιν, καθ' ἣν ὁ μετρῶν τέτακται.

novem. In talibus vero identitas est apud unitatem, ut semel novem; diversitas autem est apud binarium, optima ratione. Et numeri, qui fiunt à numeris differentibus sese multiplicantibus, differentia etiam habebunt latera, contraria secundum gnomonum magnitudines, & talis multiplicatus numerus vocabitur *promeces*. Perspicuitatis vero causa, quod secundum expositionem imparium qui sunt à ternario in infinitum, illi quoties mensurent; quod vero quoti mensurent intermittentes secundum parium à binario expositionem, ostendetur esse symbolum duarum numeri formarum, nimirum perpetuitatis & mutui amoris, licet videantur opposita, tanquam dexrra sinistro, & similiter à se invicem comprehensibilia, vel certe secundum regionis cujusque duplicationem, secundum quam mensurans est ordinatus.

γ. ε. ζ. θ. ια. ιγ. ιε. ιζ. ιθ. κα. κγ. κε. κζ.
κθ. λα. λγ. λε. λζ. λθ. μα. μγ. με. μζ. μθ.
να. νγ. νε. νζ. νθ. ξα. ξγ. ξε. ξζ.

Οἱ μὲν οὖν ὑπὸ τῶν μετρήσεων D τούτων σημανθέντες, δεύτεροι δηλονότι καὶ σύνθετοι. Κοινὸν δ' αὐ-

Qui igitur sub his dimensionibus numeri significantur, sunt secundi & compositi. Communis

τῶν μέτρον, τὸ ἐπελθὸν αὐτοῖς. Οἱ δὲ παραλειπόμενοι, ὥσπερ τὰ διὰ κοσκίνου ἔκβολα, πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοι. Κἀνταῦθα δὲ ὁ Εὐκλείδης προδηλότατον ἁμάρτημα παρέχει, τὴν δυάδα τῶν πρώτων καὶ ἀσυνθέτων οἰόμενος εἶναι, ἐπεὶ μονάδι μόνῃ μέτρῳ χρῆται, ἐκλελησμένος, ὅτι ἡ μὲν τοῦ ἀρτίου εἴδους ἐστὶν, ὅτι μέντοι περισσοειδὴς ἴσα δυνάμει τοὺς λόγους τῶν ὁμογενῶν, ἀρτιάκις ἀρτίων καὶ ἀρτιοπερίσσων τρόπῳ σπερματικῷ, καθάπερ ἡ μονὰς ἁπάντων ἁπλῶς. Οἱ δὲ πρῶτοι καὶ ἀσύνθετοι καθ' ὑποδιαίρεσιν τοῦ περισσοῦ εἴδους μόνου ὤφθησαν, ἀλλ' οὐ καὶ τοῦ ἀρτίου. Ἕτερον γοῦν ἄρτιον οὐκ ἂν δύναιτο προχειρίσαι, οὐδὲ ἐπιτεθεὶς οὕτω φύσει τοῦ τοιούτου ἀπηλλάχθαι θάτερον τοῦ ἀριθμοῦ εἶδος, ὥσπερ καὶ τὸ λοιπὸν τῶν αὐτοῦ ὑποδιαιρέσεων ἀρτιάκις ἀρτίου τε, καὶ ἀρτιοπερίσσου καὶ περισσαρτίου. Ἀλλὰ καὶ αὐτὴ ἡ δυὰς, ὡσανεὶ στοιχειώδης οὖσα καὶ σπερματικὴ, οὐ μετέχει τρανῶς τῶν ὑποδιαιρέσεων τούτων, καὶ τοιούτου τοῦ γένους ἄρχουσα αὐτοῖς. Καθάπερ αἱ μέ-

A vero ipsorum mensura est, quod insuper accedit. Prætermissi vero, tanquam qui per cribrum rejiciuntur, sunt primi nec-compositi. Et hic peccatum manifestissimum committit Euclides, dum putat binarium esse primorum neccompositorum [dum pro mensura habet solam unitatem] & B oblitus est binarium esse paris formæ; eo quod numerus forma impar constituit potentia rationes homogeneorum pariter parium & pariter imparium, more genitali, ut unitas omnium simpliciter. Primi vero nec-compositi secundum subdivisionem imparis formæ tantum, non etiam paris apparuerunt. C Neutrum igitur parium potest sibi sumere numerus, qui non sic per naturam crevit, ut sit alienus à tali numero altera sui forma, quemadmodum nec reliquum ejus subdivisionum, pariter paris, & pariter imparis & impariter paris. Verum etiam ipse numerus binarius, qui est quodammodo elementalis & genita- D lis, non manifeste particeps est harum subdivisionum, licet illis sit principium hujus generis. Quemadmodum verbi gratia in aliis principia non sunt participia multorum, quæ tamen sunt concre-

λει

λει καὶ ἐπὶ ἄλλων αἱ ἀρχαὶ πολλῶν οὐ μετέχουσιν, ὧν ἐξ ἀνάγκης τοῖς συγκρίμασι μέτεστιν, ὥσπερ σημείῳ τὰ γραμμῇ συμβεβηκότα οὐκ ἐνθεωρεῖται, καὶ τὰ διαστήματι, φθόγγῳ, καὶ τὰ ἀναλογίᾳ, λόγῳ, καὶ τὰ σωματικὰ ὕλῃ καὶ εἴδει, καὶ τὰ πολλῶν ἑτέρων συστημάτων φαρμάκων τε καὶ μιγμάτων ἑκάστων περιέχει στοιχείων. Πάλιν δὲ ἐξ ὑπαρχῆς τοῦ ἀρτίου ἀριθμοῦ καθ᾽ ἑαυτὸν, καὶ παντάπασιν ἀπηλλαγμένου τῆς πρὸς τὸν περισσὸν κἀνταῦθα ἐπιπλοκῆς, τὸ μέν ἐστιν ὑπερτελὲς, τὸ δὲ ἐλλιπὲς, ἐναντία ἀλλήλοις. Κοινὸν δ᾽ αὐτῶν καὶ οἱονεὶ μεσότης, τὸ λεγόμενον τέλειον, διαφέρον κατά τι ἀμφοῖν, καὶ πάλιν ἀμφοῖν κατά τι μετέχον. Ὑπερτελὲς μὲν οὖν ἐστιν, ὅταν ἄρτιος ἀριθμὸς πάντα τὰ αὐτοῦ μέρη συντεθέντα, πλείονα ἀποδιδῶσιν αὐτοῦ, καὶ ὑπερπαίοντα τῇ ποσότητι. Διὰ τοῦτο γὰρ καὶ οὕτως ὠνόμασται. Ὡς πλημμελής τις ὢν, καὶ πλεομελὴς, καὶ πλεονέκτης, τεταγμένος ἐν τῷ οἷον ἀδικεῖν, καὶ πλέον τι τοῦ ἐπιβάλλοντος αὐτῷ ἔχειν· Ὡς εἴ τινι πλέονες δάκτυλοι ἐν μιᾷ χειρὶ, ἢ ἐν ποδὶ εἶεν. Ἐλλιπὲς

A tis communia, ut quę lineæ conveniunt, non considerantur in puncto, quæ intervallo conveniunt, non considerantur esse in sono, & quæ proportioni, in ratione, quæ sunt corporea, in materia & forma; multæque reliquæ compositiones, medicamenta & mixturæ sunt præstantiora singulis principiis.

B Denuo vero rursus numerus, qui per se par est, & omnino liber ab affinitate imparis, alius est plusquam perfectus, alius deficiens, alter alteri contrarius: Communis autem ipsis & tanquam medietas dicitur perfectus, qui ab ambobus est diversus ad quid, iterumque ad quid est amborum parti-

C ceps. Numerus igitur plusquamperfectus est, cum par numerus omnes cumulatas sui partes facit se ipso majores, suique corporis multitudinem vincentes [Hinc enim nomen est sortitus] ut aliquis qui est immoderatus in vita, multis super naturam membris natus, & alieni possessor, qui est in illo

D statu, in quo facit injuste & plus habet quam æquum est: Exempli gratia si quis in una manu vel pede habeat plures, *quam quinque*, digitos. Deficiens vero est, quando similiter numerus par omnibus sui partibus compositus & con-

δὲ, ὅταν ὁμοίως ἄρτιος ἀριθμὸς τοῖς ἑαυτοῦ πᾶσι μέρεσι συντεθεὶς, συγκρινόμενος μείζων φαίνηται, τὰ δὲ μέρη ἐλάττονα ἑαυτοῦ ποιῇ, διὸ καὶ οὕτως ὠνόμασται, ἐστερημένος μερῶν τῶν εἰς συμπλήρωσιν αὐτοῦ προσηκόντων, ὥσπερ εἰ πλεονεκτούμενός τις ἐν τῷ ἀδικεῖσθαι, καὶ μὴ ἀπειληφέναι τὰ ἴδια. Ὡς εἴ τις ἄγλωττος εἴη, ἢ μονόχειρ. Ὑπόδειγμα τοῦ μὲν προτέρου, ὅτε ιβʹ. καὶ οἱ τούτου ἐπ' ἄπειρον πολυπλάσιοι. Καὶ ὁ ιηʹ. καὶ ὁ κʹ. καὶ ἄλλοι πολλοὶ τοιοῦτοι. Τοῦ δὲ δευτέρου ὅτε ηʹ. καὶ ὁ ιʹ. καὶ ιδʹ. καὶ οἱ ὅμοιοι. Τέλειον δὲ ἐστιν, ὃ τούτων μέσον θεωρεῖται, καὶ οὔτε πλέονα, ὡς τὸ ὑπερτελὲς, οὔτε ἐλάσσονα, ὡς τὸ ἐλλιπὲς, τὰ μέρη ἑαυτοῦ συντεθέντα ἔχει. Ἀλλὰ τὰ ἀνάμεσον τούτου μείζονος καὶ τοῦ ἐλάσσονος, ὅπερ ἐστὶν ἴσα, ὥσπερ δικαιότητι τινὶ καὶ τῶν ἰδίων καὶ προσηκόντων ἀπολήψεται. Συνᾴδει δὲ καὶ τὰ τοιαῦτα παραδείγματι, τῷ τὰς ἀρετὰς ὀρθῶς νομίζεσθαι μετριότητάς τινας καὶ μεσότητας ὑπερβολῆς καὶ ἐλλείψεως [Ἀλλ' οὐκ ἀκρότητας, ὥς τινες ὑπέλαβον εἶναι] καὶ ἀντικεῖσθαι τὸ μὲν κακὸν κακῷ, συναμφότερα δ' ἑνὶ ἀγαθῷ, ἀγαθὸν δὲ ἀγαθῷ μηκέτι, ἀλλὰ δυσὶν ἅμα κακοῖς, ὥσπερ δειλίαν θρασύτη-

A cretus ipſe major apparet; partes autem, *in quas dividitur*, facit ſeipſo (*h.e. toto corpore*) minores; unde ſic appellatus eſt, quoniam privatus partibus totius multitudinem implentibus, & quaſi aliquis eſt fraudatus, dum injuſtitiam patitur nec accipit ſuum. Ut ſi aliquis ſit ſine lingua, vel habeat tantum unam manum. Ex-
B emplum prioris eſt 12. hujuſque in infinitum multiplices. Item 18. & 20. multiq; alij tales. Poſterioris vero eſt 8. 10. 14. & ſimiles. Perfectus autem numerus eſt, qui medii temperamentum limitis ſortitus inter illos, partes ſui compoſitas habet neque ſe majores, ut plus quam perfectus, neque minores, ut de-
C ficiens; ſed medias inter majus & minus, h. e. æquas *toti ſummæ*, tanquam injuſtitia ſuum & juſtum cuique tribuente, recipiet. Conveniunt autem hæc exemplo, quo virtutes recte putantur eſſe mediocritates & medietates exceſſus & defectus (non vero extremitates, ut quidam præſupponebant) & op-
D poni quidem malum malo, utraq; vero uni bono, bonum autem bono nunquam, ſed duobus malis ſimul; Ut timiditatem audaciæ, quibus communis eſt ignavia, timidi-

σύτητι, ὧν κοινὸν ἀνανδρεία, συναμφότερα δὲ ἀνδρείᾳ. Καὶ πανουργίαν ἠλιθιότητι, ὧν κοινὸν ἀφροσύνη, συναμφότερα δὲ φρονήσει. Καὶ ἀσωτίαν φιλαργυρίᾳ, ὧν κοινὸν ἀνελευθερία, συναμφότερα δὲ ἐλευθεριότητι. Καὶ κατάπληξιν ἀναισχυντίᾳ ὧν κοινὸν ἀναίδεια, σαναμφότερα δὲ αἰδοῖ. Καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ἀρετῶν τε καὶ ἀστείων ἕξεων τὸ ἀνάλογον ἡμῖν τηροῦσιν φανήσεται, καθάπερ καὶ ἐπὶ τῆς τοῦ ἀνίσου σχέσεως δειχθήσεται, μειζονότης ἐλαττονότητι, ὧν κοινὸν ἀνισότης, συναμφότερα δὲ τῇ ἰσότητι.

A tatem vero & audaciam opponi fortitudini. Et vafritiem stultitiæ, quibus communis est amentia, utraq; autem prudentiæ: Et profusionem avaritiæ, quibus communis illiberalitas, utraque vero liberalitati. Item stuporem impudentiæ quibus communis inverecundia, utraque autem verecundiæ. Et B in reliquis virtutibus & civilibus qualitatibus, si servaverimus proportionem, videbimus, quod in habitudine inæqualitatis demonstrabitur, majus minori, quibus communis inæqualitas, utraque autem opponi æqualitati.

δειλία	ἠλιθιότης	ἀσωτία	κατάπληξις	ἐλαττονότης
ἀνδρεία	φρόνησις	ἐλευθερία	αἰδώς	ἰσότης
θρασύτης	πανουργία	φιλαργυρία	ἀναισχυντία	μειζονότης
Timiditas	Stultitia	Profusio	Stupor	Minus
Fortitudo	Prudentia	Liberalitas	Verecundia	Æqualitas
Audacia	Vafrities	Avaritia	Impudentia	Majus

Τοῦ δὴ οὖν τελείου διὰ τὸ τοιοῦτον ἡ σπανιότης, ὥσπερ ἀγαθοῦ τινος, καὶ οὐχὶ πολύχου ὄντος κακοῦ, ἕνα μὲν ἐν μονάσιν ἡμῖν μόνον, τοῦτ' ἔστιν ἐντὸς δεκάδος, ἕνα δὲ μόνον ἐν δεκάσι, τοῦτ' ἔστι περὶ τοῦ ἐν ἑκατοντάσι, καὶ ἕνα μόνον ἐν χιλιάσι, παρέξει φυσικῷ νό-

C Propterea quidem perfecti numeri raritas, tanquam alicujus boni, & non tanquam mali multi passimque diffusi, exhibebit per naturalem legem nobis tantum unum in unitatibus, hoc est numeris qui infra denarium sunt; unum tantum etiam in denariis (qui est perfectus ante numerum

A μῳ, καὶ εἰ τύχοι ἐν πρώτῳ βαθμῷ μυριάδων, ὁμοίως μόνον ἕνα, καὶ ἐν δευτέρῳ πάλιν ἕνα καὶ τὸ τοιοῦτον ἐπ' ἄπειρον. Ὑπόδειγμα δὲ τούτου ὁ ϛ'. καὶ ὁ κη'. καὶ υϟϛ'. καὶ ὁ Ηρκη'. Καὶ οἱ ὅμοιοι παρὰ μέρος εἰς ἑξάδα καὶ ὀγδοάδα καταλήγοντες. Γενέσεως δὲ ἔφοδος καὶ αὐτὴ συστατικὴ τῆς φιλαλληλίας τῶν τοῦ ἀριθμοῦ εἰδῶν,
B καὶ μετὰ συμπνοίας ἀϊδιότητος. Τοὺς γὰρ ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον διπλασίους, ὅπερ ἐστὶν ἀρτιάκις ἀρτίους, ἐπισωρεύειν δεῖ καθ' ἕνα ἕκαστον ἀεὶ, καὶ κατὰ ἑκάστου ἀριθμοῦ σωρείαν ἐπισκοπεῖν, εἰ πρῶτος καὶ ἀσύνθετος ἐκ τῆς ἐπισωρείας γένοιτο, πολυπλα-
C σιάσωμεν τὸν γενόμενον τῷ ἐν τῇ συνθέσει ὑστάτῳ ληφθέντι. Ὁ γὰρ ἀποτελεσθεὶς τέλειος ἐκ παντὸς ἔσται. Εἰ δὲ δεύτερος καὶ σύνθετος, παραλείπωμεν αὐτὸν, ἄλλον δὲ τὸν ἑξῆς ἀνάλογον ἐπισωρεύσωμεν, εἰ πρῶτος καὶ
D ἀσύνθετος ὁ γενόμενος. Ἐὰν γὰρ τῷ προσυνεπισωρευθέντι πολυπλασιασθέον αὐτὸν, καὶ οὕτως ὁ τῇ τάξει συνεχὴς τέλειος ἀναφανήσεται, καὶ οὕτω μέχρι παντός. Διὰ μὲν οὖν τῶν ἀρτιά-

A perfectum in centenariis) & unum tantum in millenariis; item in primo decem millium gradu, ſimiliter tantum unum, in ſecundo, *hoc eſt centenis millibus*, iterum tantum unum, & tali modo in infinitum proceditur. Exemplum numeri perfecti eſt, 6. & 28. & 496. & 8128. ſimileſque numeri, alter-
B nis vicibus in ſenarium & octonarium deſinentes. Ratio autem generandi perfectum, conſtituit mutuum in numeri formis amorem, & æternitatem cum conſpiratione. Namque ab unitate in dupla, quoad proportionem, progreſſione numeros, hoc eſt pariter pares, debemus ſemper accumulare ſin-
C gulis, atq; in cujuſque numeri cumulo videre, an primus nec-compoſitus oriatur ex accumulatione; tunc exſurgentem numerum multiplicemus cum ultimo, qui fuerat in additione ſumtus. Ille enim multiplicatus erit omnino perfectus: Si vero fuerit ſecundus & compoſitus, illum tranſgredia-
D mur, aliumque ſequentem proportionalem accumulemus, ut ex ſurgat primus nec-compoſitus. Si enim cum coacervato ille fuerit multiplicandus, & ſic ordine contiguus demonſtrabitur eſſe perfectus, hocque modo omnes per-

κις

κις ἀρτίων συνθέσεως ἡ τοῦ ἀρτίου φύσις, διὰ δὲ τῆς ἐξ αὐτῶν περισσογωνίας, μάλιστα δὲ τῶν πρώτων καὶ ἀσυνθέτων ἀποτελέσεως, ἡ τοῦ περισσοῦ παρεμφαίνεται. Οὐ χρὴ δὲ ξενίζεσθαι, εἰ τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ ποικίλα τινὰ ἐπικατηγορεῖται. Οἷον φέρ' εἰπεῖν αὐτῷ τούτῳ τῷ ϛ', τὸ τέλειον εἶναι αὐτὸν, καὶ τὸ πρῶτον ἀρτιοπέρισσον, καὶ πάλιν πρῶτον ἑτερομήκη, καὶ πρὸς τῶν πυθαγορικῶν ἔτι ΓΑΜΟΝ καλεῖσθαι, ὅτι κατ' αὐτὸ πρώτιστον σύνοδος ἄρσενος καὶ θήλεος ἐκ καταράσεως γίνεται. Καὶ γὰρ ἐκ τοῦ αὐτοῦ ΥΓΙΕΙΑΝ αὐτὸν καλοῦσι, καὶ ἔτι ΚΑΛΛΟΣ, διὰ τὴν ἐν αὐτῷ τῶν μερῶν ὁλοκληρίαν καὶ συμμετρίαν. Παρακηκόασι δὲ οἱ καὶ ΦΙΛΙΑΝ τὸν αὐτὸν νομίζοντες αὐτοὺς λέγειν, διὰ τὴν τῶν διαφερόντων σύνοδον ἐν αὐτῷ καὶ φίλησιν. Ἄλλους γάρ τινας ἀντικρὺς φίλους ἀριθμοὺς καλοῦσιν, ἐν τῷ προσοικειοῦν τάς τε ἀρετὰς καὶ τὰς ἀστείας ἕξεις τοῖς ἀριθμοῖς. Οἷον τὸν σπδ'. καὶ τὸν σκ'. Γεννητικὰ γὰρ ἀλλήλων τὰ ἑκατέρου αὐτῶν μέρη, κατὰ τὸν τῆς φιλίας λόγον, ὡς πυθαγόρας ἀπεφή-

A fecti sunt inveniendi. Per additionem igitur pariter parium declaratur natura paris; imparis vero per angulorum imparitatem, quæ ex illis oritur numeris, maxime vero per effectionem primorum & incompositorum. Non debemus admirari, si de hoc numero varia quædam prædicentur; ut verbi B gratia de hoc ipso 6. Illum esse perfectum, & primum pariter imparem, & primum altera parte longiorem; item *connubium* vocari a Pythagoræis, quia per se primum fit conjunctio maris & fœminæ ex conflictu. Nam ex hoc ipso senarium vocarunt *sanitatem*, item *pulchritudinem*, ob C partium integritatem & congruentiam, quæ in illo est. Quidam vero mala opinione imbuti crediderunt perfectum numerum a Pythagoræis dici *amorem*, propter differentium conjunctionem & dilectionem, quæ in illo est. Alios enim ex adverso amicos quosdam numeros D vocant, dum virtutes & politicas qualitates accommodant numeris, ut 284 & 220. Utriusque enim ipsorum partes vim habent ipsos mutuo generandi, secundum amicitiæ rationem, ut Pythagoras affirmavit. In-

vato.

νατο. Ἐρομένου γάρ τινος, τί ἐστι φίλος, εἶπεν, ἕτερος ἐγώ. Ὅπερ ἐπὶ τούτων τῶν ἀριθμῶν δείκνυται. Ἀλλ' ἐπεὶ κατ' οἰκεῖον τόπον διελούμεθα, τὰ ὑπὸ τῶν Πυθαγορείων εἰς τὴν τοιαύτην θεωρίαν πάνυ ἀνθηροτάτην καὶ γλαφυρὰ οὕτως ἀναφερόμενα, χωρητέον ἐπὶ τὰ ἑξῆς. Ἀκόλουθον γὰρ τούτοις διαλαβεῖν περὶ τοῦ μηκέτι καθ' αὑτὸ, ἀλλ' ἤδη πρός τι ποσοῦ, οὐκ ἐπειδὴ πᾶσα ἡ περὶ τοῦ καθ' αὑτὸ τεχνολογία πέρας ἔχει. Πῶς γὰρ ὅπου μήτε περὶ ἐπιπέδων παμποικίλων ὄντων, μήτε περὶ στερεῶν διειλόμεθα. Ἀλλ' ὅτι μάλιστα εἰς τὴν ἐκείνων παρακολούθησιν συνεργοῦσιν οὗτοι. Καὶ γὰρ οὐδὲ τὸν περὶ τούτων συνεχῶς ἔχοντες ἀπαρτιούμεθα λόγον, ἀλλὰ στοχαζόμενοι τῆς τοῦ εἰσαγωμένου διὰ τὴν τάξιν εὐμαρείας, τὸ πλέον αὐτοὺς μετ' ἐκείνους ποιησόμεθα, ὑπερθέντες ἂν παρὰ μέρος τὴν περὶ ἀναλογιῶν ἐξήγησιν. Ὅπερ οὖν πρὸ βραχέος συντείνειν ἐφαίνετο, πρὸς τὸν περὶ ἀρετῶν λόγον, ἐν τῷ τῶν τελείων καὶ ἐναντίων διορισμῷ, τοῦτ' εὐθὺς ἐν ἀρχῇ τοῦ πρός τι πο-

A terrogante enim quodam, quid est amicus? Respondit: *Alter ego.* Quod in his numeris demonstratur. Sed quoniam in proprio loco explanabimus, quæ a Pythagoræis adferuntur ad hanc speculacionem valde amœnam & venustam, deveniendum est ad sequentia. Nam his conse-
B quens est, tractare de quantitate, non quæ jam per se est, sed etiam quæ ad aliquid refertur; non quia artis circa quantitatem, quæ per se est, versantis tractatio sit jam absoluta. Quare enim alicubi neque de planis numeris, qui omnibus modis sunt varii, neque
C de solidis disseruimus? sed quia isti maxime juvant horum sequelam. Neque enim sermonem de istis continenter facientes absolvimus, sed propositum habentes, ut quod introducitur, intelligatur facilius propter ordinem, post hos magis istos proferemus, differentes particularia & proporti-
D onum narrationem. Quod igitur paulo ante in perfectorum & oppositorum distinctione videbatur pertinere ad sermonem, qui est de virtutibus; hoc iterum nobis statim in principio quantitatis ad aliquid relatæ simul ostenditur.

τοῦ

οὗ πάλιν ἡμῖν συνεμφαίνεται. Τῶν γὰρ πρὸς ἄλλο πῶς θεωρουμένων ἀριθμῶν αἱ γενικώταται δύο σχέσεις εἰσὶν, ἰσότης τε καὶ ἀνισότης. Καὶ ἡ μὲν ἰσότης, ὥσπερ μετριότης τις καὶ μεσότης, ἄσχετός ἐστιν, οὔτ' ἄνεσιν οὔτ' ἐπίτασιν ἐπιδεχομένη. Ἡ δὲ ἀνισότης κατὰ πρώτην τομὴν εἰς δύο ἰσχυρίζεται, εἴς τε τὸ μεῖζον καὶ τὸ ἔλαττον, ὥσπερ κἀπὶ τῶν ἀρετῶν τὸ ἀντίθετον εἰς ὑπερβολὴν καὶ ἔλλειψιν ἀντιδιεστέλλετο ἡ κακία. Ἀντίκειται δὲ τὸ μεῖζον τῷ ἐλάττονι, καὶ συναμφότερα ἅμα τῷ ἴσῳ. Οὔτε δὲ ἴσον ἄν τι εἴη ἄνευ τοῦ τινι, οὔτε μεῖζον ἢ ἔλαττον ἄνευ τινός. Διόπερ εἰκότως πρός τι. Ἀλλὰ τῷ μὲν ἴσον ἀνθυπακούει τὸ αὐτὸ ὄνομα, ὡς ἂν μεσότητι, ὅπερ καὶ ἐπ' ἄλλων τινῶν τοῦ πρός τι ὑποδειγμάτων δείκνυται, ἐπί τε τοῦ ἀδελφὸς, καὶ συστρατιώτης, καὶ γείτων, καὶ ἧλιξ, καὶ ἄλλων ὁμοίων. Τῷ δὲ ἀνίσῳ κατὰ μὲν τὸ γενικὸν παραπλήσιόν τι συμβέβηκε, κατὰ δὲ τὰ εἴδη οὐκέτι. Ἀλλ' ἑτερωνύμως ἡ ἀνταπόκρισις γίνεται, καθάπερ ἐπ' ἄλλων, οἷον πατὴρ καὶ διδάσκαλος, καὶ ἐρώμενος, καὶ τῶν ὁμοίων. Ἴσον μὲν

A Numerorum enim, qui ad aliud quodammodo considerantur, generalissimæ habitudines sunt æqualitas & inæqualitas. Et æqualitas, tanquam mediocritas quædam & medietas, respectu vacat, nec remissionem nec intensionem suscipit. Inæqualitas vero secundum primam sectionem dividi-
B tur in duo, in majus & minus, ut etiam in virtutibus oppositum in excessum & defectum distinguit vitium. Opponitur autem majus minori, & utraque simul opponuntur æquali: neque vero æquale esset quid sine illo, quod est æquale alicui; neque majus vel minus sine aliquo. Quapropter
C rationi consentaneum est, dici quantitatem ad quid. Secundum vero æqualitatem, tanquam medietatem, comparata quantitas non alio vocabulo edicitur, atque ipsa cui comparatur; quod in multis aliis relatæ quantitatis exemplis ostenditur, & in relatione fratris, commilitonis, vicini, æqualis, &
D aliorum similium. In inæquali simile quid contigit, secundum genus, non vero secundum species; sed diversa est denominatio relatorum, ut in aliis, verbi gratia, patre, discipulo, amasio, & similibus. Æqualis igitur quantitas est,

οὖν ἐστι ποσὸν, ὃ ἀντεξεταζόμενον τῷ συζύγῳ οὔτε πλέον οὔτε ἔλαττόν τι ἔχει. Ἄνισον δὲ, ὃ καὶ αὐτὸ ἀντεξεταζόμενον τῷ συζύγῳ ἢ μεῖζόν ἐστιν ἢ ἔλαττον. Ἐν γὰρ τῇ συζυγίᾳ τὸ μέτρον πλέον τι μετὰ τὴν μίαν μέτρησιν ἐν τῷ μετρουμένῳ καταλείψει. Καὶ μεῖζον μέν ἐστιν, ὃ πέφυκε μετρούμενον ὑπὸ θατέρου μετὰ μίαν προσβολὴν, ἀκαταμέτρητον αὐτοῦ τι ἀπολιπεῖν ὁποσονοῦν. Ἔλαττον δὲ μετρητικὸν ὂν τοῦ συζύγου, μιᾷ προσβολῇ περιέχειν λόγον οὐ δύναται· Καθ' ὑποδιαίρεσιν δὲ τὰ δύο ταῦτα τοῦ ἀνίσου εἴδη ἀνὰ πέντε σχέσεις ἀποτελεῖ, συναμφότερα δὲ ὁμοῦ δέκα. Τοῦ τε γὰρ μείζονος τὸ μέν ἐστι πολλαπλάσιον, τὸ δὲ ἐπιμόριον, τὸ δὲ ἐπιμερές. Δύο δὲ τὰ λοιπὰ, μιγέντος τοῦ πολλαπλασίου πρὸς ἑκάτερον τῶν λοιπῶν, πολλαπλασιεπιμόριον, καὶ πολλαπλασιεπιμερές. Τοῦ δὲ ἐλάττονος κατὰ ἀντιπεπόνθησιν μετὰ τῆς ὙΠΟ προθέσεως, τὸ μέν ἐστιν ὑποπολλαπλάσιον, τὸ δὲ ὑποεπιμόριον, τὸ δὲ ὑποεπιμερές. Ἐφοδιάζει δὲ ἡμᾶς ἡ πρόθεσις ἐν τοῖς ὀνόμασι, προλόγους δὲ ὡς

A quæ ad aliquid comparata, neque plus neque minus habet: Inæqualis autem eſt, quæ & ipſa ad aliquid comparata, vel major vel minor eſt. Cum enim major & minor quantitates combinantur, relinquet menſura aliquid plus poſt unam menſionem in menſurata. Et major quantitas eſt, quæ ab altera B menſuratur, & poſt unam commiſſionem naturaliter relinquit aliquid ſui quantumcunque immenſurabile. Minor vero eſt, quæ, cum habeat vim menſurandi combinatum (*h, e. majorem quantitatem, cum qua confertur*) non tamen poteſt in ſe rationem habere per unam commiſſionem: C ſecundum vero ſubdiviſionem hæ duæ inæqualitatis ſpecies efficiunt ſingulæ quinque habitudines, utræque ſimul decem. Namque majoris inæqualitatis alia eſt multiplex, alia ſuperparticularis, tertia ſuperpartiens: reliquæ vero duæ, quæ fiunt ex mixtura multiplicis cum altera reliquarum, ſunt multi- D plex ſuperparticularis, multiplex ſuperpartiens. Minoris vero inæqualitatis ſecundum contrariam affectionem cum præpoſitione *ſub*, alia eſt ſubmultiplex, alia ſubſuperparticularis, tertia ſubſuperpartiens. Præpoſitio autem in nomini-

ac

αἱ φύσει καὶ τιμιότητι πρώτους, καθάπερ δειχθήσεται, τοὺς προτέρους εἰδέναι, ὑπολόγους δὲ, καὶ τὰ ἐναντία ἔχοντας τοὺς δευτέρους τοὺς δυομένους. Εἰ δέ τις λέγει τὴν ἰσότητα σχέσιν μὴ εἶναι, διὰ τὸ τοὺς κατ᾽ αὐτὴν ὅρους ἀδιαστάτους καὶ ἀδιαφόρους ὑπάρχειν, ὑπομνηστέον ὅτι σχέσις ἕτερόν τι διαστήματός ἐστιν. Ἰδοὺ γὰρ ἐν τῷ τυχόντι ἀνισότητος ὑποδείγματι δυοῖν ὅρων διάστημα μὲν ταυτὸ, κἂν ἀναστρέφωνται, ἀναστρεφομένων δ᾽ ὅμως, λόγος πάντως ἕτερος, τοῦτ᾽ ἔστι σχέσις. Ὥστ᾽ οὐδὲ κωλύει τοὺς ἐν ἰσότητι ὅρους διαφορὰν μὲν μὴ ἔχειν, ἀδιαστάτους ὄντας, σχέσιν δὲ πάντως, ἢ οὐκ ἔστι τὸ πρός τι ἴσον, ὅπερ ἀμήχανον. Πολλαπλάσιον μὲν οὖν ἐστι τοῦ μείζονος τὸ πρῶτον εἶδος, ὅταν δυοῖν ὅρων ὁ ἕτερος τοῦ ἑτέρου πλεονάκις ἢ ἅπαξ καταμετρῇ πληρούντως. Ἄρξεται δὲ ἀπὸ τοῦ δὶς, ἵνα παρὰ τοῦτο ὀνομάζωνται ὁ μὲν μετρούμενος διπλάσιος, ὁ δὲ μετρῶν ὑποδιπλάσιός τε καὶ ἥμισυς συνωνύμως. Ὥσπερ ἀμέλει καὶ αὐτὸ τὸ ὑπόλοιπον γένος ὑποπολλαπλάσιόν τε λέγεται συνωνύμως

A bus nos instruit, ut *prologos* quidem, tanquam natura & dignitate primos (quemadmodum ostendetur) videamus prius; *hypologos* vero postea, & contrario modo affectos secundos. Si vero quis dicat, æqualitatem non esse habitudinem, eo quod termini ejus nullam habeant distantiam vel differen-
B tiam; recordari debemus aliud esse habitudinem, & aliud intervallum. Ecce enim in quocunque inæqualitatis exemplo intervallum duorum terminorum est quidem idem, licet convertantur termini; ratio tamen terminorum cum convertuntur, erit omnino alia, & hoc est habitudo; Ita ut nihil
C obstet, quo minus æqualitatis termini differentiam non habeant, cum careant intervallo, omnino vero habeant habitudinem; vel in quantitate ad aliquid relatâ nihil est æquale, quod est impossibile. Multiplex igitur est majoris inæqualitatis prima species, quando duorum terminorum alter alterum plus quam semel plene mensurat,
D *h. e. numerat.* Capiet autem principium à numero binario, ut secundum hunc mensuratus quidem nominetur duplus, mensurans autem subduplus & dimidius per communem diversorum vocabu-

καὶ ψιλῶς μέρος. Ἐὰν ᾖ τρὶς, ὁ μὲν μείζων τριπλάσιος, ὁ δὲ ἐλάττων ὑποτριπλάσιός τε, καὶ τρίτον, καὶ τ' ἄλλα κατὰ τὸ ἑξῆς ἤδη. Ὑπόδειγμα δὲ πάντων εὐτάκτων πολυπλασίων σαφὲς ἕξομεν, ἐὰν ἐκθέμενοι τὸν ἀπὸ μονάδος συνεχῆ ἀριθμὸν, ἤτοι πρὸς αὐτὴν τὴν μονάδα, συγκρίνωμεν τοὺς μετ' αὐτὴν καθ' ἕκαστον. Ὁμοίως ἑξῆς πρὸς τριάδα τοὺς παρὰ δύο, ἢ πρὸς τετράδα τοὺς παρὰ τρεῖς, καὶ ἐπ' ἄπειρον ἡμῶν συμπροκοπτόντων τῇ τοῦ ἀριθμοῦ ἐφοσονοῦν ἐκθέσει. Ἐὰν δὲ κατὰ παραλλήλων στίχους καταγράψωμεν ἅπαντα τὰ τοῦ πολλαπλασίου εἴδη, ἀπὸ μονάδος ἀρχόμεθα, προσεκθέμενοι τὸν ἐφεξῆς ἀριθμὸν, καὶ πρὸς αὐτὸν γεννήσαντες ἐπὶ βάθος τὴν πολλαπλασιότητα, ἐποψόμεθα πολλά τε ἄλλα τερπνὰ ἐπακολουθήματα, καὶ γλαφυρίαν ποικίλην, καὶ εὔτακτον δὲ γένεσιν ἀντιπαρωνυμίας ἐπιμορίων παντοίων πρὸς πολλαπλασίους παντοίους καθ' ὁμογένειαν, καὶ ἔτι ἐπιμερῶν. Καὶ εἴτις ἐπισκέπτοιτο καὶ μικτῶν, καὶ ὅλοι ὅλων στίχοι μιᾷ

A lorum significationem: quemadmodum verbi gratia ipsum restans genus dicitur submultiplex synonymice & nude pars. Quod si ter alter alterum mensuret, major dicitur triplus, minor autem subtriplus, & tertia pars, & per consequentiam hæc in alia fit progressio. Omnium vero bene or-
B dinatorum multiplicium exemplar perspicuum habebimus, si exponentes numerum cohærentem ab unitate, videlicet ad ipsam unitatem conferamus singulos, qui sunt post unitatem. Similiter in reliquis, ad ternarium qui sunt ultra duo, ad quaternarium qui sunt ultra tres: etiam cum in infi-
C nitum cum reliqua numeri expositione progredmur. Si vero secundum parallelorum ordines omnes multiplicis species descripserimus, incipimus ab unitate; ad quam exponentes numerum sequentem, & ad illum generantes multiplicitatem usque in solidum, inspiciemus multas alias jucundas
D sequelas, varias elegantias, & bene ordinatam originem relativæ denominationis omnigenorum superparticularium ad omnigenos multiplices secundum cognationem: item superpartientium. Quod si quis & mixta consideret, toti

καὶ ἀπαραλλάκτῳ σχέσει, εὐτάκτως προκοπτούσῃ, ὁμολόγως φανήσονται ἔντε πλάτει καὶ βάθει. Ἔτι μὲν καὶ ἐπιμορίων πυθμένες μὲν ἐνὶ στίχῳ ἐπὶ βάθος εὑρεθήσονται, δεύτεροι δὲ ἀπὸ πυθμένος ἐν τῷ ἑξῆς, τρίτοι δὲ καὶ τέταρτοι κατὰ τὴν πρὸς τοὺς ἀκολουθίαν διαφορὰς ἔχοντες τοὺς ἀπὸ μονάδος ἑξῆς ἀριθμούς. Ἐὰν δὲ καὶ τὰς μὲν ἐπὶ πλάτος μονάδας ἀφέλωμεν, ὡς ἂν μηδὲν ποικίλον ἐχούσας, τὸν δὲ συνεχῆ ἀριθμὸν ἀντ' αὐτῶν προτάξωμεν ὑπὸ τῆς αὐτῆς μονάδος, γλαφυρίαν τινὰ ἐνοψόμεθα, καὶ σπερματικῶς ὑποφαινόμενον τὸν λόγον τῆς τῶν μαντικῶν πλινθιδίων ἐφόδου ὃς ἐν τοῖς ἐπανθήμασι τῆς ἀριθμητικῆς εἰσαγωγῆς παραδίδοται. Καὶ εἰ μέχρι δεκάδος εἴη ἡ ἔκθεσις τῶν πολλαπλασίων ἐπί τε μῆκος καὶ πλάτος, γεννήσονται μονάδες ἐγγώνιαι αἱ μὲν ἄκραι ἅπαξ, ἡ δὲ μέση δίς. Ὅπως καὶ ἐνταῦθα ἀποσώζηται τὸ τῆς ἀναλογίας ἴδιον. Ἴσον γὰρ ἔσται τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, καὶ σημείου λόγον μὲν

A totorum ordines per unam & immutabilem habitudinem, quæ ordinatim progreditur, convenienter in latitudine & profunditate apparebunt. Imo etiam numerorum superparticularium fundi ad solidum usque invenientur in uno ordine; secundi vero a fundo ordine sequente; Tertii B & quarti secundum horum consequentiam habentes pro differentijs numeros qui ab unitate sequuntur. Si vero & unitates, quæ sunt super latitudinem, auferamus tanquam nihil varium habentes, conhærentem vero numerum pro illis proponamus sub ipsa unitate; inspiciemus quan- C dam venustatem, & subapparentem seminali modo rationem viæ, ducentis ad divina latercula quadrata, quæ ratio traditur in Arithmeticæ introductionis eminentibus floribus. Et si usque ad denarium fiat multiplicium expositio, per longitudinem & latitudinem generabuntur unitates, quæ ha- D bent angulos, extremitates quidem semel, bis vero medius terminus. Ut & hic servetur proportionis proprietas. Nam quod est & sub extremitatibus, æquale erit illi, quod fit a medio; & altera extremitatum unitas habebit ra-

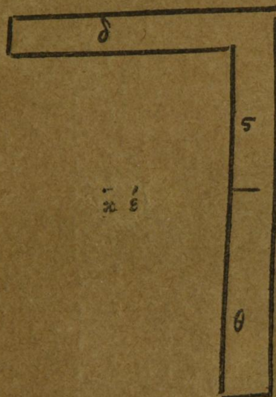
ἔξει ἡ ἑτέρα τῶν ἄκρων μονὰς, ἡ δὲ ἑτέρα τετραγώνου, ἡ δὲ μέση πλευρᾶς. Καὶ ὅστισοῦν τῶν ἐν τῷ διαγράμματι ληφθείη, ἥμισυς ἔσται δύο τῶν ἑκατέρωθεν αὐτοῦ, ἐπί τε μῆκος καὶ πλάτος. Διαγωνίως δὲ εἰ λαμβάνοιτο, πῇ μὲν ἔσται μονάδι ἐλάττων ἥμισυς ὁ μέσος, πῇ δὲ μονάδι μείζων. Ἀλλὰ καὶ ἀπὸ τῆς ἐν ἀρχῇ γωνίας, τουτ' ἔστι τῆς μονάδος, εἰς τὴν ἐν τέλει ἡ διαγώνιος ἔσται μόνων τῶν τετραγώνων, ἑκάστῳ παρασπιζομένῳ ὑπὸ δύο ἑτερομηκῶν κατά τε μῆκος καὶ πλάτος. Ὡς κἀνταῦθα σώζεσθαι τὸ καθολικὸν ἐκεῖνο, τὸ ἐκ δύο συνεχῶν ἑτερομηκῶν, καὶ δὶς τοῦ μέσου αὐτῶν ἀνάλογον τετραγώνου γενέσθαι πάντως τετράγωνον. Καὶ ἀνάπαλιν ἐκ δύο τετραγώνων καὶ δὶς τοῦ μέσου αὐτῶν, ἀνάλογον ἑτερομήκους ὁμοίως τετράγωνον, καὶ τῇδε μὲν περισσοὺς, τῇδε δὲ ἀρτίους. Ἀλλὰ τὸ μὲν ἀρτίους φύεσθαι καὶ νῦν συμβαίνει, διὰ τὸ τοὺς παρασπιζομένους τετραγώνους εἶναι μόνους παρ' ἕνα φύσει περισσοὺς ὄντας καὶ ἀρτίους, καὶ τοὺς δορυφο-

A tionem puncti, altera rationem quadrati, medius terminus rationem lateris: & quicunque numerus in figura sumatur, erit dimidius duorum altrinsecus positorum, per longitudinem & latitudinem. Si vero diagonaliter sumatur, alicubi dimidius medius erit minor unitate, alicubi major B unitate. Sed & à primo angulo, hoc est unitate, ad angulum *oppositum* finalem perducetur linea diagonalis per solos quadratos, quorum singuli sunt expansi sub duobus numeris altera parte longioribus secundum longitudinem & latitudinem; ut hic servetur illa regula generalis, quæ dicit ex C duobus altera parte longioribus continuis, & bis medio ipsorum, proportionem quadrati omnino fieri quadratam. Et vice versa ex duobus quadratis, & bis eorum medio, proportionem numeri altera parte longioris similiter fieri quadratam, & hac quidem parte impares, illa vero pares. D Sed etiam nunc proveniunt pares, quia quadrati expansi sunt soli alternatim per naturam impares & pares, & altera parte longiores, qui tanquam satellites sequuntur, sunt semper pares. Medius vero sive par, sive im-

ρῦν-

ῥοῦντας ἑτερομήκεις ἀεὶ ἀρτίους. Εἴτε δὲ ἄρτιος εἴη ὁ μέσος, εἴτε περισσὸς, δὶς λαμβανόμενος ἄρτιον ποιεῖ, τὸ δὲ περισσὸν γίνεσθαι οὐκέτι. Ἐπεὶ οὐ παραλλάζονται ἑτερομήκεις ὑπὸ τετραγώνων. Ἅπαξ γὰρ λαμβανομένων τῶν ἄκρων, ἐν οἷς πάντως ἐστὶ περισσὸς, διέμεινεν ἡ περισσότης, καὶ ἐφ' ἑκάστου τετραγώνου, ἐφ' ἑκάτερα γραμμοειδῶς πάλιν εὔτακτοι αἱ σχέσεις θεωροῦνται ἀπ' ἀρχῆς,

A par est, fit par, si bis sumatur, nunquam vero impar: Quandoquidem altera parte longiores non extenduntur sub quadratis (Semel enim sumtis extremitatibus, in quibus omnino est impar, manet imparitas) etiam in singulis quadratis habitudines bene ad alterutra ordi- B natæ ad instar literæ Γ, conside-



τοῦτ' ἔστιν, ἀπὸ διπλασίου. Εἰ δὲ καὶ τοὺς ἑτερομήκεις γραμμοειδῶς παραστίζοιμεν τοῖς τετραγώ-

C rantur ex principio, id est, duplici. Si vero numeros altera parte longiores instar literæ Γ signemus cum

νοις, ἅπαξ τοὺς ἄκρους συντιθέντες, καὶ δὶς τὸν μέσον, ποιήσομεν A τοὺς ἐλέγομεν ἐνταῦθα παραλιπεῖν τετραγώνους περιττούς. Διαφορὰν δὲ ἕξουσι πρὸς ἀλλήλους οἱ διαγώνιοι ἀριθμοί, τῇδε μὲν ἀπὸ τριάδος περιττοὺς ἀπ᾽ ἀρχῆς εἰς τέλος, τῇδε δὲ ἀπὸ δυάδος ἀρτίους, ἀπὸ μέσων ἐπὶ πέρατα, συζυγούντων B καὶ ἰσότητα τῶν ἑκατέρωθεν ευτάκτων. Ἐπιμόριος δὲ γίνεται λόγος, ὅταν τῶν συγκρινομένων ὅρων ὁ μείζων ἔχῃ τὸν λοιπὸν, καὶ ἔτι ἐν αὐτοῦ μόριον γενικῶς. Ἰδικῶς δὲ, ἐὰν μὲν ἥμισυ ᾖ τὸ μόριον, ἡμιόλιος, ἐὰν δὲ τρίτον, ἐπίτριτος, ἐὰν δὲ τέταρτον, ἐπιτέταρτος, καὶ ἑξῆς C ἀκολούθως ἀεὶ, προλόγων μὲν γιγνομένων τῶν μειζόνων ὅρων πρὸς τοὺς ἐλάττονας, ἀνάπαλιν δὲ ὑπολόγων τῶν ἐλαττόνων πρὸς τοὺς μείζονας τὴν ὀνομασίαν ἰσχόντων, καὶ τούτων ἀεὶ μετὰ τῆς ΥΠΟ προσθέσεως. Ὑπόδειγμα δ᾽ αὐτῶν, D ἡμιολίου μὲν, ἐὰν ἐκτεθέντος τοῦ συνεχοῦς ἀριθμοῦ ἐκλέξωμεν τοὺς ἀπὸ δυάδος ἀρτίους, καὶ συγκρίνωμεν τῷ μὲν πρώτῳ τὸν παρ᾽ οὐδὲν, τῷ δ᾽ ἑξῆς τὸν παρ᾽ ἕνα, τῷ δὲ τρίτῳ τὸν παρὰ δύο, καὶ τετάρτῳ τὸν

quadratis, componentes semel extremitates, & bis medium, faciemus quadratos, quos dicebamus impares hic relinqui. Numeri vero diagonales differentiam habebunt ad se invicem, hac parte à ternario impares à principio ad finem; illa vero parte à binario pares à mediis ad fines, dum altrinsecus positi numeri servant ordine secundum æqualitatem. Ratio vero superparticularis est, quando comparatorum terminorum maximus continet alterum, & ejus insuper unam partem generaliter. Specialiter vero sesquialtera est, cum pars fuerit dimidia; sesquitertia, cum tertia; sesquiquarta, cum quarta, semperque in sequentibus sic progredimur, ut prologi quidem fiant termini majores ad minores, & vice versa ut hypologi minorum terminorum ad majores, denominationem obtineant, & semper cum præpositione *sub*. Exemplum illorum est in sesquialtero, cum exposito continuo numero, elegerimus pares, qui sunt à binario, eorumque primo addamus numerum, qui est supra nihil, sequenti, qui est supra unum, tertio, qui est supra duos, quarto, qui est supra tres, & sic

παρὰ

παρὰ τρεῖς, καὶ ἐφεξῆς ἀκολούθως. Ἐπιτρίτου δὲ, ὅταν τοὺς ἀπὸ τριάδος τριάδι διαφέροντας ἐκλέξαντες συγκρίνωμεν αὐτοῖς, τῷ μὲν πρώτῳ τὸν παρ' οὐδὲν, τῷ δὲ δευτέρῳ τὸν παρ' ἕνα, τῷ δὲ τρίτῳ τὸν παρὰ δύο, τῷ δὲ τετάρτῳ τὸν παρὰ τρεῖς, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως τοῖς προτέροις. Ἐπιτετάρτου δ' ἕξομεν ὑπόδειγμα, ἐὰν τοὺς ἀπὸ τετράδος τετράδι διαφέροντας ἐκλέξαντες, πάλιν συγκρίνωμεν αὐτοῖς, τῷ μὲν πρώτῳ τὸν παρ' οὐδὲν, τῷ δὲ δευτέρῳ τὸν παρ' ἕνα, καὶ τῷ τρίτῳ τὸν παρὰ δύο, καὶ ἀεὶ ὁμοίως τοῖς προειρημένοις. Καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν δὲ τοῦ ἐπιμορίου εἰδῶν τὸ ἀνάλογον ποιήσομεν, κατ' αὐτὸ τὸ τοῦ μορίου ὄνομα λαμβάνοντες ἀριθμοὺς, τοὺς πρώτους δυναμένους ἀφ' ἑαυτῶν παρέχειν τὸ μόριον. Καθὸ ἐπιμόριοι αὐτῶν ἔσονται οἱ συγκρινόμενοι, οἵπερ καὶ μονάδι αὐτῶν διοίσουσι, καὶ πυθμένες τῶν λόγων γενήσονται. Ἡ δὲ τοῦ μορίου κλῆσις, κατὰ τὸν ἐλάττονα λόγον ἀεὶ θεωρουμένη, μονάδι μεγαλωνυμωτέρα ἔσται κατὰ τὸν μείζονα.

A in ſequentibus. In ſeſquitertio autem eſt, ſi à ternario numeros ternario differentes ſumpſerimus, & conferamus eorum primo ſequentem nullo intermiſſo, ſecundo ſequentem intermiſſo uno, tertio intermiſſis duobus, quarto intermiſſis tribus; & in ſequentibus agendum, prout in prioribus. Seſ-
B quiquarti autem exemplum habebimus, ſi à quaternario numeros quaternario differentes elegerimus, & eorum primo componamus nullo intermiſſo ſequentem, ſecundo ſequentem intermiſſo uno, tertio duobus intermiſſis, & ſimiliter ſemper ut jam diximus. In reliquis ſuperparticularis ſpeciebus
C proportionem faciemus, dum ſecundum ipſum partis nomen ſumimus numeros, qui primi poſſunt ex ſe ipſis partem exhibere: quomodo ſuperparticulares eorum erunt, qui collati ſunt, qui & unitate ab ipſis different & fundi rationum fient. Partis autem appellatio, quæ ſemper ſecundum rationem mino-
D rem conſideratur, unitate majus nomen ſecundum majorem habebit. Non vero ſecundum majores terminos dabitur examinatio partis; quare nulli radicales hanc partem habent (quemadmodum eorũ

Οὐκ ἔσται δὲ κατὰ τοὺς μείζονας ὅρους ἡ τοῦ μορίου ἐξέτασις, διότι οὐ-

A θεὶς τῶν πυθμενικῶν φανήσεται ἔχων ἐκεῖνο τὸ μόριον, καθὸ ἐπιμόριος ἕκαστος αὐτῶν ἐστὶ τοῦ συγκρινομένου ἐλάττονος, κατὰ δὲ τοὺς πυθμένας αὔξονται οἱ λόγοι. Ἐπιμερὴς δ' ἐστὶ σχέσις, ὅταν ὁ μείζων ὅρος ἔχῃ τὸν ἐλάττονα, καὶ ἔτι μέρη τινὰ αὐτοῦ πλείονα, ἑνὸς δηλονότι. B Ἀλλ' ἐὰν δύο ταῦτα, ἐπιδιμερὴς λέγεται, καὶ ὁ ἐλάττων ὑποδιμερής. Ἐὰν δὲ τρία, ἐπιτριμερὴς καὶ ὑποτριμερής. Ἐὰν δὲ τέσσαρα, ἐπιτετραμερὴς καὶ ὑποτετραμερής, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως. Ὑπόδειγμα δ' ἕξομεν ἐπιδιμερῶν μὲν, ἐὰν ἐκθέμενοι τοὺς ἀπὸ τριάδος περισσούς, συγκρίνωμεν ἑκάστῳ τὸν παρ' ἕνα C αὐτῶν. Ἐπιτριμερῶν δὲ, ἐὰν τοὺς ἀπὸ τετράδος ἐκθέμενοι συνεχεῖς ἀριθμοὺς, συγκρίνωμεν αὐτοῖς τοὺς παρὰ δύο. Ἐπεὶ δ' οὐκ εἰλικρινεῖς, ἀλλὰ πεφυρμέναι ἑτέραις σχέσεσιν αἱ τοιαῦται πλάσεις, χρησόμεθα ταῖς κατὰ πολλαπλασίων λόγον προκοπαῖς, ὥσπερ ἐπὶ τῶν μορίων πυθμένας D λαμβάνοντες παρέχοντας ἀφ' ἑαυτῶν τὰ μέρη (καθὰ ὁ ἐπιμερὴς κέκληται) οἷον ἐπιδιμερῶν τὸν ε' πρὸς γ'. εἶτα διπλασίους καὶ τριπλασίους τούτων, καὶ ἐπ' ἄπειρον. Ἐπιτριμερῶν

A unusquisque superparticularis pertinet ad copulatum minorem) rationes vero augentur secundum radices. Habitudo vero superpartiens est, cum major terminus in se continet minorem, ejusque aliquas partes, plures videlicet quam unam. Si vero duas tales partes in se contineat, vocatur *superbipartiens*, minor B autem *subsuperbipartiens*; si tres, *supertripartiens* & *subsupertripartiens*; si quatuor, *superquadripartiens* & *subsuperquadripartiens*, & ita in sequentibus. Exemplum autem habebimus *superbipartientium*, si exponamus numeros à ternario impares, & unicuique eorum apponamus numerum, qui illum sequi- C tur uno intermisso. *Supertripartientium* autem, si à quaternario continuos exponamus, & cum illis conferamus numeros duobus intermissis sequentes. Quoniam vero non sunt distinctæ sed mixtæ cum aliis habitudinibus tales fictiones, progrediemur secundum rationem multiplicium, ve- D luti cum in partibus accipimus pro radicibus numeros, qui à se ipsis præbent partes [unde vocatus est *superpartiens*] verbi gratia in superbipartientibus 5. ad 3. deinde duplices & triplices horum, & in infinitum. In super-

δὲ ἑπτὰ πρὸς τέσσαρα, εἶτα διπλασίους καὶ τριπλασίους αὐτῶν, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως.

A tripartientibus septem ad quatuor, deinde eorum duplices ac triplices, & ita consequenter.

ε	γ	ζ	δ
ι	ϛ	ιδ	η
ιε	θ	κα	ιβ
κ	ιβ	κη	ιϛ

Ἐπιτετραμερῶν δὲ ἐννέα πρὸς πέντε, καὶ ἀνάλογον μέχρι παντός, ἵν' ἡ μὲν τῶν ἐλαττόνων ὅρων προκοπὴ ἐν τοῖς πυθμέσι κατὰ τοὺς ἀπὸ τριάδος ἐφεξῆς ἀριθμοὺς γίνηται, ἡ δὲ τῶν μειζόνων κατὰ τοὺς ἀπὸ πεντάδος περισσούς. Καθόλου δὲ πυθμένας ἕξομεν παντὸς λόγου ἐν μὲν πολλαπλασίοις, ἐφ' ὧν ἡ μονὰς ἐλάττων ὅρος ἐστὶ τῶν συγκρινομένων (Ἐξαίρετον δὲ διπλασίου, τὸ τὴν αὐτὴν καὶ διαφορὰν εἶναι) ἐν δὲ ἐπιμορίοις κατὰ μὲν τὸ ἡμιόλιον ἡ δυὰς ἔσται ὁ ἐλάττων ὅρος. Διαφοραὶ δὲ ἕξουσιν οἱ ὅροι πάλιν μονάδα. Κατὰ δὲ τὸ ἐπίτριτον καὶ ἐπιτέταρτον, καὶ τοὺς ἑξῆς ἐπιμορίους λόγους, ἔσται ὁ ἐλάττων ὅρος, ὁ τὴν ὀνομασίαν παρέχων ἀφ' ἑαυτοῦ τῷ μορίῳ, καθὸ ἐπιμό-

B In superquadripartientibus novem ad quinque, & proportionaliter per omnia, ut minorum terminorum progressio in radicibus fiat secundum numeros à ternario sequentes, majorum vero secundum impares à quinario. In universum autem habebimus radices omnis rationis in multi- C plicibus quidem, in quibus unitas est minor terminus collatorum [peculiare autem est in duplici, quod ipsa unitas etiam sit differentia] in superparticularibus vero secundum hemiolium, id est sesquialterum binarius erit minor terminus. Termini vero iterum pro differentiâ habebunt D unitatem; & secundum sesquitertium ac sesquiquartum & sequentes superparticulares rationes erit minor terminus, qui ex se dat parti denominationem, quatenus est ratio superparticularis.

εἷς λόγος ἐστί. Διαφορὰ δὲ ἔσται ἐν πᾶσιν ἡ αὐτὴ μονὰς, καί τοι τόπον οὐκ ἔχουσα. ἢ τοῖς ὅροις ἐμφανίζεσθαι, ὡς ἐπὶ τῶν τοῦ πολλαπλασίου εἰδῶν, ἢ διαφορὰ εἶναι αὐτῶν, ὡς ἐπὶ τῶν τοῦ ἐπιμορίου, διὰ τὸ πλείοσιν ἑνὸς μέρεσιν ὑπερέχειν τὸν μείζονα ὅρον τοῦ ἐλάττονος, τρόπον ἕτερον ἐνοφθῇ τοῖς ὅροις. Τὰ γὰρ ἀπολειπόμενα ἐν τῷ μείζονι ἀκαταμέτρητα μόρια, συγκρινόμενα τῷ ἐλάττονι, διαφορὰν ἕξει πάντως μονάδα. Λοιπὸν ἐστὶν εἰπεῖν περὶ τῶν μικτῶν σχέσεων ἔκ τε πολλαπλασίου, καὶ τῶν λοιπῶν δύο ἐπιμορίου καὶ ἐπιμεροῦς, καὶ τῶν ὑπολόγων τούτων, ἵνα κατὰ τὴν τῆς δεκάδος τελειότητα καὶ αἱ τῆς ἀνισότητος σχέσεις φυσικῶς τὴν γένεσιν ἴσχωσι, πέντε μὲν τῶν προλόγων ὄντων, πέντε δὲ τῶν τούτοις συζύγων ὑπολόγων. Προλόγων μὲν κατά τε τὸ πολλαπλάσιον, καὶ ἐπιμόριον καὶ ἐπιμερὲς, καὶ πολλαπλασιεπιμόριον καὶ πολλαπλασιεπιμερές. Ὑπολόγων δὲ τῶν ἴσων μετὰ τῆς ΥΠΟ προθέσεως ὀνομαζομένων. Ἡ γὰρ τῆς ἰσότητος σχέσις, οὔτε διαφορὰν ἐπέχουσα, ἢ ἄλλως, ὡσανεὶ ταυ-

A Differentia vero in omnibus erit ipſa unitas, licet locum non habeat, ut vel in terminis appareat, velut in ſpeciebus multiplicis, vel ſit differentia terminorum, ut in ſpeciebus ſuperparticularis: Quia pluribus quam unâ partibus major minorem excedit, alio modo in terminis inſpiciatur. Quæ enim B partes in majori relinquuntur nondum menſuratæ, ſi conferantur cum minore, differentiam omnino habebunt unitatem. Reſtat ut diſputemus de habitudinibus mixtis ex multiplici & duobus reliquis ſuperparticulari & ſuperpartiente, item eorum hypologis, ut ſecundum denarii con- C ſummationem etiam habitudines inæqualitatis naturaliter originem habeant, quarum quinque ſunt prologi, & quinque illis conjugati hypologi. Prologi quidem ſecundum multiplex, ſuperparticulare, ſuperpartiens, multiplex ſuperparticulare & multiplex ſuperpartiens: Hypologi vero æquales, no- D minantur adddità præpoſitione *ſub*. Namque æqualitatis habitudo non habet differentiam; vel aliter, eſt veluti identitas & unitas, ſi æquale unum ſit ad unum, erit naturæ alterius & contrariæ, atque eſt inæqualitas: & propterea non

τότης

τότης οὖσα καὶ ἑνότης, εἴγε τὸ ἴσον ἓν πρὸς ἕν ἐστιν, ἑτέρας φύσεως ἔσται, καὶ τῆς ἐναντίας γε τῇ ἀνισότητι, καὶ διὰ τοῦτο οὐ συγκαταριθμηθήσεται τοῖς εἴδεσι τῆς ἀνισότητος, καὶ μὴν καὶ ἀρχῆς λόγον ἕξει ἡ ἰσότης πρὸς τὴν ἀνισότητα. Καθάπερ καὶ ἐν γραμμικοῖς ἡ ὀρθογωνία πρὸς ἀμβλεῖαν καὶ ὀξεῖαν, καὶ ἐν μουσικοῖς διαστήμασιν ἡ μέση πρὸς τοὺς ἐπιτεινομένους φθόγγους καὶ ἀνιεμένους. Καὶ γὰρ ταῦτα ἀπό τινος ὡρισμένου καὶ περιερασμένου λαβόντα, κατὰ τὸν τῆς ἰσότητος λόγον, ἀπὸ τούτου τὴν παρατροπὴν ἐπί τε τὸ μεῖζον καὶ τὸ ἴσον ἔχοντα, κατὰ τὴν ἀνισότητα, ἐπ' ἄπειρον πρόεισιν. Ἵν' οὖν δεδειγμένον ᾖ, τὸ τὰς ἀνισότητος σχέσεις ἐκ τῆς ἰσότητος φυσικῇ ἀνάγκῃ γίγνεσθαι, καὶ οὐχ ἡμῶν θεμένων, καὶ πρῶτόν γε τὴν πολλαπλασιότητα ἀπὸ διπλασίου ἀρξαμένην, ἀφ' ἧς πάλιν τὴν ἐπιμοριότητα, ἀπὸ ἡμιολίου τὴν ἀρχὴν ἰσχουσαν, καὶ ἀπὸ ταύτης τὴν ἐπιμεριότητα, κατὰ τὴν ἀνάλογον τάξιν, καὶ ἑξῆς ἀπὸ τούτων τὰς μικτὰς, ἐκθετέον τρεῖς ὅρους. Καὶ πρῶτόν γε ἐν μονάσιν, εἶτα δυάσι καὶ πάλιν ἐν τριάσι καὶ ἑξῆς ἀκολούθως. Καὶ παρ' ἑκάστην ἔκθεσιν ἄλλους τρεῖς ὅρους πλαστέον (διὰ τριῶν

A numerabitur inter inæqualitatis species; æqualitas quidem ad inæqualitatem habebit rationem principii: quemadmodum in linearibus rectangulus ad obtusum & acutum, & in Musicis intervallis media ad extensos & remissos sonos. Hæc enim, quæ ab aliquo definito & determinato B sumunt, secundum rationem æqualitatis, & ab eodem ad majus & æquale digressionem habent secundum inæqualitatem, in infinitum progrediuntur. Ut igitur inæqualitatis habitudines ab æqualitate per naturalem necessitatem, & non per nostram positionem ac primo quidem multiplicitatem C à duplici incipientem, post illam rursum superpartialitatem à sesquialtero ordientem, & post hanc superpartientitatem, procedere demonstretur secundum proportionalem ordinem; exponendi sunt tres termini, primo in unitatibus, dein in binariis, rursus in ternariis, & similiter in sequen- D tibus. Et ad unamquamque expositionem formandi sunt tres termini alii [propter tria semper eorum præcepta] & ad formatos alii tres, & post illos alii, & sic

προσταγμάτων ἀεὶ τῶν αὐτῶν) καὶ παρὰ τοὺς πλασθέντας ἑκατέρους τρεῖς, καὶ ἐκ τούτων ἄλλους, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἀκολούθως. Ἐφ᾽ ἑκάστης δὲ πλάσεως πειρατέον κατὰ φύσιν τε καὶ ἀναστρόφως τοὺς ὅρους ἐκτίθεσθαι, καὶ δευτέραν ἔκθεσιν τοῖς αὐτοῖς προστάγμασι χρωμένους πλάσσειν τοὺς ἀπ᾽ αὐτῶν. Ἔσται δὲ προστάγματα τάδε· Ποίησον πρῶτον ὅρον πρώτῳ τῶν ἐκκειμένων ἴσον, δεύτερον δὲ πρώτῳ ἅμα καὶ δευτέρῳ, τὸν δὲ τρίτον πρώτῳ, δυσὶ δευτέροις ἅμα καὶ τρίτῳ. Ἐκ πάντων οὖν ἐν ἰσότητι ὅρων τριῶν προεκτεθέντων, εἴτ᾽ ἐν μονάσιν, εἴτ᾽ ἐν δυάσιν, ἢ καὶ τριάσι, καὶ ἐφεξῆς διὰ τῶν προειρημένων προσταγμάτων, γενικῶς μὲν πολλαπλάσιοι γεννήσονται, ειδικῶς δὲ πολλαπλασίων οἱ διπλάσιοι. Πρῶτοι μὲν ἐκ μονάδων, οἱ δὲ συνεχεῖς καὶ ἑξῆς ἀκολούθως. Ἐκ δὲ τῶν πλασθέντων διπλασίων τριπλάσιοι. Πρῶτοι πάλιν ἐκ πρώτων καὶ συνεχεῖς ἐκ συνεχῶν. Ἐκ δὲ τριπλασίων τετραπλάσιοι. Πρῶτοι πάλιν ἀποσώζοντες τὴν αὐτῶν εὐταξίαν καὶ συνεχεῖς ἐκ συνεχῶν καὶ ἀεὶ οἱ ἑπόμενοι λόγοι ἐκ τῶν ἡγουμένων. Εἰ δὲ πλάσ-

A semper in sequentibus: In singula vero formatione studendum, ut secundum naturam & conversis habitudinibus terminos exponamus, & secundum eadem præcepta formemus alteram expositionem eorum, qui sunt post illos. Præcepta autem hæc erunt: fac primum terminum æqualem
B primo expositorum, secundum æqualem primo & secundo, tertium vero primo, duobus secundis & tertio. Ex omnibus igitur terminis in æqualitate tribus ante expositis, dein in unitatibus, dein in binariis vel etiam in ternariis, & consequenter per prædicta præcepta, procreabuntur genera-
C liter quidem multiplices, specialiter vero multiplicium duplices. Primi quidem ex unitatibus, contigui vero ex binariis, & sequentes ex ternariis, & convenienter in sequentibus. Ex formatis autem duplicibus triplices: Primi rursus ex primis, contigui ex contiguis: Ex triplicibus quadrupli: Primi
D iterum servantes sui ratum ordinem, & contigui ex contiguis; semperque sequentes rationes ex præcedentibus. Si vero formantes, non utemur ista secundum naturam terminorum expositione; sed convertemus primos ab æqua-

ζοντες, οὐ τῇ τοιᾷδε κατὰ φύσιν τῶν A ὅρων ἐκθέσει χρησαίμεθα, ἀλλὰ ἀναστρέψαιμεν τοὺς πρώτους ἀπὸ τῶν ἰσοτήτων πλασθέντας ὅρους, ὥστε τὸν τρίτον ὅρον ἐν τῇ τοῦ πρώτου χώρᾳ τάξαι, τὸν δὲ πρῶτον ἐν τῇ τοῦ τρίτου. Τὸν δὲ μέσον ὁμοίως μέσον τηρήσαιμεν. Ἔπειτα διὰ τῶν αὐτῶν παραγγελμάτων ἑτέρους πλάσοι- B μεν, φύσονται γενικῶς μὲν ἐπιμόριοι ἐπὶ πολλαπλασίων, εἰδικῶς δὲ ἡμιόλιοι μὲν ἀπὸ διπλασίων, εὔτακτοι ἐπ' εὐτάκτων, ἐπίτριτοι δὲ ἀπὸ τριπλασίων ἀποσώζοντες τὴν αὐτῶν τάξιν, καὶ ὁμοίως ἐπιτέταρτοι ἀπὸ τετραπλασίων, καὶ ἐπίπεμπτοι, ἀπὸ πενταπλασίων, καὶ ἑξῆς κατά C τινα συγγένειαν φυσικὴν, συμπαρεκτεινομένων τοῖς εἴδεσι τοῦ πολλαπλασίου τῶν παρωνυμούντων καθ' ἕκαστον εἶδος ἐπιμορίων. Ἐκ δὲ τῶν αὐτῶν τούτων πάλιν ἀναστραφέντων τῶν ὅρων τοὺς ἐπιμερεῖς λόγους πάντως γεννήσομεν, πρώτους πάλιν ἐκ πρώτων, καὶ δευτέρους ἐκ δευτέ- D ρων, καὶ τρίτους ἐκ τρίτων, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως, καὶ τούτων δι' εὐτακτουμένων κατ' ἀλλήλους τῇ ἐξ ἀρχῆς παρωνυμήσει. Ὑποδείγματος δὲ ἕνεκα ἔστωσαν μονάδες τρεῖς κατ' ἴσον λόγον προκείμεναι, εἰ δὴ ποιήσαιμεν κατὰ τὰ εἰρημένα παραγγέλματα, πρώ-

A litatibus formatos terminos, ut tertius in regione primi, primus in regione tertii imperte: Medium nihilominus medium servabimus. Postquam alios per eadem præcepta formaverimus, creabuntur generaliter quidem superparticulares in multiplicibus; specialiter autem sesquialteri à dupli- B cibus, ordinati in ordinatis: sesquitertii vero à triplis servantes proprium ordinem; & similiter sesquiquarti à quadruplis, sesquiquinti à quintuplis; & in sequentibus secundum quandam naturalem cognationem extenduntur cum speciebus multiplicis superparticulares, qui secundum sin- C gulas species sunt ejusdem denominationis. Ex his vero conversis terminis omnino procreabimus rationes superpartientes, primos rursus ex primis, secundos ex secundis, ternos ex tertiis, & convenienter in cæteris, per numeros inter se ordinem servantes in prima denominatione. Exempli gratia sint tres unitates D secundum rationem æqualem propositæ, si quidem fecerimus secundum dicta præcepta primum terminum æqualem primo:

πρῶτον ὅρον πρώτῳ ἴσον, ἔσται μονάς, εἰ δὲ δεύτερον πρώτῳ καὶ δευτέρῳ, ἔσται δυάς, εἰ δὲ τρίτον πρώτῳ δυσὶ δευτέροις καὶ τρίτῳ, ἔσται τετράς, καὶ γεννήσονται οἱ πλασθέντες ἐν διπλασίῳ λόγῳ. ά, β΄, δ΄. Ἐκ δὲ τῶν αὐτῶν κατὰ τὰ αὐτὰ προστάγματα ἕξομεν τοὺς ἐν τριπλασίῳ. ά, γ΄, θ. Καὶ ἀπὸ τούτων τοὺς ἐπὶ τούτοις ἐν τετραπλασίῳ ά, δ΄, ις΄ καὶ ἐφεξῆς ἀκολούθως. Εἰ δὲ δυάδας ἐν ἰσότητι προεκθείμεθα, ἔσονται οἱ ἑξῆς ὅροι ἐν διπλασίῳ ὁμοίως ὄντες ἐν λόγῳ οἱ β΄ δ΄ η΄. Καὶ ἀπὸ τούτων πάλιν οἱ ἑξῆς τριπλάσιοι β΄, ς΄, ιη΄ ἀφ᾽ ὧν οἱ ἑξῆς τετραπλάσιοι β΄, η΄, λβ΄. καὶ ἄθροοι ἀκόλουθοι.

A erit unitas: si vero fecerimus secundum æqualem primo & secundo, erit binarius: si autem tertium primo, duobus secundis & tertio, erit quaternarius, & procreabuntur formati in ratione dupla. 1. 2. 4. Ex his vero secundum eadem præcepta habebimus numeros in ratione tripla. 1. 3. 9. B Ab illis qui sequuntur in ratione quadrupla 1. 4. 16. & similiter in sequentibus. Si vero binarios in æqualitate proponamus, erunt sequentes termini, qui similiter sunt in ratione dupla, 2. 4. 8. Et ab illis rursus sequentes tripli 2. 6. 18. A quibus sequentes quadrupli 2. 8. 32. & universi sequentes.

α	α	α	β	β	β	α	β	δ
α	β	δ	β	δ	η	δ	ς	θ
α	γ	θ	β	ς	ιη	θ	ις	κε
α	δ	ις	β	η	λβ			

Εἰ δὲ ἀναστρέψαιμεν τοὺς πρώτους, ἐν διπλασίῳ λόγῳ τοὺς ά. β΄. δ΄. διὰ τῶν αὐτῶν προσταγμάτων ποιήσομεν, τοὺς πρώτους ἐν ἡμιολίῳ ἀναλογίᾳ ὄντας τοὺς δ΄. ς΄. θ΄. Ἀπὸ δὲ τούτων πάλιν ἀναστραφέντων τοὺς ἐν ἐπιδιμερεῖ ο-

C Si vero converterimus primos, in ratione dupla 1. 2. 4. Faciemus per eadem præcepta in proportione sesquialterâ, qui sunt 4. 6. 9. Ab illis vero iterum conversis faciemus numeros, qui sunt similiter in proportione superbipartiente, 9. 15. 25. Ex illo ma-

mai-

ὥστε σύριγγι ὁμοίου τοῦ διαγράμματος γενομένου, πολλὴν γλαφυρίαν ἐμφαίνεσθαι, κατά τε τὸ μῆκος καὶ τὸ βάθος καὶ τὴν ὑποτείνουσαν. Ἐκ μὲν γὰρ διπλασίων τριπλάσιοί τε καὶ ἡμιόλιοι φύονται, ἐκ δὲ τριπλασίων πενταπλάσιοί τε καὶ ἐπιτέταρτοι, καὶ ἐφ' ὁσονοῦν, ἀεὶ τῆς αὐτῆς ἀκολουθίας ἀποσωζομένης. Ὁ δὲ συνεχὴς ἀεὶ πολλαπλάσιος ὑποφύεται διὰ τῆς ὑποτεινούσης, κωλυτὴρ γινόμενος τῶν περαιτέρω τῆς εἰρημένης τάξεως ἐπιμορίων, ἐστερημένος τοιούτου ἐπιμορίου, καθὸ λέγεται ὁ ἐπιμόριος. Ὡς ὁ τρία ἡμίσεος, καὶ ὁ τέσσαρα τρίτου, καὶ ὁ πέντε τετάρτου. Καὶ ἀεὶ ὁμοίως. Καθ' ἑκάστην δὲ σύριγγα, ὁ κατὰ τὴν ὀρθὴν γωνίαν τεταγμένος ἀριθμὸς, πρὸς τοὺς ἑκατέρωθεν συγγενεῖς κατά γε τὸ πλάτος καὶ τὸ βάθος, λόγον τινὰ ἀποσώζει οὐκ εὔτακτον. Οἷον ἐν μὲν τῇ τῶν διπλασίων ἐκθέσει διπλάσιός τε καὶ ὑφημιόλιος γινόμενος. Ἐν δὲ τῇ τῶν τριπλασίων τριπλάσιός τε καὶ ὑπεπίτριτος, καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ἀναλόγως. Προληπτέον δὲ καὶ ἄλλο τι θεώρημα, χρησιμώτατον ἡμῖν ἐσόμενον εἰς τὴν μουσικὴν εἰσαγωγὴν, τοιοῦτον. Δύο ἀριθμῶν ἀνίσων ἐὰν ἡ πρὸς ἀλλήλους διαφορὰ

A fistulæ, multa venustas appareat secundum longitudinem & altitudinem & subtensam. Nam ex duplicibus nascentur triplices & sesquialteri, ex triplicibus quintuplices & sesquiquarti; & ita in reliquis, servata semper congruentia. Continuus vero semper multiplex nascetur propter hypote-
B nusam, utpote qui non permittat superparticulares esse ultra prædictam ordinationem, quia caret tali superparticulari, quatenus superparticularis vocatur; ut 3 dimidiæ, 4 tertiæ. 5 quartæ & semper similiter. Secundum unamquamque vero fistulam numerus, secundum rectangulum formatus, ad
C altrinsecus cognatos secundum latitudinem & profunditatem servat quandam rationem non bene ordinatam. Verbi gratia, in duplicium expositione duplex & subsesquialter factus: In triplicium vero expositione triplex & subsesquitertius, & in cæteris proportionaliter. Assumendum & ali-
D quod aliud præceptum, quod utilissimum nobis erit ad musicam introductionem, & est tale.

φορὰ καθά τινας ἄλλους ἀριθμοὺς, A παρὰ μονάδα ἴσους ἀλλήλοις μετρῇ, τὸν μὲν μείζονα κατὰ τὸν μείζονα, τὸν δὲ ἐλάττονα κατὰ τὸν ἐλάττονα, ἤτοι πληρούντως αὐτοὺς μετρήσει, ἢ ὑπερβαλλόντως, ἢ ἐλλιπῶς. Ἀλλ᾽ ἐπεὶ τὸ μὲν πλῆρες, ἑνὶ τρόπῳ πλῆρές ἐστιν· ὥς τὸ τέλειον καὶ τὸ ἴσον, κατὰ τὴν τῶν ἀρετῶν B φύσιν. Τὸ δὲ ἐλλιπὲς καὶ τὸ ὑπερβάλλον ἀπειράτε καὶ ἀόριστα, καθὰ καὶ αἱ κακίαι, διὰ τὴν τῆς ἀνισότητος φύσιν· Κατὰ μὲν τὴν πλήρη μέτρησιν ἕνα καὶ τὸν αὐτὸν οἱ μετρηθέντες λόγον ἔχουσι πρὸς ἐκείνους, καθ᾽ οὓς ἐμέτρησεν αὐτοὺς ἡ διαφορά. C Καὶ ἔσται ὁ τούτων μείζων πρὸς τὸν ἐλάττονα, ὡς ὁ ἐκείνων μονάδι μείζων πρὸς τὸν μονάδι ἐλάττονα. Κατὰ δὲ τὰς λοιπὰς δύο μετρήσεις ἢ μείζονα ἢ ἐλάττονα, καὶ οὐκέτι τὸν αὐτόν. Ἀλλ᾽ εἰ μὲν ἐλλιπὴς ᾖ ἡ μέτρησις, ὥστε μετὰ τὴν τοῦ μέτρου προσβολὴν, D τοσαυτάκις καὶ οἱ πρὸ αὐτῶν, ἀκαταμέτρητόν τι ἀπολειφθῆναι ἐν ἀμφοτέροις τοῖς μετρηθεῖσιν. Ἴσον δὲ τοῦτο ἐν μείζονι πάντες οἱ ὅλοι λόγῳ γεννήσονται, εἴπερ τὰ ὑπὸ τοῦ μέτρου καταληφθέντα πληρούντως αὐτῶν μέρη, πρὸς ἄλληλα ἐξε-

Duorum inæqualium numerorum differentia, si secundum quosdam alios numeros præter unitatem sibi invicem æquales, mensuraverit majorem secundum majorem, minorem vero secundum minorem; mensurabit ipsos vel plene, vel excessive, vel defective: Si fuerit plenus, uno tantum modo est plenus: ut perfectus & æqualis secundum virtutum naturam. Excedentes autem & deficientes sunt infiniti & interminati, ut quoque sunt vitia, propter inæqualitatis naturam. Secundum plenam quidem mensurationem mensurati habebunt unam eandemque rationem ad illos, secundum quos differentia ipsos mensuravit; & erit eorum major ad minorem, quemadmodum illorum unitate major ad unitate minorem. Secundum vero reliquas duas mensuras habebunt vel majorem vel minorem rationem, nunquam eandem. Sed si fuerit mensuratio deficiens, ita ut cum fuerint mensurati quoties & priores, aliquid immensurabile in ambobus mensuratis desit: Hoc vero æquale omnes toti in majore ratione producent; siquidem ipsorum partes à mensura plene comprehensæ,

ταζό-

ταζόμενα, καὶ καθόλου οἱ ἐν δευτέρῳ καὶ A
εἰς τὸν ἐλάττονα κατὰ ἴσην δια-
φορὰν ὑποβιβαζόμενοι ἀριθμοί,
μείζονας ἀεὶ καὶ μᾶλλον λόγους ἕξου-
σι τῶν ὑπὲρ αὐτοὺς μειζόνων. Ὡς ἐπὶ
τῶν ἀριθμητικῶν μεσοτήτων πασῶν
ἐστιν ἰδεῖν, τοὺς ἐλάττονας ὅρους ἀεὶ ἐν
μείζοσιν ὄντας λόγοις, τοὺς δὲ μεί-
ζονας ἐν ἐλάττοσιν. Ἐὰν δέγε ὑπερ- B
βάλλουσα ᾖ ἡ μέτρησις, ὥς τε κα-
ταμετρηθέντων ὑπὸ τῆς κοινῆς αὐ-
τῶν διαφορᾶς τῶν ὅλων κατὰ τὴν αὐτῶν
ποσότητα, ὑπερπαίειν ἴσῃ τινὶ πο-
σότητι τὸ μέτρον, ἐν ἐλάσσονι οἱ
ὅλοι λόγῳ πρὸς ἀλλήλους ἔσονται
ἤπερ οἱ τὴν ἴσην ὑπερέκπτωσιν τοῦ μέ-
τρου ἐν ἀμφοῖν ὁρίζοντες. Ἔστω δὲ τῶν C
λεχθέντων τριῶν τρόπων ὑποδεί-
γματα, τρεῖς τινες αἵδε συζυγίαι, τῆς
μὲν πλήρους μετρήσεως ἡ ν' καὶ νε', τῆς
δὲ λειπούσης ἡ μη' καὶ νγ'. τῆς δὲ ὑ-
περβαλλούσης ἡ νγ' καὶ νη'. Κοινὴ δὲ
διαφορὰ ἐν πάσαις ἡ πεντάς.
Καθ' ἑκατέρων οὖν τῶν ἐν ἑκάστῃ συ-
ζυγίᾳ ὅρων μετροῦσα ἡ πεντὰς, τοὺς D
μὲν μείζονας ἑνδεκάκις μετρήσει,
τοὺς δὲ ἐλάττονας δεκάκις. Ἀλλ' ἐν
μὲν τῇ πρώτῃ ἴσους τοὺς λόγους ἕξουσιν
οἵ τε ὅλοι καὶ οἱ, καθ' οὓς ἐμετρήθησαν,
εἴγε οὗτοι μὲν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιδεκάτῳ

ad se invicem collatæ, & generaliter numeri in secundo ordine, & ad minorem secundum æqualem differentiam translati, habebunt semper majores & potiores rationes, quam qui sunt illis majores: quemadmodum in omnibus arithmeticis medietatibus videre est, quod minores termini semper sint in majoribus rationibus, & majores in minoribus. Si vero mensuratio fuerit excedens, ita ut mensuratorum à communi ipsorum differentia totorum mensura excedat, æquali aliqua quantitate secundum ipsorum quantitatem; toti in minore ratione erunt ad se invicem, quam numeri in ambobus determinantes æqualem mensuræ excessum. Sint vero trium dictorum modorum exempla, tres quædam combinationes; In plena mensura, ut 50 & 55. In deficiente, ut 48 & 53. in excedente, ut 53 & 58. Communis vero in omnibus differentia sit quinarius. Per utrosque igitur cujusque combinationis terminos mensurans quinarius, majores mensurabit undecies, minores vero decies. Sed in prima combinatione æquales rationes habebunt toti & illi, secundum quos sunt mensurati, illi si quidem

ε'	ια'
ν'	νε'
μη'	νγ'
νγ'	νη'

λόγῳ ἔσονται. Ἐν δὲ τῇ δευτέρᾳ μείζονα οἱ ὅλοι τῶν καθ' οὓς ἐμετρήθησαν. Οἱ μὲν γὰρ ἐν τῷ ἐπιδεκάτῳ ἔσονται λόγῳ· οἱ δ' ὅλοι οὐκέτι μὲν ἐν τῷ αὐτῷ, ἀλλ' ἐν μείζονι, ἢ ἐπιδεκάτῳ. Ὁ γὰρ νγ'. ἔχει τὸν μη', καὶ μεῖζον ἢ τὸ δέκατον αὐτοῦ. Ἐν δὲ τῇ τρίτῃ ἐλάττονα οἱ ὅλοι τῶν καθ' οὓς ἐμετρήθησαν. Οἱ μὲν γὰρ ἐν τῷ ἐπιδεκάτῳ ἔσονται λόγῳ, οἱ δὲ ὅλοι ἐλάττονι ἢ ἐπιδεκάτῳ. Ὁ γὰρ νη' τοῦ νγ' ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ἐπιδέκατος, εἴγε ἔχει ὁ μείζων τὸν ἐλάττονα καὶ ἔλαττον, ἢ τὸ δέκατον αὐτοῦ. Ἐὰν δ' ὅροις ἀνίσοις ἴσοι ἀριθμοὶ προστιθῶσιν, ἡ μὲν αὐτὴ ἔσται διαφορὰ τῶν τε ἐξ ἀρχῆς, καὶ τῶν μετὰ τὴν πρόσθεσιν, λόγον δὲ ἐλάττονα ἕξουσιν οἱ ὕστερον, τοῦτ' ἐστιν, οἱ σὺν τῇ προσθέσει. Κἂν ἀπὸ ἀνίσων τῶν ὅρων ἴση ἀφαίρεσις γένηται, οἱ ἐκ τούτων λειπόμενοι ἀριθμοὶ τὴν αὐτὴν μὲν ἕξουσι διαφορὰν τοῖς ἐξ ἀρ-

A erunt in eadem ſeſquidecima ratione. Sed in ſecunda combinatione toti habebunt majorem rationem, quam illi, ſecundum quos ſunt menſurati. Illi enim erunt in ratione ſeſquidecima: Toti vero nunquam in eadem, ſed in majore quam B ſeſquidecima. Nam 53 habet 48, & majorem quam ejus decimam. In tertia vero combinatione toti habebunt minorem rationem, quam illi, ſecundum quos ſunt menſurati. Nam illi erunt in ſeſquidecima ratione, toti vero in C minore, quam ſeſquidecima. Nam 58 ad 53 eſt minor, quam ſeſquidecima, ſi quidem major terminus minorem in ſe continet, & aliquam minorem partem, quam ejus decimam. Si vero inæqualibus terminis adjiciantur æquales numeri, differentia erit eadem priorum quæ conjunctorum; ſed minorem rationem ha- D bebunt poſteriores, hoc eſt, conjuncti. Si vero ab inæqualibus terminis æquales auferantur, relicti numeri habebunt quidem

χῆς

χῆς, ἐν μείζονι δὲ λόγῳ γενήσονται. Ἔτι κἀκεῖνο προσληπτέον, χρήσιμον ἡμῖν εἰς τὰ αὐτὰ ἐσόμενον, ὅτι ἐὰν διάστημα ὁτιοῦν δὶς συνθετῇ, τοῦτ' ἔστιν ὁστισοῦν λόγος διαφορηθῇ, διαμένοντος δηλονότι κοινοῦ τοῦ μέσου ὅρου, οἱ ἄκροι πάντως ἐν μείζονι λόγῳ ἔσονται, ἤπερ

A eandem differentiam, quam priores, sed in majore ratione erunt. Hoc item præceptum addendum est, ad eandem materiam (*musicam introductionem*) maximo usui nobis futurum: SI INTERVALLUM QUALECUNQUE BIS COMPONATUR, id est, ratio qualiscunque differat, permanente nimirum communi medio termino,
B extremitates erunt omnino





οἱ ἁπλοῦν τὸ διάστημα περιέχοντες. Ἀλλ' ἐὰν μὲν τὸ διαφορούμενον διάστημα ἐν πολλαπλασίονι λόγῳ ᾖ, καὶ οἱ ἐμπεριέχοντες ἄκροι ἐν πολλαπλασίονι ἔσονται, Ἐὰν δὲ ἐν ἐπιμορίῳ, οὔτε ἐν ἐπιμορίῳ ἔσονται οἱ περιέχοντες, οὔτε ἐν πολλαπλασίῳ, ἀλλ' ἐν ἄλλῃ τινὶ σχέσει μικτῇ. Ἔστιν οὖν καὶ ἀναστρέψαντα εἰπεῖν, ὅτι ἐὰν σύνθετον διάστημα τοὺς ἄκρους ἔχῃ ἐν πολλαπλασίῳ λόγῳ ὄντας πρὸς ἀλλήλους, πάντως καὶ τὸ διαφορηθὲν διά-

C in majore ratione, quam termini simplex intervallum continentes. Si vero differens intervallum fuerit in ratione multiplicata, & extremitates, quæ hoc continent, erunt in ratione multiplicata. Si vero differens intervallum fuerit in ratione superparticulari, continentes intervallum erunt
D neque in ratione superparticulari, neque multiplici; sed in quadam alia mixta habitudine. Licet ergo & inversis terminis dicere: Si compositum intervallum habuerit in ratione multiplici extremitates ad se invicem; & distractum in-

στημα πολλαπλάσιον μὲν, οὐκ ἔσται ἐπιμόριον δὲ, ἢ ἑτερογενές. Ἀφ' οὗ βεβαιωθήσεται ἐν τοῖς ἁρμονικοῖς λόγοις, τινὰ μὲν σύμφωνα διαστήματα συμφώνοις συντιθέμενα, μείζους συμφωνίας ἀποτελέσει, τινὰ δὲ οὐχὶ, καὶ ἐν τινὶ λόγῳ εἰσὶν αἱ ἀποτελούμεναι σύνθετοι, καὶ ἐν τινὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς. Ἔτι κἀκεῖνο προσληπτέον, ὅτι ἀριθμὸς ἀριθμὸν ἕτερον πολλαπλασιάσας, τὸν ἀπογεννώμενον ἔχοντα παρέξει ἑκατέρου τῶν γεννησάντων τὰ ἰδιώματα. Καὶ ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἐν λόγῳ τινὶ ὄντες ἑτέρους δύο μηκύνωσιν, ἐν ἄλλῳ λόγῳ μηκύνοντας, ὁ μείζων τὸν μείζονα, καὶ ὁ ἐλάττων τὸν ἐλάττονα, ἀνάγκη τοὺς ἐξ αὐτῶν γεννωμένους ἀποσῶσαι ἑκάτερον τὸν λόγον. Καὶ ἐὰν μὲν πυθμενικοὶ ὦσιν οἱ γεννήτορες, πυθμενικὴ καὶ ἡ λῆξις τῶν λεγομένων ἐν τοῖς ἀπογεννωμένοις συμβήσεται. Εἰ δὲ μὴ πυθμένες εἶεν, τὴν αὐτὴν ἀποσώζουσιν ἀναλογίαν τῆς τάξεως. Ὁμοίως κἀκεῖνο προσληπτέον. Πάντες οἱ ὅροι κατ' ἀρτίαν ἔκθεσιν ἐκκείμενοι καὶ ἴσην ὑπεροχὴν, εἴτε τῆς ἀρτίας φύσεως εἶεν, εἴτε τῆς περιοσῆς, εἴτε καὶ ἑκατέρας, τοσου-

A tervallum erit omnino quidem multiplex, sed non superparticulare aut heterogeneum. Unde in rationibus harmonicis confirmatur regula: QUÆDAM CONSONA intervalla, composita cum consonis, majores consonantias perficient, quædam vero non: & perfectæ erunt compositæ B in quadam ratione, & in quadam priores. Præterea etiam hoc præceptum addiscendum: NUMERUS ALIUM numerum multiplicans faciet, ut productus habeat proprietates utriusque producentium. Et si duo numeri, qui sunt in quadam ratione, duos alios [qui in alia ratione multipli- C cant] major majorem, minor minorem multiplicaverint, necessario producti utramque rationem servabunt. Quod si productores fuerint radicales, & terminatio dictorum numerorum in productis erit radicalis: Si vero non fuerint radices, servant eandem ordinis propor- D tionem. Nunc & hanc regulam similiter addiscamus: OMNES TERMINI secundum parem expositionem & æqualem excessum expositi, sive sint naturæ paris, sive imparis, sive etiam utriusque; illud, quod ex cumu-

τοπλα

τοπλάσιον τὸ ἐκ τῆς ἐπισυνθέσεως πάντων τῶν ἐκκειμένων ὅρων ἀποτελοῦσι τῶν ἐκ μόνων τῶν ἄκρων, ὅσον περ τοῦ πλήθους τῶν ὅρων ἥμισυ ὑπάρχει, ἀφ' οὗ παρωνυμήσει ἡ πολλαπλασιότης. Ἀκόλουθον τούτοις τὸν περὶ ἀναλογιῶν ὄντα τόπον, ὅτι σύστημα λόγων ἐστὶν ἡ ἀναλογία, τὸ παρὸν ὑπερθέμενοι, πρότερον τὸν περὶ ἐπιπέδων καὶ στερεῶν ἐπελευσόμεθα, ἴδιον ὄντα τοῦ καθ' αὑτὸ ποσοῦ, καὶ διὰ τὸ χρήσιμον τῆς διδασκαλίας ὑπέρθεσιν λαβόντα.

A lata omnium expoſitorum terminorum compoſitione oritur, faciunt totuplex ejus, quod ex ſolis extremitatibus oritur, quanta eſt dimidia terminorum multitudo, à qua multiplicitas denominabitur. Locum de proportionibus, qui his convenit, quia proportio eſt rationum compoſitio, in præſens differemus, B & perveniemus prius ad locum de ſuperficialibus & ſolidis, qui proprie pertinet ad quantitatem quæ per ſe eſt, & ob doctrinæ utilitatem fuit dilatus.

ΠΕΡΙ

ΠΕΡΙ
ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.

DE
NUMERIS PLANIS ET SOLIDIS.

Ἐπειδὰν τοίνυν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ὁστισοῦν, ἤτοι καθ' αὐτὸν, ἢ καὶ ἐπισυντιθέμενος τοῖς πρὸ αὐτοῦ, εἰς μονάδας ἀναλύηται, καὶ κατὰ γραμμὴν ἐπεκτείνηται, εὐθυγραμμικὸς καλεῖται, διότι ἀπλατῶς ἐπὶ μόνον τὸ μῆκος πρόεισιν. Ἰστέον γὰρ, ὡς τὸ παλαιὸν φυσικώτερον, οἱ πρόσθεν ἐσημαίνοντο τὰς τοῦ ἀριθμοῦ ποσότητας ἀναλύοντες εἰς μονάδας, ἀλλ' οὐχ, ὥσπερ οἱ νῦν, συμβολικῶς. Ἰδίως δὲ εὐθυγραμμικοὶ καλοῦνται, οἱ διάγραμμα ἐπίπεδον μὴ ποιοῦντες. ὡς ὁ ε. καὶ ὁ ζ'. καὶ οἱ ὅμοιοι. Εὐθυμετρικοὶ δὲ καλοῦνται, διὰ τὸ καθ' εὐθεῖαν μετρεῖσθαι ἀπὸ μονάδος. Καὶ ἐπειδὴ ἀρχή ἐστι, καὶ στοιχεῖον μήκους ἡ στιγμὴ, ἥσπερ ῥύσιν φασὶν εἶναι οἱ γεώμετραι τὴν γραμμὴν, ἕξει καὶ ἡ μονὰς καθ' ὁμοι-

A Quandoquidem igitur numerus ab unitate qualiscunque, sive qui per se est, sive ex superioribus compositus, in unitates resolvatur & per lineam extensus fuerit, vocatur euthygrammicus, quia absque latitudine ad solam longitudinem procedit. Sciendum enim, quod prisci (ut res antiquæ magis ad naturam accedunt) numeri B quantitates designaverint per dissolutionem ad unitates, non vero per allegorias, ut faciunt hodierni philosophi. Proprie vero euthygrammici vocantur, qui non faciunt planam figuram, ut 5. & 7. & similes. Euthymetrici vero vocantur, quia secundum rectam lineam ab unitate mensurântur. C Et quoniam longitudinis principium & elementum est punctum, cujus fluxionem geometræ dicunt esse lineam; unitas etiam secundum similitudinem punctorum habe-

μοίως ἀναλογίας ὄντας τὰς θ. ιέ. κέ. Ἐκ τούτου συμφανὲς γίνεται τὴν συγγένειαν τῆς σχέσεων. Εἰ γὰρ ὁ διπλάσιος λόγος ἀπὸ ἰσότητος ἐγεννήθη, ἐμάθομεν δὲ παρωνομασμένον τὸ ἥμισυ τῶν δύο, εἰκότως ἑξῆς, ὡς οἰκεῖος ὁ ἡμιόλιος λόγος ἐπλάσθη ἐν ἐπιμορίοις· Ἀπὸ δὲ τούτου πάλιν ὡς ἐν ἐπιμερέσι κατὰ τὴν οἰκειότητα τῆς δυάδος ὁ ἐπιδιμερής. Εἰ δὲ οἱ πρῶτοι ἐν τριπλασίῳ λόγῳ ἐκφύονται, ἀπ' αὐτῶν ἐπίτριτοι, καὶ ἀπὸ τούτων ἐπιτριμερεῖς. Εἰ δὲ τετραπλάσιοι, ἐπιτέταρτοί τε καὶ ἐπιτετραμερεῖς, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἀποσώζοντες τὴν οἰκειότητα τῆς παρωνυμήσεως, καὶ πυθμένες μὲν ἀπὸ πυθμένων, δεύτεροι δὲ ἀπὸ δευτέρων, καὶ τρίτοι ἀπὸ τρίτων, καὶ ἀεὶ ὁμοίως. Πυθμένας δὲ ἐπιμορίων ἐν τρισὶν ὅροις μὴ τοὺς αὐτοὺς οἰόμεθα γεννήσασθαι, ὅπερ ἐν δυσὶ φαίνονται. Οὐ γὰρ δυνατόν ἐν δυσὶν ὄντος λόγου τινὸς, καὶ τρίτον ὅρον προσπορισθῆναι, τὸν αὐτὸν λόγον πρὸς τὸν μέσον ἀποσώζοντα, διότι μὴ τοῦ αὐτοῦ μορίου παρεκτικός ἐστιν ὁ μείζων, καθὸ ἐπιμόριός ἐστι τοῦ πρώτου, ἵνα καὶ ὁ τρίτος κατ' αὐτὸν ἐκείνῳ

A nifestum est, fieri habitudinum cognationem. Si enim ratio dupla ab æqualitate processerit, addiscimus denominatum dimidium duorum: similiter in sequentibus, quomodo affinis ratio sesquialtera sit formata in superparticularibus; ab illo vero iterum quomodo in superpartientibus secundum
B affinitatem binarii sit formata ratio superbipartiens. Si vero primi in ratione tripla producantur, ab ipsis venient sesquitertii, & ab ab his supertripartientes. Si autem fuerint quadrupli primi, venient sesquiquarti & superquadripartientes; semperque sequentes servabunt affini-
C tatem denominationis, & radices à radicibus, secundæ à secundis, tertiæ à tertiis, & semper similiter. Radices vero superparticularium non putamus easdem in tribus terminis procreari, ut videntur in duobus. Cum enim aliqua ratio sit in duobus terminis, non potest acquiri tertius terminus, qui
D servet eandem rationem ad medium: quare major non potest exhibere eandem partem; quatenus superparticularis pertinet ad primum, ut tertius secundum hunc servet illi rationem. Nam omnis ratio in superparticulari est

τὸν λόγον ἀποσώζῃ. Πᾶς γὰρ ἐπιμορίου λόγος πυθμὴν, ὁ τοὺς ὅρους ἔχων μονάδι διαφέροντας, οὐχ ὁμοίως αὐτοὺς ἕξει διαιρετούς. Ἀλλ᾽ εἰ μὲν ὁ ἐλάττων διχῇ διαιροῖτο, ὁ μείζων τριχῇ, εἰ δὲ ὁ ἐλάττων τριχῇ, ὁ μείζων τετραχῇ, καὶ ἀεὶ μονάδι μεγαλωνυμωτέραν ὁ μείζων τοῦ ἐλάττονος τὴν διαίρεσιν ἐπιδέξεται, ὥστε μορίου ἐν λόγῳ ὡτινιοῦν κατὰ τὸν ἐλάττονα ἐξεταζομένου, ὅς ὑπόλογός ἐστι πρὸς τὸν μείζονα, οὐκ ἔσται τις τρίτος πρόλογος κατὰ ἐκεῖνο τὸ μόριον, ὑπόλογον ἔχων τὸν μείζονα. Ἀλλ᾽ οὖν ἐπεὶ μὴ εἰσὶν οἱ αὐτοὶ τοῖς ἐν δυσὶν οἱ ἐν τρισὶν, ἑτέρως ἐμφαντασθήσονται οἱ πυθμένες τοῖς ἀνάλογον. Διαφοραὶ γὰρ αὐτῶν γεννήσονται· οἷον φέρ᾽ εἰπεῖν, ἐπεὶ ἀνάλογον ἐν ἡμιολίῳ λόγῳ εἰσίν οἱ δ´, ϛ´, θ´. ἔσονται αὐτῶν διαφοραὶ τούτων οἱ πυθμενικοὶ ὁ β´ πρὸς τὸν γ´.

A radix, quæ, cum habeat terminos unitate differentes, eosdem non poterit similiter dividere; sed si minor bis dividatur, major ter dividetur; si minor autem ter, major quater, & semper major terminus suscipiet divisionem, quæ habeat uno majus nomen, quam minor: ita ut, cum pars in B quacunque ratione examinatur ad minorem, qui respectu majoris est hypologus, non possit secundum eandem partem aliquis tertius dari prologus, qui pro hypologo habeat majorem. Verum igitur cum non sint iidem in duobus, qui sunt in tribus, alio modo contemplabimur ac mente conci- C piemus radices, quam proportionales. Illorum enim sunt differentiæ. Exempli gratia, cum proportionem in ratione sesquialtera faciant 4. 6. 9, erunt differentiæ illorum radicales numeri 2. ad. 3.

β		γ
δ	ϛ	θ

Καὶ ἀεὶ ὁμοίως τὸ αὐτὸ συμβήσεται ἐν ἅπασι τοῖς εἴδεσι τῶν ἐπιμορίων. Καθὸ γὰρ πυθμένες ἔσονται ἐν τρισὶν, ὧν διαφοραὶ

D Et hoc ipsum semper similiter in omnibus superparticularium speciebus continget. Quatenus enim radices consistent in tribus,

οἱ ἐν δυσίν. Ἐν δὲ τοῖς πολλαπλασίοις οἱ ἀνάλογον ἀπ' ἀρχῆς ἐκκείμενοι τοὺς ἐλάττονας ὅρους ἀεὶ πυθμένας ἔχουσι, καθ' ἕκαστον λόγον. Αἰτία δὲ τούτου ἡ μονὰς, ὑπόλογον ἑαυτὴν πρὸς πάντας λόγους τοῦ πολλαπλασίου παρέχουσα, οὐδὲν δὲ ἧττον καὶ αἱ ἐν τούτοις ἀνάλογον διαφοραὶ τὸν αὐτὸν λόγον περιέξουσιν, εἰ καὶ μὴ πυθμένες εἰσὶ λόγων, ὡς ἐπὶ τῶν ἐπιμορίων συνέβαινε. Μόνοι δὲ οἱ ἐν διπλασίῳ ἀνάλογον ἐξ ἀρχῆς ἐξαίρετον ἕξουσι, τὸ καὶ διαφορὰς ἔχειν τοὺς ἐλάττονας ὅρους, οἵπερ εἰσὶ πυθμενικοί· Ἐν δὲ τοῖς τῶν ἐπιμερῶν εἴδεσιν οἱ τοὺς πυθμένας τῶν λόγων περιέχοντες ὅροι, οὔτ' ἐν ταῖς διαφοραῖς φανήσονται, ὡς ἐπὶ τῶν ἐπιμορίων, οὔτε ἐν τοῖς ἐλάττοσιν ὅροις, ὡς ἐπὶ τῶν πολλαπλασίων· ἀλλὰ κατά τινα ἄλλην εὔτακτον ἀναλογίαν. Οἱ μὲν γὰρ ἐν λόγῳ ἐπιδιμερεῖ ἀνάλογον ὄντες, ἐν ἡμίσει τῶν διαφορῶν τοὺς πυθμενικοὺς περιέξουσι. Πάλιν κἀνταῦθα τῆς οἰκειότητος τοῦ ἡμίσους πρὸς τὴν δυάδα, καθ' ἣν ἐπιδιμερὴς ὁ λόγος ἐστὶν, ἐμφαινομένης. Οἱ δ' ἐν ἐπιτριμερεῖ, ἐν τρίτῳ, οἱ δ' ἐν

A horum trium differentiæ sunt numeri in duobus consistentes. In multiplicibus autem numeri proportionaliter expositi pro radicibus habebunt minores terminos, secundum unamquamque rationem. Causa vero hujus est unitas, quæ ipsa est hypologus ad omnes rationes multiplicis; nihi- B lominus vero differentiæ, quæ sunt in illis proportionales, habebunt eandem rationem, licet rationum non sint radices, ut in superparticularibus contigit: soli vero, qui sunt in ratione dupla proportionaliter, hoc denuo singulare habebunt, quod etiam pro differentiis habeant minores termi- C nos, qui sunt radicales. Termini autem, qui in superpartientium speciebus radices continent, apparebunt neque in differentiis, ut in superparticularibus, neque in minoribus terminis, ut in multiplicibus: sed secundum quandam aliam bene ordinatam proportionem. Qui enim proportionaliter D sunt in ratione superbipartiente, in dimidia differentiarum parte continebunt radicales; Et hic iterum ostenditur affinitas dimidii ad binarium, secundum quem est ratio superbipartiens. Qui vero in supertripartiente, in tertia habent radi-

ἐπιπενταμερεῖ ἐν πέμπτῳ, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ὅμοιον ἔσται ἀποσωζομένης τῆς συμφυΐας τοῦ μορίου πρὸς τὸν λόγον. Καὶ γὰρ καθ' αὐτοὺς οἱ λόγοι ἐν τοῖς μέρεσι τὴν ὀνομασίαν ἴσχυσιν, ἐξεταζόμενοι πρὸς τὰ μόρια. Καθά ἐστιν ἡ ὑπεροχὴ τοῦ μείζονος ὅρου πρὸς τὸν ἐλάττονα μονάδι μειωνυμώτερον. Ἐπιδιμερὴς μὲν γὰρ ἔσται, ὁ πρῶτος λόγος, τρίτων, ἐπιτριμερής, ὁ δὲ δεύτερος, τετάρτων, ἐπιτετραμερής, ὁ τρίτος, πέμπτων, καὶ ἑξῆς ὁμοίως. Αἱ δὲ μικταὶ σχέσεις ἔκ τε πολλαπλασίου καὶ ἑκατέρου τῶν λοιπῶν ἐπιμορίου καὶ ἐπιμεροῦς γεννῶνται, καὶ αὗται ἐκ τῶν πρὸ ἑαυτῶν, ἡ μὲν ἐν πολλαπλασιεπιμορίῳ λόγῳ ἐκ τῆς ἐν ἐπιμορίῳ, ἀφ' ἧς καὶ ἐν ἐπιμερεῖ ἐγεννᾶτο. Οἷον εἰδικῶς ἡ διπλασιεφήμισυς ἀπὸ τῆς ἐν ἡμιολίῳ φύεται, οὐκέτι ἀναστρόφως τῶν ὅρων κειμένων, ἀλλὰ κατὰ φύσιν χρωμένων ἡμῶν τοῖς αὐτοῖς τρισὶ παραγγέλμασιν. Οὔσης γὰρ ἀναλογίας ἐν ἡμιολίῳ τῆς τετάρτης ϛʹ, ἧς αἱ διαφοραὶ οἱ πυθμενικοὶ ὅροι, πλασθήσεται ἡ διπλασιεφήμισυς ὅροις δʹ. ιʹ. κεʹ. ἐκ τῆς ἐν ἐπιτρίτῳ λόγῳ τῆς θʹ.

A cales: qui in ſuperquadripartiente, in quarta: qui in ſuperquintipartiente, in quinta, & ſimile ſemper eveniet in ſequentibus, modo ſervetur cohærentia partis ad rationem. Namque rationes ſecundum ſe ipſas in partibus appellationem obtinent comparatæ ad particulas: Quemadmodum exceſſus majoris termini ad minorem
B rem habet unitate minus nomen. Nam ſuperbipartiens, quæ eſt prima ſuperpartientium, erit tertiarum; ſupertripartiens, quæ eſt ſecunda ratio, erit quartarum; ſuperquadripartiens, quæ eſt tertia, erit quintarum, eodemque modo in ſequentibus procedimus. Habitudines vero mixtæ ex mul-
C tiplici & altera reliquarum, ſuperparticulari & ſuperpartiente & ipſæ ex prioribus naſcuntur; quæ eſt in multiplici ſuperparticulari oritur ex habitudine ſuperparticulari, à qua etiam ſuperpartiens. Verbi gratia in ſpecie, *duplex ſeſquialtera* naſcitur ab habitudine ſeſquialtera; ubi terminos non convertimus, ſed ſecundum naturam tribus
D illis præceptis utimur. Cum enim proportio in ratione ſeſquialtera ſit quarta pars 6, cujus differentiæ ſunt numeri radicales, duplex ſeſquialtera terminis formabitur,

ιβʹ.

ιβʹ. ιϛʹ. ἧς πάλιν αἱ διαφοραί εἰσιν οἱ πυθμενικοὶ ὅροι ὁμοίως, ἀπὸ τοῦ ἐλάττονος ὅρου ἀρχομένων ἡμῶν, ἡ διπλασιεπίτριτος ἐν ὅροις θʹ. καʹ. μθʹ. Ἐκ δὲ τῆς ἐν ἐπιτετάρτῳ τῆς ιϛʹ. κʹ. κεʹ. ἧς αἱ διαφοραὶ πάλιν πυθμενικοί, ἡ διπλασιεπιτέταρτος γεννᾶται ἐν ὅροις τοῖς ιϛʹ. λϛʹ. παʹ. καὶ ἑξῆς ὁμοίως.

A 4. 10. 25. Poſt cum proportio in ratione ſeſquitertia ſit 9. 12. 16. Cujus differentiæ rurſus ſimiliter ſunt radicales termini, ſi primum terminum minorem ſumamus minorem, erit duplex ſeſquitertia in terminis 9. 21. 49. Poſt cum proportio ſit in ratione ſeſquiquarta, 16. 20. 25. Cujus differentiæ rurſus ſunt radicales, dupla ſeſquiquarta generatur in terminis

ιϛʹ	κʹ	κεʹ
ιϛʹ	λϛʹ	παʹ

Ἀποσωζομένης κἀνταῦθα τῆς οἰκειότητος, τοῦ μετὰ τὴν πολλαπλασιότητα ἐπιτρέχοντος μορίου, πρὸς τὴν ὀνομασίαν τοῦ ἐπιμορίου λόγου, ἀφ᾽ οὗπερ ἡ γένεσίς ἐστι τῇ μικτῇ σχέσει. Ἐπεὶ γὰρ ἡμιόλιος ἡ γεννῶσα σχέσις, διπλασιεφήμισυς ἡ γεννωμένη· Ἐπεὶ δὲ ἐπίτριτος, διπλασιεπίτριτος· Καὶ ἐπιτέταρτος, διπλασιεπιτέταρτος, καὶ ἑξῆς δὲ ἀκολούθως. Πάλιν δὲ καὶ τούτων οἱ πυθμένες διευτακτηθήσονται, οὐκέτ᾽ αὐτόθεν ἐμφαινόμενοι ταῖς διαφοραῖς τῶν πλασσομένων, ὡς ἐπὶ τῶν ἁπλῶν σχέσεων ἐγίνετο. Ἀλλὰ διὰ τὸ μικτὰς εἶναι τὰς σχέσεις,

B 16. 36. 81. & ſimiliter in ſequentibus. Cum & hic ſervetur affinitas, quam habet poſt multiplicitatem accedens particula ad denominationem ſuperparticularis rationis, à qua mixta habitudo habet originem. Nam ſi habitudo procreatrix fuerit ſeſquialtera, procreata habitudo erit dupla ſeſquialtera.
C Si vero ſeſquitertia, erit dupla ſeſquitertia. Si ſeſquiquarta, erit dupla ſeſquiquarta, eodemque modo in cæteris agimus. Iterum illorum radices bene ordinabuntur, non protinus apparentes in differentiis formatorum, ut fit in ſimplicibus habitudinibus; ſed quia ſunt mixtæ habitudines, &
D rationes auctæ, apparebunt eſſe

καὶ τοὺς λόγους ηὐξῆσθαι, ἐν μορίοις τῶν διαφορῶν ὄντες φανήσονται. Διπλασιεφημίσους μὲν γὰρ λόγου ὁ πυθμὴν ἐν τρίτῳ μέρει τῶν διαφορῶν· Διπλασιεπιτρίτου δὲ ἐν τετάρτῳ, καὶ διπλασιεπιτετάρτου δ' ἐν πέμπτῳ, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως, μονάδι μεγαλωνυμώτερον ἀεὶ ἔσται τὸ μόριον, ἀντεξεταζόμενον πρὸς τὸ ὄνομα τοῦ ἐπιτρέχοντος μορίου, ἐν τοῖς εἴδεσι τοῦ πολλαπλασιεπιμορίου. Παρατηρητέον δὲ ἐφ' ἑκάστης πλάσεως τῶν ἐπιμερῶν σχέσεων καὶ τῶν πολλαπλασιεπιμορίων, πῶς ἀντιπεπόνθησίς τις γλαφυρὰ ὑποφύεται. Αἱ μὲν γὰρ ἐπιμερεῖς ἅπαξ πλῆρες τὸ μέτρον προσέβαλλον, καὶ πλείονα τὰ ἀκαταμέτρητα ἀπέλειπον μόρια, ἀρχόμενα ἀπὸ δύο. Ἐπιδιμερὴς γὰρ ἡ πρώτη, εἶτ' ἐπιτριμερὴς καὶ ἐπιτετραμερὴς, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως. Αἱ δὲ πολλαπλασιεπιμόριοι ἀντιπεπονθότως δὶς μὲν τῷ μέτρῳ προσβάλλουσι πληρούντως, ἓν δὲ μέρος ἀεὶ ἀπολείπουσι ἀκαταμέτρητον, ἀρχόμενον καὶ αὐτὸ ἀπὸ τοῦ συζυγοῦντος τῷ δύο ἀριθμῷ μορίου, καὶ ἑξῆς προκόπτον ἀκολούθως. Ἐπὶ δὲ πασῶν τῶν πλασσομένων σχέσε-

A in particulis differentiarum. Nam radix rationis duplæ sesquialteræ est in tertia parte differentiarum. Duplæ vero sesquitertiæ in quarta, & duplæ sesquiquartæ in quinta: eodemque modo in sequentibus majus unitate nomen semper habebit pars, collata ad nomen partis advenientis, in speciebus B multiplicis superparticularis. Præterea observandum est, in unaquaque superpartientium & multiplicium superparticularium habitudinum formatione, quomodo subnascatur quidam elegans contrarius affectus. Nam superpartientes adjiciebant mensuram plenam semel, & relinquebant partes C plures immensurabiles, à duobus incipientes. Nam superbipartiens est prima, dein supertripartiens, & superquadripartiens, & sic in sequentibus. Sed multiplices superparticulares per contrariam affectionem, bis plene mensurant, & semper relinquunt unam partem immensurabilem, quæ & ipsa D incipit à particula combinante per numerum duo, & sic in sequentibus progreditur. In omnibus vero formatis habitudinibus, & à quibus sunt formationes, extremitates quadratæ fiunt. Reliqua vero mixta habitudo, nimirum mul-

ων,

ων, καὶ ἀφ' ὧν αἱ πλάσεις, οἱ ἄκροι τετράγωνοι γίνονται. Ἡ δὲ λοιπὴ μικτὴ σχέσις ἡ πολλαπλασιεπιμερὴς γεννᾶται ἐκ τοῦ ἐπιμεροῦς. Καὶ ἐκ μὲν τῆς ἐπιμεροῦς δὶς ἐπιτρίτου εἰδικῶς τῆς θ' καὶ ιέ. κέ. ἀρχομένων ἡμῶν ἀπὸ τοῦ ἐλάττονος ὅρου, γεννᾶται ἡ διπλασιεπιτριμερὴς τρίτων, ἐν ὅροις τοῖς θ'. κδ'. ξδ'. Ἐκ δὲ τῆς ἐπιτριμεροῦς ἢ τρὶς ἐπιτετάρτου τῆς ιϛ'. κή. μθ'. ἡ διπλασιεπιμερὴς τετάρτων, ἐν ὅροις τοῖς ιϛ'. μδ' ρκά. Πάλιν δὲ ἐκ τῆς ἐπιτετραμεροῦς, ἢ τετράκις ἐπιπέμπτου τῆς κέ. μέ. πά. γεννᾶται ἡ διπλασιεπιτετραμερὴς πέμπτων, ἐν ὅροις τοῖς κέ. ό. ρϟϛ'. καὶ κατὰ τὸ ἑξῆς ἐπ'

A tiplex ſuperpartiens generatur ex ſuperpartiente: & quidem ex ejus ſpecie, ſuperbipartiente tertias 9. 15. 25. Cum incipimus à minore termino, generatur duplex ſuperbipartiens tertias in terminis 9. 24. 64. Ex ſupertripartiente vel ſupertripartiente quartas 16. 28. 49. Oritur duplex ſupertripar-
B tiens quartas in terminis 16. 44. 121. Rurſus ex ſuperquadripartiente, vel ſuperquadripartiente quintas 25. 45. 81. Generatur duplex ſuperquadripartiens quintas, in terminis 25. 70. 196. Et ſecundum

θ'	ιέ	κέ	ιϛ'	κή	μθ'	κέ	μέ	πά
θ'	κδ'	ξδ'	ιϛ'	μδ'	ρκά	κέ	ό	ρϟϛ'

ἄπειρον εὑρήσομεν ἀναλόγως καὶ ἀκολούθως ποιοῦσαν τὴν πλάσιν τῶν πολλαπλασιεπιμερῶν σχέσεων ταῖς ἐπιμερέσιν. Ἐκ μὲν γὰρ ἐπιμεροῦς τρίτων ἐγένετο ἡ διπλασιεπιμερὴς τρίτων, ἐκ δὲ τῆς ἐπιτριμεροῦς τετάρτων ἡ διπλασιεπιτριμερὴς τετάρτων, ἐκ δὲ τῆς ἐπιτετραμεροῦς πέμπτων ἡ διπλασιεπιτετραμερὴς πέμπτων. Πάλιν δὲ καὶ αὐτῶν

C conſequentiam in infinitum inveniemus formationem multiplicium ſuperpartientium habitudinum eſſe proportionalem & convenientem cum ſuperpartientibus. Nam ex ſuperbipartiente tertias fit duplex ſuperbipartiens tertias, ex ſupertripartiente quartas duplex ſupertripartiens quar-
D tas, ex ſuperquadripartiente quintas duplex ſuperquadripartiens

του-

τούτων οἱ πυθμένες κατά τινα λόγον φανήσονται διευτακτούμενοι. Τῆς μὲν γὰρ διπλασιεπιμεροῦς τρίτων, ἐν πέμπτῳ μέρει τῶν διαφορῶν ἐνοφθήσονται οἱ πυθμένες, τῆς διπλασιεπιτριμεροῦς τετάρτων, ἐν ἑβδόμῳ, τῆς δὲ διπλασιεπιτετραμεροῦς πέμπτων, ἐν ἐννάτῳ. Καὶ ἀεὶ κατὰ δυάδος προσθήκην τὴν κλῆσιν ἕξει τὸ μόριον, οἷον πρῶτον ἐπὶ δέκα, καὶ τρὶς καὶ δέκατον, καὶ πέντε καὶ δέκατον, καὶ ἀεὶ ὁμοίως ἐπιδειχθείσης ἡμῖν τῆς τῶν σχέσεων πλάσεως ἁπλῶν καὶ μικτῶν, ἀπὸ ἰσότητος τὴν ἀρχὴν ἐσχηκυίας, καθολικόν τι θεώρημα προσληπτέον, χρήσιμον ἡμῖν ἐσόμενον εἰς τοὺς λόγους τῆς ἁρμονικῆς θεωρίας, τοιοῦτον. Ἕκαστον τῶν ἀπὸ μονάδος πολλαπλασίων, ἢ οὑτινοσοῦν ἀριθμοῦ πρώτου καὶ ἀσυνθέτου, τοσούτων ἐπιμορίων ἡγήσαιτο λόγων ἀντιπαρωνύμων, ὁ πόσος ἂν αὐτὸς ὢν τυγχάνῃ ἀπὸ μονάδος, ἢ τοῦ πρώτου καὶ ἀσυνθέτου. Τῷ μὲν γὰρ καθ' ἕκαστον πρώτῳ πολλαπλασίῳ, εἰς βάθος παρώνυμος εἷς ἐπιμόριος γραφήσεται, δευτέρῳ δὲ καθ' ἕκαστον δύο, τρίτῳ δὲ τρεῖς, τετάρτῳ τέσσαρες, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως.

A quintas. Rursus etiam harum radices apparebunt secundum aliquam rationem bene ordinatæ. Nam radices duplicis superbipartientis tertias deprehendentur in quinta parte differentiarum; duplicis supertripartientis quartas in septima, duplicis superquadripartientis quintas in nona, semperque B secundum binarii additionem pars vocabitur; ut undecima, decima tertia, decima quinta: & semper formatio habitudinum, latitudine carentium & mixtarum, ab æqualitate descendens, cum similiter nobis fuerit demonstrata, assumendum est generale præceptum, quod erit utile ad rationes C theoriæ harmonicæ, quod est tale. Unum quodque ab unitate multiplicium, vel quocunque numero primo nec-composito, præcedet tot superparticulares rationes relativæ denominationis, quotus ipse fuerit ab unitate, vel primo nec-composito. Unicuique enim primo multiplici in altitudinem D ejusdem denominationis unus superparticularis ascribetur, unicuique autem secundo duo, tertio tres, quarto quatuor, & sic in sequentibus. Ita ut, cum figura facta fuerit instar

Ὥστε

ἑτητα στιγμῶν καὶ σημείου λόγον, ὡς ἂν ἀρχὴ οὖσα ποσοῦ, καὶ δὴ καὶ ἀφ' ἑαυτῆς ὡσανεὶ ῥυεῖσα, καὶ κατὰ τὸ ἑαυτῆς μέγεθος ἐφ' ἓν διαστᾶσα, εἰς μῆκος προσελεύσεται. Οὕτω καὶ συμβεβηκότα τινὰ ἕξει κοινὰ πρὸς τὸ σημεῖον, τό τε ἀρχὴ εἶναι ποσοῦ, ὡς ἐκεῖνο πηλίκου, καὶ τὸ ἀμερὴς εἶναι, ὡς ἐκεῖνο, καὶ τὸ δύνασθαι μηδὲν πλέον ἑαυτῆς, καθὰ κἀκεῖνο. Ὡς γὰρ ἅπαξ ἓν οὐδὲν πλέον τοῦ ἕν, οὕτως ἐπ' ἄλληλα σημεῖα γινόμενα, οὐδὲν πλέον σημείου ποιεῖ. Οὐδὲ γάρ ἐστιν ἡ γραμμὴ πλειόνων σύνθεσις σημείων· ἀλλ' ἤτοι ψαυστῶν ἀδιαστασία ἔσται, ἢ διεστάντων ἀψαυστία, ὥστ' οὐκέτι μέρος γραμμῶν τὸ σεμεῖον. Οὐ γὰρ μόνον σημεῖόν ἐστι, οὗ μέρος οὐδέν, ἀλλὰ καὶ οὐδ' ἄλλου τινός ἐστι μέρος. Κοινὸν δ' ἔχει πρὸς τὸ σημεῖον ἡ μονάς, καὶ τὸ στερεῶν πυραμίδων, ἀπειραγώνων ταῖς βάσεσιν, ἐπὶ κορυφῇ θεωρουμένη, εἰς ἐκεῖνο πανσχήμων νοεῖσθαι. Ἴδια δὲ ἤδη ἔχει, καθὰ διαφέρει σημείου, ὡσανεὶ ὁρογενὴς οὖσα, τό τε κατὰ σύνθεσιν ἑαυτῆς εἰς μῆκος διΐστασθαι, καὶ ἔτι τὸ μέρος εἶναι τούτου. Εἰ γὰρ τῆς ἐφ' ἓν διαστάσεως παυσαίμεθα καταγρά-

A bit rationem puncti, ut pote quæ est principium discretæ quantitatis, à se ipsa profluens, & secundum sui ipsius magnitudinem in unam modo partem distans, in longitudinem progredietur. Itaque quædam communia cum puncto accidentia habebit; nimirum quod sit principium quantitatis
B discretæ, ut punctum est continuæ; item quod sit indivisibilis, ut punctum; item se majus nihil faciat, ut & punctum. Quemadmodum enim semel unum non est majus uno; ita punctum in se multiplicatum nihil puncto majus facit. Neque enim linea est compositio plurium puncto-
C rum: sed vel tangendorum nulla distantia, vel distantium nullus contactus: Ita ut neque pars linearum sit punctum. Nam punctum non solum est, cujus pars nulla est, sed nec ipsum est pars alterius alicujus. Unitas vero habet cum puncto commune, quod, cum eam ad solidarum pyrami-
D dum, infinitis modis in basibus structarum, verticem consideramus, in hoc omnibus figuris possimus concipere. Proprium vero habet, quo differat à puncto, quod velut ex termino nata secundum sui compositionem

φοντες τὰς μονάδας, καὶ ἐπεμβάλλοντες τὸ μῆκος, ἐπὶ δὲ τὸ πλάτος ἐπέλθοιμεν, κατ᾽ ἐπίπεδον σχηματίζοντες αὐτὰς, ὁ τοιοῦτος ἀριθμὸς ἐπίπεδος κεκλήσεται. Διχῆ γὰρ ἤδη διαστατὸς, καὶ ποικίλλεται εἴδεσι καταγραφόμενος, ἀρχόμενος περὶ τριγώνων, περὶ ὧν ἐν κεφαλαίοις οὕτως ἐφοδευτέον, καὶ ποριστέον αὐτῶν εὔτακτον γένεσιν. Ἐκκειμένου γὰρ τοῦ ἀπὸ μονάδος ἀριθμοῦ, ἐὰν μὲν μηδὲν διαλιπόντες σωρηδὸν συντιθῶμεν τοὺς ἐφεξῆς καθ᾽ ἕνα. Οἷον ἕνα πρῶτον. εἶτ᾽ ἐπὶ τούτῳ δύο. εἶτα ἐπὶ τοῖς δυσὶ τρία. καὶ πρὸς τούτοις τέσσαρα, καὶ μέχρις οὗ βουλόμεθα, τρίγωνοι ἐφεξῆς ἀπὸ μονάδος ἀποτελεσθήσονται οἱ α΄. γ΄. ϛ΄. ι΄. ιε΄. κα΄. κη΄. λϛ΄. καὶ ἐφεξῆς, ὧν ἕκαστος σχηματισθήσεται ἀναλυθεὶς εἰς μονάδας τριγώνου τρόπον, καὶ αὐτὴ δὲ καθ᾽ ἑαυτὴν ἡ μονὰς, ὡς δυνάμει οὖσα τριγωνική. Τὰς δὲ πλευρὰς ἕκαστος τῶν μετὰ μονάδα τοσούτων ἕξει μονάδων, ὅσων περ καὶ ὁ γνώμων ἐστὶν, ἢ νὴ δία, ὅσων περ μονάδων ὁ ὕστατος παραληφθεὶς ἐν τῇ συνθέσει γνώμων ἐστὶν, ὅπερ ἴδιον μόνων τριγώνων ἐστίν. Εἴρηται δὲ γνώμων, ὁ

A distet in longitudinem, ejusque etiam pars sit. Si vero cessemus unitates distantiæ in unam partem conscribere, & longitudinem superinjicere, perveniemus ad latitudinem, figurando unitates secundum planum; talis numerus vocabitur planus. Cum enim in duas partes distet, variis figuris
B scribitur, & incipit à triangulis, de quibus summatim ita est perlustranda & inquirenda eorum origo. Exposito enim ab unitate numero, si nihil interlinquentes cumulate componamus consequentes secundum unum: verbi gratia, primum unum, deinde ad unum 2. dein ad duos 3. ad tres 4.
C &c. consequentes ab unitate trianguli efficientur. 1.3.6.10.15.21.28.36. & sequentes, quorum quisque formabitur, resolutus in unitates ad instar trianguli, & ipsa unitas secundum se ipsam, ut quæ est potentiâ triangularis: Quisque triangulus autem, qui post unitatem fuerit, habebit in lateri-
D bus tot unitates, quot habuerit gnomon, vel certe, quot unitates habuerit gnomon, qui ultimus in compositione assumitur: quod proprium est solis triangulis. Dictus vero est gnomon, qui unamquamque polygonorum formam

αὐξη-

αὐξητικὸς ἑκάστου εἴδους τῶν πολυγώ-
νων, κατὰ πρόσθεσιν τὸ αὐτὸ εἶδος
διαφυλάττων. Ὡς φέρ' εἰπεῖν,
τῷ τρία τριγώνῳ ὄντι περιτεθεῖσα
ἡ τριὰς, τὸ ἑαυτοῦ εἶδος ἔχοντα
τὸν ἐπίσημον ἀπετέλεσε, μετέχε-
ται δὲ ἀπὸ τῶν ἐν γεωμετρίᾳ τὸ ὄνο-
μα. Λέγεται γὰρ ἡ ὑπεροχὴ, ἥπερ
ἔχει τετράγωνον, τετραγώνου γνώ-
μων, πάντως δὲ ἡ σχημάτισις καὶ
ἰσόπλευρον ἔσται τρίγωνον. Ὥς τε
τρίγωνος ἂν εἴη ἀριθμὸς, ὁ ἐκ τῶν
ἀπὸ μονάδος κατὰ μονάδος δια-
φορὰν συντιθεμένων σωρηδὸν ἀπο-
γεννώμενος. Ἐν δὲ τῇ ἐπιπεδώ-
σει αὔξεται ὁ τέταρτος ἐν ἀπολαμ-
βάνειν τὸν πρῶτον, ὁ δὲ πέμπτος
δεύτερον, καὶ ἀκολούθως οἱ ἄλλοι,
μέχρις οὗ πάλιν ὁ ἕβδομος τὸν
πρῶτον περιέχοντα περιέχῃ, διὰ
τὸ εἶναι καὶ αὐτὸς τέταρτος ἀπὸ
τετάρτου, καὶ οἱ ἑξῆς δὲ ἀναλόγως
τὸ αὐτὸ ποιήσουσι. Πάλιν δὲ ἐξ
ἀρχῆς ἄλλης. Ἐὰν ἐκ τοῦ ἐφεξῆς
ἀριθμοῦ ἀπὸ μονάδος ἀρχόμενοι
συντιθῶμεν σωρηδὸν μηκέτι τοὺς
ἐφεξῆς, ἀλλὰ τοὺς παρ' ἕνα,
τοῦτ' ἔστι τοὺς περισσοὺς, οἷον πρῶ-
τον α' εἶτα α. γ' εἶτα α. γ. ε. καὶ
πάλιν α. γ. ε. ζ. καὶ ἐφεξῆς ἀκολούθως τετράγωνοι φύονται, καὶ ἐπι-

A augere poteſt, ipſamque conſer-
vat ſecundum propoſitionem.
Exempli gratia, ternarius circum-
datus circa numerum tria, qui eſt
triangulus, abſolvit notam, quæ
ipſam formam habet: nomen ve-
ro participat à geometricis gno-
monibus. Namque exceſſus, qui
habet quadratum, dicitur quadrati
B gnomon; figuratio autem ſem-
per erit ſecundum æquilaterum
triangulum. Ita ut triangulus
numerus ſit, qui naſcitur ex nu-
meris cumulate compoſitis, ab
unitate ſecundum unitatis diffe-
rentiam. In planis vero figuris
augetur quartus, dum primum
recipit, quintus dum ſecundum;
C & ita alii deinceps, donec ſe-
ptimus contineat primum, qui
continebat; quia ipſe eſt quartus
à quarto; & ſequentes idem faci-
ent proportione. Iterum ex alio
principio: ſi à numero, ſequenti
ab unitate, incipientes compo-
namus cumulate, non quidem
conſequentes, ſed tranſeuntes
D unum numeros, hoc eſt impares,
veluti primum 1. deinde 1. 3. de-
inde 1. 3. 5. & rurſus 1. 3. 5. 7. &
ita ſequentes naſcentur quadra-
ti, & in planis habebunt formam
quadratorum, cum fuerint ad

πεδωθήσονται τετραγωνικῶς ἀναλυθέντες εἰς μονάδα. Οἱ δὲ γνώμονες γωνίαν ποιοῦντες ἀεὶ περιτεθήσονται, καὶ οὐκέτι κατὰ μίαν πλευρὰν αὐξηθήσονται οἱ τετράγωνοι, ὥσπερ ἐπὶ τῶν πρὸ αὐτῶν ἐγένετο. Ἄρξεται δὲ πάλιν κἀνταῦθα ὁ τρίτος ἐμπεριέχειν τὸν πρῶτον, καὶ ὁ τέταρτος τὸν δεύτερον, καὶ ὁ πέμπτος τὸν τρίτον, ἀλλὰ καὶ τὸν πρῶτον, ἕκτος δὲ τὸν τέταρτον καὶ δεύτερον, καὶ καθόλου οἱ ἀρτιοταγεῖς ἀρτίους, καὶ οἱ περισσοταγεῖς περισσούς. Ἔστιν οὖν τετραγωνικὸς ἀριθμός, ὁ ἐκ τῶν ἀπὸ μονάδος δυάδι διαφερόντων συντιθεμένων ἀποτελούμενος, ὡς ὁ α΄. δ΄. θ΄. ιϛ΄. κε΄. λϛ΄. καὶ ὁ ἐφεξῆς ἕκαστος πάλιν ἔχων τοσούτων μονάδων τὴν πλευρὰν, ὅσους περ καὶ τοὺς ἐν τῇ συνθέσει παραληφθέντας γνώμονας. Ἐπεὶ δὲ τὸ τετράγωνον σχῆμα ἐν γραμμικοῖς διαγωνίου ἀχθείσης εἰς δύο τρίγωνα λύεται [Δῆλον δ᾽ ὅτι καὶ συνίσταται ἐκ τούτων] εὕροιμεν ἂν καὶ ἐν ἀριθμητικοῖς ἐκ πάντων δύο τριγώνων ἀριθμῶν συνεχῶν τετράγωνον συνιστάμενον. Γεννῶνται δ᾽ οἱ τετράγωνοι καὶ ἑκάστου τῶν ἀπὸ μονάδος ἀριθμῶν ἑαυτὸν πολλαπλασιάσαντος. Ἡ μὲν γὰρ μονὰς ἑαυ-

A unitatem resoluti. Gnomones vero, qui faciunt angulum, semper circumdabuntur, & nunquam secundum unum latus augebuntur quadrati, ut fiebat in prioribus. Hic autem incipiet rursus tertius in se primum continere, & quartus secundum, & quintus tertium sed & primum,
B sextus vero quartum & secundum, & generaliter pariter ordinati pares, impariter ordinati impares. Est igitur numerus quadratus, qui perficitur ex compositis numeris ab unitate, binario differentibus, ut 1.4.9.16. 25. 36. Et singuli sequentes, qui rursus tot unitates habent in
C latere, quot in compositione assumptos gnomones. Postquam vero quadrata figura in linearibus, ductâ diagonali, solvitur in duo triangula [constat autem, quod quadratum ex triangulis sit compositum] inveniemus quoque in arithmeticis, ex omnibus
D duobus triangulis contiguis componi quadratum. Generantur autem quadrati etiam à singulis ab unitate numeris se ipsos multiplicantibus. Vnitas enim, quando seipsam per unum multiplicavit, habet vim quadrati; bina-

ἑαυτὴν μονάζασα, τετραγωνικὴ γίνεται, ἡ δὲ δυὰς ἑαυτὴν δυάζασα, τετράγωνον τὸν δ′ ποιεῖ, καὶ ἡ τριὰς ἑαυτὴν τριάζασα τὸν θ′. καὶ ἑξῆς ἀκολούθως. Ἐὰν δὲ πάλιν ἐκ τοῦ ἐφεξῆς ἀριθμοῦ τοὺς δύο διαλείποντας τῇ μονάδι σωρηδὸν ἐπισυνθῶμεν, πεντάγωνοι φύσονται οἱ α′. ε′. ιβ′. κβ′. λε′. καὶ ἐφεξῆς καὶ αὐτοὶ ἀναλυόμενοι εἰς μονάδας, καὶ πενταγωνικῶς σχηματιζόμενοι, κατὰ τρεῖς πλευρὰς περιτιθεμένων τῶν γνομόνων. Πάλιν δὲ τοσούτων μονάδων ἔσται ἡ πλευρὰ ἑκάστου, ὅσοιπερ καὶ γνώμονες εἰς τὴν γένεσιν αὐτοῦ συνετέθησαν. Ἔσται οὖν πενταγωνικὸς ἀριθμὸς, ὁ ἐκ τῶν ἀπὸ μονάδος τριάδι διαφερόντων συντιθεμένων ἀποτελούμενος. Ἑξαγωνικὸς δὲ, ὁ ἐκ τῶν ἀπὸ μονάδος τετράδι διαφερόντων, καὶ ἑπταγωνικὸς, ὁ ἐκ τῶν πεντάδι, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως, καὶ κατὰ δυάδος ὑπεροχὴν τῶν πολυγώνων πρὸς τὰς διαφορὰς τῶν γνωμένων τὴν ὀνομασίαν ἰσχόντων. Εἰ δέ τις ἐκθεῖτο στοιχηδὸν καὶ ἐφεξῆς τοὺς πολυγώνους ἀπὸ τριγώνου, προτάξας αὐτῶν καὶ τὸν συνεχῆ ἀριθμὸν, φανήσονται ἐν τῷ διαγράμματι τρίγωνοι μὲν δύο παρὰ δύο, καὶ

rius vero, cum per duo se multiplicavit, facit quadratum 4. & ternarius cum se per tria multiplicavit, facit quadratum 9. & sic in sequentibus. Deinde vero si cumulate componamus cum unitate numeros, qui duo interlinquunt, nascentur quinquanguli. Ut 1. 5. 12. 22. 35. & sequentes alii, qui in unitates resolvuntur, & quinquangulam habent figuram, ad tria latera gnomonibus circumpositis. Iterum vero unumquodque latus tot habebit unitates; quot gnomones fuerint compositi ad ejus generationem. Erit igitur numerus quinquangulus, qui perficitur ex compositis numeris, qui ab unitate ternario differunt. Sexangulus vero, qui perficitur ex differentibus ab unitate quaternario; & septangulus, qui ex quinario ab unitate differentibus, & in sequentibus convenienter perficiuntur polygoni, & appellationem sortiuntur secundum binarii excessum ad gnomonum differentias. Si vero quis ordine exponat consequentes à triangulo polygonos, & collocet ipsorum contiguum numerum, ostendentur in figura alternatim duo quidem trianguli, & omnes, qui sunt similiter ordinati, habere ordinem parium. Nam omnes

ὅλως εἰ ὁμαλταγεῖς αὐτῶν, τοῦτ᾽ ἔστιν A ἀρτιοταγεῖς. Καὶ γὰρ γνωμόνων ἔτυχον ἅπαντες οἱ πολύγωνοι κατά τινα φυσικὴν εὐταξίαν, τρίγωνος μὲν ἕνα παρ᾽ ἕνα περισσοῦ καὶ ἀρτίου, τετράγωνος δὲ περισσῶν μόνων, πεντάγωνος δὲ ἑνὸς πάλιν παρ᾽ ἕνα, καὶ ἑξάγωνος περισσῶν μόνων, καὶ τοῦτο δι᾽ ὅλου ἀκο- B λούθως. Ἐπεὶ δὲ ἡ μονὰς πάσης γενέσεως τῶν πολυγώνων ἀφηγεῖται, καὶ διὰ τοῦτο πανσχήμων ἐστίν, ἐοικέναι λέγεται τοῦτο κύκλῳ καὶ σφαίρᾳ, διότι τε ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς ὁ κύκλος περιέχεται, καὶ ἑνὸς ἐπιπέδου ἡ σφαῖρα, καὶ διότι ὅ τε κύκλος χωρητικός ἐστι, καὶ περι- C κλειστικὸς παντὸς πολυγώνου ἐπιπέδου σχήματος, καὶ ἡ σφαῖρα στερεοῦ. Φανήσεται δὲ καὶ ἑξῆς καὶ τῶν στερεῶν σχημάτων τῆς γενέσεως ἀφηγουμένη ἡ μονάς, καὶ δυνάμει ἐπιδεχομένη τοὺς πάντων λόγους. Πρὸς τούτοις τε, ὅτι ἀφ᾽ ἑαυτῆς καὶ περὶ ἑαυτὴν ὡσανεὶ κινηθεῖσα, εἰς D ἑαυτὴν ἀπό τινος περί τι ἐξ ἴσου διαστήματος εἰς ταυτὸν ἀποκαθίσταται. Εἰ δὲ ὁ κυκλικὸς λόγος τῇ μονάδι ἐμφαίνεται, ἄρχονται δὲ ἐπὶ τριάδος αἱ σχηματίσεις τῶν πολυγώνων, τὴν δυάδα εὐλόγως οἱ ἀπὸ

A polygoni etiam gnomones nanciſcuntur ſecundum quandam bonum naturæ ordinem, triangulus quidem alternatim unum imparem & unum parem, quadrangulus vero tantum impares. Quinquangulus vero alternatim parem & imparem, & ſexangulus tantum impares; & hoc in univer- B ſum convenienter progredietur. Quandoquidem vero unitas omnis polygonorum generationis eſt prima, ideoque omnis figuræ capax; dicitur hoc ſimile eſſe circulo & ſphæræ, quia circulus ſub una linea & ſphæra ſub uno plano continetur: item quia circulus omnem planam polygonam figuram cape- C re & circumcludere poteſt, & ſphæra ſolidam. In ſequentibus autem oſtendetur, unitatem etiam ſolidarum figurarum generationis eſſe primam, & potentiâ comprehendere omnium rationes. Inſuper quia à ſe ipſa & circa ſe ipſam quodammodo mota, in ſe ipſam recurrit, quemadmodum & cir- D culus ab aliquo circa aliquod ex æquo intervallo in idem recurrit. Si vero in unitate appareat ratio circularis, in ternario autem incipiant polygonorum formationes, optima ratione dixerunt Pytha-

Πυθα-

Πυθαγόρου ἀόριστον ἔφασαν εἶναι, διότι καθ᾿ ἑαυτὴν οὐδ᾿ ὁτιοῦν περιορίζεται σχῆμα. Πρῶτον γὰρ εὐθύγραμμον καὶ στοιχεῖον ἐπίπεδον τὸ τρίγωνον. Διότι ἐν τρισὶν ὅροις τὸ διχῇ διαστατὸν, καὶ ἐπειδὴ ἐν γραμμικοῖς εἰδοποιεῖται τὰ πολύγωνα ὑπὸ τριγώνου, εἴγε τὴν σύστασιν ἀπ᾿ αὐτοῦ, καὶ εἰς αὐτὸ τὴν ἀνάλυσιν ἴσχει, καὶ διὰ τοῦτο καὶ ἐν ἀριθμοῖς εἰδοποιηθήσονται οἱ πολυγώνιοι ὑπὸ τριγώνων κατά τινα φυσικὴν εὐταξίαν. Ἔσται γὰρ ὁ δυνάμει τρίγωνος ἡ μονὰς, διαφορὰ τῶν ἐνεργείᾳ πρώτων πολυγώνων ἐπὶ βάθος θεωρουμένων τῶν, γ΄. δ΄. ε΄. ϛ΄. ζ΄. η΄. θ΄. ι΄. καὶ ἐφεξῆς. Ὁ δὲ ἐνεργείᾳ πρῶτος τρίγωνος ὁ τρία, τῇ δὲ τάξει δεύτερος, τῶν δευτέρων πολυγόνων ἔσται διαφορὰ τῶν ϛ΄. θ΄. ιβ΄. ιε΄. ιη΄. κα΄. κδ΄. κζ΄. ὁ δὲ τρίτος ὁ ϛ΄. τῶν τριγώνων περίεισιν ι΄. ιϛ΄. κβ΄. κη΄. λδ΄. μ΄. νβ΄. καὶ πάλιν ὁ τέταρτος τῶν τετάρτων, καὶ ὁ πέμπτος τῶν πέμπτων, καὶ ἐφοσονοῦν. Καὶ ἐν τῇ σχηματογραφίᾳ δὲ τῶν πολυγώνων δύο μὲν ἐπὶ πάντων αἱ αὐταὶ μένουσι πλευραὶ, μηκυνόμεναι καθ᾿ ἕκαστον, αἱ δὲ περὶ ταύτας ἐναποληφθήσονται

A goræi binarium esse interminatum, quia nulla vel qualiscunque figura secundum illum terminis circumscribitur. Primum enim rectilineum & planum principium est triangulum. Quare quod habet duas dimensiones, est in tribus terminis; & quoniam in linearibus polygona sub triangulo B formantur, si quidem ex illo componuntur, & in illud resolvuntur, ideo etiam in numeris polygoni accipient formam à triangulis, secundum quendam bonum naturæ ordinem. Unitas enim potentiâ triangulus, erit differentia primorum actu polygonorum ad profunditatem (*h. e altitudinem*) C usque consideratorum 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. &c. 3 vero, qui primus actu est triangulus, sed ordine secundus, erit differentia secundorum multangulorum 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. 27. Sed 6, qui tertius triangulus est, circumit 10. 16. 22. 28. 34. 40. 46, 52. iterum potentia quartus actu quartos, D quintus quintos &c. Et in polygonorum descriptione eadem manebunt in omnibus duo latera, quæ singula producuntur; quæ autem sunt circa illa, à gnomonum circumpositione intercluduntur, quæ semper mutantur unum in

τῇ

τῇ τῶν γνωμόνων περιθέσει, ἀεὶ ἀλλασσόμεναι, μία μὲν ἐν τριγώνῳ, δύο ἢ ἐν τετραγώνῳ, καὶ τρεῖς ἐν πενταγώνῳ, καὶ ὁμοίως ἐπ' ἄπειρον κατὰ δυάδος ἐνταῦθα διαφορὰν τῆς κλήσεως τῶν πολυγώνων πρὸς τὴν ποσότητα τῶν ἀλλασσομένων γινομένης. Ἐντεῦθεν καὶ ἡ ἔφοδος τοῦ Θυμαριδίου ἐπανθήματος ἐλήφθη. Ὡρισμένων γὰρ ἢ ἀορίστων μεριζομένων ὡρισμένον τι, καὶ ἑνὸς ὁτινοσοῦν τοῖς λοιποῖς καθ' ἕκαστον συντεθέντος, τὸ ἐκ πάντων ἀθροισθὲν πλῆθος, ἐπὶ μὲν τριῶν μετὰ τὴν ἐξ ἀρχῆς ὁρισθεῖσαν ποσότητα ὅλον τῷ συγκριθέντι προσνέμει, τὸ ἀφ' οὗ τὸ λεπὸν καθ' ἕκαστον τῶν λοιπῶν ἀφαιρεθήσεται, ἐπὶ δὲ τεσσάρων τὸ ἥμισυ, καὶ ἐπὶ πέντε τὸ τρίτον, καὶ ἐπὶ ἓξ τὸ τέταρτον, καὶ ἀεὶ ἀκολούθως. Δυάδος κἀνταῦθα διαφορᾶς ἐπιφαινομένης πρός τε τὴν ποσότητα τῶν ἐπιμεριζομένων, καὶ πρὸς τὴν τοῦ μορίου κλῆσιν, παρατηρητέον, πῶς κἀνταῦθα ἡ μονὰς χώραν ἔχει τῷ ὅλῳ συζυγῆσαι. Ἐν μὲν γὰρ τῷ τῶν πολυγώνων θεωρήματι, τῷ κατὰ τὴν χηματογραφίαν, ἐλέγομεν μίαν εἶναι τὴν ἀλλασσομένην πλευρὰν τῶν τριγώνων, δύο δὲ τῶν τετραγώνων

A triangulo, duo in quadrangulo, tria in quinquangulo, & similiter in infinitum secundum binarii illic differentiam facta denominatione multangulorum ad quantitatem mutandorum laterum. Hinc etiam cognoscitur ratio floridæ sententiæ, quam tradidit Thymaridas. CUM ENIM, ait, FINI-

B TA VEL INDEFINITA dividunt aliquid definitum, & unumquodlibet singulis reliquis apponitur, cumulata ex omnibus multitudo, in tribus quidem post priorem definitam quantitatem, totum attribuit concreto, à quo reliquum secundum singula reliqua auferetur, in quatuor vero dimidiam,

C in quinque tertiam, in sex quartam partem, & ad eandem sequentiam in omnibus proceditur. Cum hic binarius demonstretur differentia ad quantitatem distributorum & partis denominationem, inquirendum quomodo hic etiam unitas habeat locum cum toto sese conjun-

D gendi. Nam cum multangulos contemplaremur in descriptione figurarum, dicebamus unum latus mutari in triangulis, duo in quadrangulis, tria in quinquangulis, & eadem proportione

γώνων, καὶ τρεῖς πενταγώνων, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως. Ἐνταῦθα δὲ τῷ ἐπαυθήματι, εἰ μὲν τρεῖς εἶεν οἱ μεριζόμενοι μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν τοῦ ὁρισθέντος ὁρισμοῦ, ὅλον τὸ ληφθὲν προσνεμοῦμεν τῷ συγκριθέντι πρὸς τοὺς λοιπούς, ὡς ἀναλόγως ἔχειν ἐνταῦθα τὸ ὅλον πρὸς τὴν ἐν τοῖς τριγώνοις ἀλλασσομένην μίαν πλευράν. Καὶ ἐπεὶ ἐκεῖ δύο ἔσονται ἐπὶ τῶν τετραγώνων αἱ ἀλλασσόμεναι πλευραί, ἐνταῦθα, εἰ τέσσαρες εἶεν οἱ μεριζόμενοι, τὸ ἥμισυ προσνεμοῦμεν. εἶτα τρίτον, ἐπεὶ τρεῖς, καὶ ἀεὶ ἀναλόγως ποιοῦντες οὐ διαπεσούμεθα. Ὅτι δὲ οὐ παρέλκει τὸ ἐπαίθημα τοῦτο, ἀλλὰ καὶ πρὸς θεώρημα ἀριθμητικὸν ἔχει τὴν ἀναφορὰν, καὶ ἐφόδου γλαφυρωτάτης πρὸς ἀνεύρεσιν αἴτιον ἡμῖν γίνεται, οὕτως ἂν θεωρήσαιμεν. Προστετάχθω γὰρ ἡμῖν, λόγου χάριν, ἀριθμοὺς ἐκθέσθαι τέσσαρας, ὧν ὁ πρῶτος μετὰ τοῦ δευτέρου διπλάσιος ἔσται τρίτου ἅμα καὶ τετάρτου, καὶ πάλιν ὁ πρῶτος μετὰ τοῦ τρίτου τριπλάσιος δευτέρου ἅμα καὶ τετάρτου, ὁμοίως δὲ ὁ αὐτὸς πρῶτος μετὰ τοῦ τετάρτου, τετραπλάσιος τῶν δύο μέσων δευτέρου ἅμα καὶ τρίτου, σύμπαντες δὲ ἅμα πενταπλάσιοι αὐτῶν δύο

A in ſequentibus. Sed in hoc florido loco ſi tres fuerint dividendi, poſt ablationem definitæ definitionis, totum ſumtum attribuemus collato ad reliquos, ita ut hic ſit proportio inter totum & unum latus, quod in triangulis mutatur. Et, quandoquidem ibi duo erunt latera in quadrangulis mu- B tanda, hic attribuemus dimidiam partem, ſi quatuor fuerint dividendi. Deinde tertiam, ſi tria latera; & ſemper proportionem ſervantes nunquam errabimus. Quia vero hæc florida ſententia non eſt ſupervacanea, ſed etiam ad arithmeticum theorema refertur, & nobis cauſam venuſtiſſimæ C tractationis inveniendæ præbet, ita animo contemplabimur. Sit enim nobis deſtinatum, verbi gratia, exponere quatuor numeros, quorum primus cum ſecundo erit duplus tertii ſimul & quarti; & rurſus primus cum tertio triplus ſecundi ſimul & quarti, ſimiliter idem primus cum quarto quadru- D plus duorum mediorum ſecundi ſimul & tertii; omnes vero ſimul quintupli eorundem duorum mediorum; ita ut multiplicium à duplo per naturalem legem in

μέζων, ὡς ἂν καὶ τάξει φυσικῇ τῶν πολλαπλασίων ἀπὸ διπλασίου εἰς πενταπλάσια ἡ προχώρησις εἴη. Ἐφοδευτέον δὲ οὕτως. Ἐπεὶ ἡμίσεος χρεία διὰ τὸν διπλάσιον, λαμβάνω τὸν δύο ἀριθμόν. Πρῶτος γὰρ ἡμίσεος παρεκτικὸς, καὶ πρῶτος διπλάσιος. Ἐπεὶ δὲ καὶ τρίτου, διὰ τὸν τριπλάσιον λόγον, τρὶς ποιῶ τὰ δύο, ὁ δὴ γενόμενος ϛ', διὰ ἀμφοτέρους τοὺς γεννήτορας, πρῶτος ἔσται καὶ ἡμίσεος καὶ τρίτου ἐπιδεκτικός. Πάλιν δὲ ἐπεὶ τετάρτου μέρους δεῖ, διὰ τὸν τετραπλάσιον λόγον, τετράκις τὰ ἓξ ποιῶ. Καὶ ἐπεὶ πενταπλασίου χρεία, τὰ κδ' πεντάκις, ἅπερ γίνεται ρκ'. Καὶ ἔχω τοῦτον ἀριθμὸν, κοινὸν ὄντα συγκεφαλαίωμα τῶν τεσσάρων ὅρων, ὃ δὴ καὶ θετέον εἶναι μεριστὸν εἰς τοὺς ἀναφανησομένους τέσσαρας ἀριθμοὺς, οἷς ἐμφανίσονται οἱ προειρημένοι λόγοι· διανεμητέον τὸν ρκ' τρόπῳ τοιούτῳ. Ἐπεὶ οἱ πρῶτοι δύο ἀριθμοὶ τῶν λοιπῶν δύο διπλάσιοι ἔσονται (ἐστὶ δὲ διπλασίων πυθμὴν ὡς ὁ δύο πρὸς ἕν, ἐστὶν ὁμοῦ τρία) δὶς ποιῶ τὸν ρκ'. καὶ, τὸν σμ'. μερίζω παρὰ τὸν τρίτον, γίνεται δὴ μέρος ἓν τὰ π'. Φημὶ δὴ τοσούτων εἶναι μονάδων τοὺς δύο πρώτους ἀριθμοὺς, οἵπερ διπλά-

A quintuplos fiat progressio. Tali vero via insistendum est. Quia opus est dimidia parte, ob duplam rationem, capio mihi numerum 2. Nam hic primus *ex se* præbet dimidiam partem, & primus est duplus. Quia autem & tertia *opus est parte*, ob rationem triplam, triplico duo, unde factus 6, B propter ambos genitores, primus & dimidiam & tertiam partem suscipit. Rursus quia est opus parte quarta, ob rationem quadruplam, quadruplico sex. Et quia opus quinta parte, *quintuplico* 24, quæ faciunt 120. Et habeo numerum, qui est communis quatuor terminorum summa; quam C quidem etiam ponendum est posse dividi in quatuor numeros manifestandos, quibus repræsentabuntur prædictæ rationes: Distribuere debemus 120 hoc modo. Quoniam duo primi numeri erunt reliquorum dupli (est vero duplorum radix ut duo ad unum, h. e. simul tria) duplico 120, & 240 D divido per tertiam partem, unde una pars oritur 80. Dico igitur duos primos numeros habere tot unitates, quot habebunt dupli reliquorum duorum, qui vide-

πλά-

πλάσιοι ἔσονται τῶν λοιπῶν δύο, A ὄντων δηλονότι καὶ αὐτῶν ἐν τεσσαράκοντα μονάσι. Πάλιν ἐπεὶ ὁ πρῶτος καὶ ὁ τρίτος τριπλάσιοι ἔσονται τῶν λοιπῶν δευτέρου καὶ τετάρτου, ὡς τρία πρὸς ἕν, ἅ ἐστιν ὁμοῦ δ'. ποιῶ τρὶς τὸν αὐτὸν ρκ', καὶ γίνεται τξ'. ἃ μερίζω παρὰ τὸ τέταρτον, ἵνα ᾖ τὸ μέρος, ϙ. Φημὶ δὴ τούτων B εἶναι μονάδων τὸν πρῶτον ἅμα καὶ τὸν τρίτον, τοὺς τριπλασίους τῶν λοιπῶν δευτέρου καὶ τετάρτου, ὄντων δηλονότι ἐν μονάσι λ'. Πάλιν ἐπεὶ ὁ πρῶτος σὺν τῷ τετάρτῳ τετραπλάσιός ἐστι τῶν δύο μέσων, δευτέρου καὶ τρίτου, ὡς δ' πρὸς ἕν, ἅ ἐστιν ὁμοῦ πέντε, τετράκις ποιῶ τὰ ρκ'. γίνεται υπ'. ἃ μερίζω παρὰ τὸν C ε'. ἵνα ἔχω μέρος τὰ ϙϛ'. Τοσούτων οὖν φημι μονάδων τὸν πρῶτον σὺν τῷ τετάρτῳ τε, οἵπερ τετραπλάσιοί εἰσι τῶν δύο μέσων, ἐν μονάσιν ὄντων κδ'. Κατὰ συνδυασμὸν οὖν εὑρημένων τῶν ἀριθμῶν, D οὐδέπω δὲ καθ' ἑαυτοὺς διακεκριμένων, ἔφοδον ἡμῖν τῆς διακρίσεως παρέχει ἡ τοῦ Θυμαρίδου ἐπανθήματος γνῶσις. Συγκεφαλαιωθέντων γὰρ ὁμοῦ τῶν κατὰ τὰς συζυγίας ἀριθμῶν, λέγω δὲ τοῦ π', καὶ ϙ, καὶ ϙϛ', τὸ σύμπαν ἔσται σξϛ'

A licet & ipsi habent unitates quadraginta. Rursus quoniam primus & tertius erunt tripli reliquorum secundi & quarti, velut tria ad unum, quæ simul faciunt 4, triplico eundem numerum 120, unde oriuntur 360. quæ divido per quatuor, ut habeam partem 90. Dico igitur primum & ter- B tium simul habere tot unitates, quot triplus reliquorum secundi & quarti, qui videlicet habent 30. Rursus quoniam primus & quartus est quadruplus duorum mediorum secundi & tertii, velut 4 ad unum, quæ faciunt simul quinque, quadruplico 120, & oriuntur 480, quæ divido per C 5. ut habeam partem 96. Dico igitur primum & quartum habere tot unitates, quot habent duorum mediorum quadrupli, qui habent 24. Cum igitur numeri secundum combinationem sunt inventi, non vero secundum se ipsos discreti; viam ad hanc discretionem nobis pandit cognitio egre- D gii præcepti, quod tradit Thymaridas. Nam numeri combinati cum simul fuerint in unam summam redacti, puto 80, & 90 & 96; cujus summa erit 266, à qua aufero 120, qui numerus

ἀφαιρῶ δὴ τὸν ἐξ ἀρχῆς μερισθέντα εἰς τοὺς τέσσαρας ὅρους τὸν ρκ΄. καὶ λείπεταί μοι ρμϛ΄. ὧν ἐπεὶ τέσσαρές εἰσιν οἱ μεριζόμενοι, τὸ ἥμισυ ἕξει ὁ κατὰ τὴν πρώτην συζυγίαν ἴδιον ὁ π΄. Ἔστι δὲ ἥμισυ ὁ ογ΄, καὶ τὰ λοιπὰ ἀπὸ τῶν π΄ τὰ ζ΄ ἔσται τοῦ δευτέρου ὅρου. Ἐπειδὴ ἡ δευτέρα συζυγία περιέχει ἀριθμὸν τὸν ϙ΄. πάλιν ἀφαιρῶ ἀπὸ τῶν ϙ΄ τὸν ογ΄, καὶ λείπεται ιζ΄. ἅ φημι εἶναι τοῦ τρίτου ὅρου. Ἐπειδὴ καὶ ἡ τρίτη συζυγία ϙϛ΄ ἐστὶ μονάδων, πάλιν ἀφαιρῶ τὰ ογ΄, καὶ τὰ λοιπὰ κγ΄. προσνέμω τῷ τετάρτῳ ὅρῳ. Καὶ οὕτως γίνεταί μοι ὁ πρῶτος ὅρος τῶν ογ΄, ὡσανεὶ γνώμων τῆς τῶν συζυγιῶν εὑρέσεως, ὥστε καθ' ἕκαστον ἰδίᾳ διακεκριμένους τοὺς τέσσαρας εὑρεθῆναι ἐφεξῆς, ὄντας ογ΄. ζ΄. ιζ΄ κγ΄. οἵπερ εἰσὶν ὁμοῦ ρκ΄. περιέχοντες τοὺς εἰρημένους λόγους, τόν τε διπλάσιον καὶ πενταπλάσιον. Πρώτιστοι μὲν οὗτοι καὶ πυθμενικοὶ ἀριθμοὶ ἐν τελείαις μονάσι τοὺς εἰρημένους λόγους ἐπιδέχονται. Εἰ δὲ καὶ μερίζειν θέλοιμεν τὴν μονάδα, καὶ τοὺς κατ' αὐτὴν εἰδοποιηθέντας ἀριθμοὺς περιττοὺς εἰς δύο ἴσα, φανήσονται καὶ οἱ τῶν προκειμένων ἀριθμῶν ἡ-

A primo erat diviſus in quatuor terminos, & relinquitur mihi 146. In quibus quatuor ſunt dividendi: dimidiam partem habebit 80, qui numerus proprius eſt primis combinatis. Eſt autem dimidia 73. & reliqua à 80 nimirum 7 habebit ſecundus terminus. Quandoquidem ſecunda
B combinatio continet numerum 90, rurſus aufero 73 à 90, & relinquitur 17, quæ dico pertinere ad tertium terminum. Et quoniam tertia combinatio habet unitates 96, rurſus aufero 73, & reliqua 23 attribuo quarto termino. Et ita primus terminus 73 mihi eſt quaſi norma inveni-
C endarum combinationum, ut inveniri poſſint ſinguli propria combinatione diſcriminati quatuor ſequentes termini, qui ſunt 73. 7. 17. 23. Qui ſimul faciunt 120, & continent prædictas rationes, duplam & quintuplam. Primi quidem illi & radicales numeri in perfectis unitatibus dictas rationes ſuſcipiunt: ſi vero &
D unitatem dividere voluerimus, &, qui ab illa acceperunt formam, impares numeros in duo æqualia, demonſtrabuntur propoſitorum numerorum dimidii eaſdem in ſe continere rationes,

μίσεις,

μίζεις τοὺς αὐτοὺς περιέχοντες λό-
γους, ὅτε λϛ' ∠'. ϛ ὁ γ' ∠''. καὶ η' ∠''. ϛ
ιά ∠''. ὧν καὶ τὰ συγκεφαλαιώματα
ξ'. ἅτινα ἡμίση ἔσαι δηλονότι τοῦ
ρκ'. Εἰ δὲ καὶ πολλαπλασίους τῶν
ἐξαρχῆς ποιῶμεν, καθ' ὁποιονοῦν
πολλαπλασίου εἶδος, ἢ ἐπιμορίους
ἢ ἐπιμερεῖς, οἱ γενόμενοι πάντως
τοὺς αὐτοὺς λόγους περιέξουσιν. Ἵνα
δὲ τεσσάρων ἄλλων ἀριθμῶν ἐκτε-
θέντων κατὰ τὴν αὐτὴν τάξιν, τοῖς
προτέροις ὁμοταγεῖς κατὰ συνδυασ-
μὸν τὸν προειρημένον τῶν ὁμοιοτά-
των, ἀντὶ μὲν πολλαπλασίων γενι-
κῶς, ειδικῶς δὲ ἀντὶ μὲν διπλασίων
ἡμιόλιοι ἀντὶ δὲ τριπλασίων ἐπί-
τριτοι, ἀντὶ δὲ τετραπλασίων ἐπι-
τέταρτοι, λαμβάνω κατὰ τὴν αὐτὴν
ἔφοδον· ἐπεὶ ἡμιολίου λόγου χρεία,
ἀντὶ διπλασίου τὸν πρῶτον δυνά-
μενον ἥμισυ παρέχειν, τοῦτ' ἔστι τὸν
δύο, ὅσοσπερ ἦν καὶ πρῶτος διπλά-
σιος ἐπὶ τῶν προτέρων ἀριθμῶν,
καὶ πεντάκις αὐτὸν ποιῶ, διότι σύ-
στημά ἐστι τὰ έ, τὸν ἡμιόλιον λό-
γον περιεχόντων τοῦ γ'. καὶ β'. Καὶ
ἐπεὶ ἀντὶ τριπλασίου ἐπιτρίτου λό-
γου χρεία. Πυθμὴν δὲ ἐπιτρίτων
ὁ τέταρτος πρὸς γ' ἐστιν, ὁμοῦ ζ'.
ποιῶ ταῦτα δεκάκις, γίνεται ο.

A videlicet 36 ½. 3½. 8½. 11½. Quo-
rum etiam ſummæ faciunt 60.
Quæ videlicet erunt dimidia pri-
oris ſummæ 120. Si vero primos
multiplicaverimus , ſecundum
qualemcunque multiplicis ſpe-
ciem, vel eorum ſuperparticula-
res vel ſuperpartientes fecerimus,
orti ex multiplicatione contine-
B bunt omnino easdem rationes.
Ut vero quatuor aliis numeris ex-
poſitis ſecundum eundem ordi-
nem, *oriantur* numeri habentes
eundem cum prioribus ordinem
ſecundum prædictam ſimilium
combinationem, generaliter qui-
dem pro multiplicibus, ſpecia-
liter vero pro duplis ſeſquialteri,
C pro triplis ſeſquitertii, pro qua-
druplis ſeſquiquarti; tunc accipio
eadem ratione, ſi opus ratione
ſeſquialtera, pro duplo primum
numerum, qui ex ſe dare poteſt
dimidium, hoc eſt duo, (Quan-
tus erat & primus duplus in pri-
oribus numeris) & illum quintu-
D plico, quia 5 eſt compoſitio 3
& 2, qui ſeſquialteram rationem
continent. Et quia opus eſt ſeſqui-
tertia ratione pro tripla: eſt autem
ſeſquitertiorum radix quartus ad
3, ſimul 7. quæ cum decem mul-
tiplico, & habeo 70. Rurſus quia
opus eſt ratione ſeſquiquarta :ra-

Πάλιν ἐπεὶ χρεία ἐπιτετάρτου ἀντὶ τετραπλασίου. Ἔστι δὲ πυθμὴν ἐπιτετάρτων έ. πρὸς δ'. ἅ ἐστιν ἐμοῦ θ'. ἐννάκις ποιῶ τὸν ō. γίνεται $\overline{χλ}$. Οὗτος οὖν ἔσται ὁ συνέχων τοὺς περιεκτικοὺς τῶν εἰρημένων λόγων ἀριθμούς. Καὶ ἐπεὶ ἡμιολίου λόγου χρεία, διότι τοὺς πρώτους δύο ἀριθμοὺς τῶν ὑστέρων δύο ἡμιολίους εἶναι δεήσει [Ἔστι δὲ ὁ πρῶτος λόγος ἐν τοῖς ἡμιόλιον λόγον περιέχουσι πυθμέσι ὁ γ'] τρὶς ποιῶ τὸν $\overline{χλ}$'. καὶ γίνεται α,ωϟ. ἃ μερίζω παρὰ τὸ έ. ὅ ἐστι σύστημα τῶν πυθμενικῶν ἡμιόλιον, καὶ ἴσχω πέμπτον μέρος τὸν ἀριθμὸν τὸ τοή. Φημὶ εἶναι πρώτην συζυγίαν τῶν ἀναφανησομένων πρώτου καὶ δευτέρου ἀριθμοῦ, οἳ ἔσονται ἐκ τῆς ἐκθέσει ἡμιόλιοι τῶν ὑστέρων δύο. Πάλιν ὅτι ἐπιτρίτου λόγου χρεία, διότι τὸν πρῶτον καὶ τὸν τρίτον ἀριθμὸν συναμφω ἐπιτρίτους χρὴ εἶναι δευτέρου καὶ τετάρτου (Ἔστι δὲ πρόλογος ἐν ἐπιτρίτῳ πυθμέσι ὁ τέταρτος) τετράκις ποιῶ τὸν $\overline{χλ}$'. γίνεται β,φκ'. ἃ μερίζω παρὰ τὸ συναμφότερον τῶν τὸν ἐπίτριτον λόγον περιεχόντων πυθμένων, τοῦτ' ἔστι τὸν ζ'. καὶ ἴσχω μέρος ζ' τὸν τξ' ἀριθμὸν, ὃς γίνεταί μοι δευ-

A dix autem ſeſquiquartorum eſt 5 ad 4, qui faciunt 9. per 9 multiplico 70, & habeo 630. Hæc igitur erit ſumma numerorum prædictas rationes in ſe complectentium; & quia opus eſt ſeſquialtera, propterea oportebit duos primos numeros eſſe ſeſquialteros poſteriorum duorum. Eſt autem B prima ratio in radicibus ſeſquialteram rationem complectentibus 3, cum quibus multiplico 630, & habeo 1890. Quæ divido per 5, qui eſt radicalium compoſitio ſeſquialtera, & habeo pro quinta parte numerum 378, quem dico eſſe primam combinationem declarandorum numerorum primi & C ſecundi; qui ex expoſitione ſunt futuri ſeſquialteri poſteriorum duorum. Rurſus quia opus eſt ſeſquitertia ratione, ideo oportet primum & tertium numerum ambos ſimul eſſe ſeſquitertios ſecundi & quarti: habent autem radices in ratione ſeſquitertia pro prologo 4, quadruplico tunc D 630, & habeo mihi 2520, quæ divido per 7, quæ eſt ſumma radicum ſeſquitertiam rationem continentium, & habeo ſeptimam partem 360, quam capio pro ſecunda combinatione ma-

δευτέρας συζυγίας τῶν ἀναφανησο- A
μένων πρώτου καὶ τρίτου ἀριθμοῦ, οἱ
συνάμφω ἐπίτριτοι ἔσονται δευτέ-
ρου καὶ τετάρτου. Ὁμοίως διότι ἐπιτε-
τάρτου λόγου χρεία, ἵνα πρῶτος καὶ
τέταρτος συνάμφω τῶν δύο μέσων
ἐπιτέταρτοι ὦσιν. Ἔστι δὲ πρόλο-
γος ἐν ἐπιτετάρτῳ πυθμέσιν ὁ ε.
ποιῶ ταῦτα πεντάκις τὸν χλ, γί- B
νεται Γ,ρν. ἃ μερίζω παρὰ τὸν ἀμ-
φότερον τῶν τὸν ἐπιτέταρτον λόγον
περιεχόντων πυθμένων, τοῦτ' ἔστιν
θ'. καὶ ἴσχω μέρος θ'. τν. ἃ δὴ λέ-
γω τρίτην εἶναι συζυγίαν πρώτου
καὶ τετάρτου ἀριθμοῦ, οἱ συνάμφω
ἐπιτέταρτοι γενήσονται δευτέρου ἅ-
μα καὶ τρίτου. Ἵνα δὲ καὶ διακρίνω εἰς C
τοὺς ζητουμένους τέσσαρας ἀριθμοὺς
τὰς τρεῖς συζυγίας, χρήσομαι τῇ αὐ-
τῇ ἐφόδῳ τοῦ Θυμαρίδου ἐπανθήμα-
τος. Συγκεφαλαιῶ γὰρ πάλιν τοὺς
τῶν συζυγιῶν ἀριθμούς, τόν τε τοη,
καὶ τὸν τξ, καὶ τὸν τν, ἵν' ᾖ μοι τὸ ἀ-
θροισθὲν πλῆθος α,πη. καὶ πάλιν D
ἀφαιρῶ τὸ ἐξαρχῆς συγκεφα-
λαίωμα χλ. Καὶ ἐπειδὴ τέσσαρές
εἰσιν οἱ ζητούμενοι ὅροι, τὸ ἥμισυ τοῦ
λειπομένου ἀριθμοῦ, τοῦ υνη, τὰ
σκ θ' προσνέμω τῷ πρώτῳ ὅρῳ τῶν
ζητουμένων, ὃς πρὸς τοὺς λοιποὺς τρεῖς τὴν σύγκρισιν ἕξει· ἀπὸ δὲ τοη,

nifestandorum primi & tertii,
qui utrique debent sesquitertii esse
secundi & quarti. Similiter quia
sesquiquarta ratione opus est, ut
utrique primus & quartus sint ses-
quiquarti duorum mediorum;
Habent autem radices in ratione
sesquiquarta pro prologo 5. qua-
re quintuplico 630. & habeo
3150. quæ divido per utrasque ra-
dices, continentes in se rationem
sesquiquartam, hoc est 9. & ha-
beo pro parte nona 350. Quæ dico
quidem esse tertiam combinatio-
nem primi & quarti, qui ambo
erunt sesquiquarti secundi simul
& tertii. Ut vero etiam tres com-
binationes discernam in quatuor
numeros, qui quæruntur; sequar
nobilem eandem Thymaridæ re-
gulam. In unam enim summam
rursus colligo combinationum
numeros videlicet 378, 360 &
350, ut inde mihi exsurgat, cu-
mulata multitudo 1088. à quibus
rursus aufero primam summam
630. Et quandoquidem quatuor
termini quæruntur, dimidiam
partem relicti numeri 458; h. e.
226 attribuo primo quærendo-
rum, qui ad tres reliquos compa-
rationem habebit. Sed à 378, qui
numerus ad primam pertinebat,

ὥσπερ

ὥσπερ ἦν ὁ τῆς πρώτης συζυγίας ἀριθμός, ἂν ἀφέλω τὰ σκθʹ. λείπεταί μοι ρμθʹ. Τοῦτον οὖν φημι τὸν δεύτερον ἐν τῇ ἐκθέσει ἀριθμὸν εἶναι. Πάλιν ἐπεὶ ἡ δευτέρα συζυγία ἀριθμός ἐστιν ὁ τξʹ. ἀφαιρῶ τὸν αὐτὸν σκθʹ. καὶ λείπεταί μοι ρλαʹ, ὃν φημι εἶναι τρίτον ὅρον ἐν τῇ ἐκθέσει. Ὁμοίως ἐπεὶ τρίτης συζυγίας ἐστὶ τὰ τνʹ. ἀφέλω σκθʹ, λείπω ρκαʹ. καὶ ἴσχω τὸν τέταρτον. Ὁ μὲν οὖν τῶν τεσσάρων ὅρων τάξει τούτων, σκθʹ ρμθʹ ρλαʹ. ρκαʹ. ὁ μὲν πρῶτος καὶ δεύτερος συνάμφω ἔσονται τρίτου τε καὶ τετάρτου ἡμιόλιοι. πρῶτος δὲ ἅμα καὶ τρίτος δευτέρου καὶ τετάρτου ἐπίτριτοι, πρῶτος δὲ πάλιν καὶ τέταρτος συνάμφω δευτέρου καὶ τετάρτου ἐπιτέταρτοι. Ὅπερ ἔδει δεῖξαι. Καὶ ταῦτα μὲν ἔξωθεν ἡμῖν καὶ ἔνδειξιν τῆς τῶν ἀριθμητικῶν ἐπανθημάτων γλαφυρίας οὐκ ἀσκόπως παρηδολεσχήσθω. Ἐπανιτέον δὲ ἐπὶ τὴν τῶν πολυγώνων θεωρίαν, καὶ προσεκτέον, πῶς καὶ καθ᾽ ὅλων αὐτῶν διάγραμμα συμβαίνοι, τοὺς συνεχεῖς ἀπὸ μονάδος ἀριθμοὺς, εἰ προσεκτεθείησαν κατὰ πρῶτον στίχον, γνώμονας εἶναι τοῦ συνεχοῦς αὐτοῖς τρι-

A aufero 229, & relinquuntur mihi 149. Hunc igitur numerum dico esse secundum in expositione. Rursus quia secunda combinatio habet numerum 360, a quo aufero eundem numerum 229, & relinquuntur mihi 131, quem numerum dico esse tertium terminum in expositione. Simili-
B ter quia tertia combinatio habet 350, ab hoc aufero 229, & relinquo 121, & habeo quartum terminum. Cum igitur in ordine simul sint hi quatuor termini 229. 149. 131. 121. primus & secundus simul erunt sesquialteri tertii & quarti; primus & tertius simul sesquitertii
C secundi & quarti; primus & quartus rursus simul sesquiquarti secundi & tertii: QUOD ERAT DEMONSTRANDUM. Et hæc quidem foras prolata non aliena à proposito, sed ostendisse eminentium arithmeticæ florum venustatem credantur. Redeundum vero est ad speculationem
D polygonorum, & exponendum, quomodo fieri possit, ut secundum descriptam totorum ipsorum figuram continui ab unitate numeri, si secundum primum versum proponantur, sint gnomones versus ipsis continui & triangula-

γωνι-

γωνικοῦ στίχου· τοῦ δὲ παρ' ἕνα τοὺς παρ' ἕνα, καὶ τοῦ παρὰ δύο τοὺς παρὰ δύο, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως. Καὶ οἱ μὲν τοῦ ἑπταγώνου πάντες γνώμονες ὁμοκατάληκτοι ἔσονται τοῖς πρώτοις δυσὶ τῷ τε α' καὶ τῷ ς'. οἱ δὲ τῶν ἄλλων κατ' ἄλλας καὶ ἄλλας θεωρίας, ὥσπερ ἐν τῇ τοῦ ἑξαγώνου ἐκθέσει, πάντες οἱ τέλειοι εὑρεθήσονται. Καὶ ἴδιόν τι τοῖς ἑξαγώνοις συμβεβηκὸς ἔσται, καὶ τὸ τριγώνοις εἶναι πᾶσι, οὐκέτι μὴν τοῖς τριγώνοις πᾶσι, τὸ καὶ ἑξαγώνοις εἶναι συμβήσεται, ἀλλ' ὅ μόνοις τοῖς παρ' ἕνα, τοῦτ' ἔστι τοῖς ἡμίσεσι τοῖς α. ς̄. ιε̄. κη̄. με. ἵνα καὶ ἐνταῦθα τὸ ἥμισυ τῶν δύο οἰκείως συζυγῇ. Ἐπεὶ γὰρ διπλάσιος ὁ ἑξάγωνος κατὰ τὰς γωνίας τε καὶ πλευρὰς τοῦ τριγώνου, διὰ τοῦτο τὰς ἡμίσεις παρέξει ἀφ' ἑαυτοῦ ὁ τριγωνικὸς στίχος ἑξαγώνους, οἳ δ' ἐν τῇ ἐκθέσει τῶν ἑξαγώνων τέλειοι ἅμα καὶ τρίγωνοί εἰσιν· ἐν δὲ τῇ τοῦ πενταγώνου ἔνθα δύο ἄρτιοι ἀνάμεσον τῶν δύο συζυγιῶν περισσῶν, ὁ μὲν ἕτερος ἀναγκαίως τῶν ἀρτίων ἀρτιοπέρισσός ἐστιν, ὁ δὲ λοιπὸς περισσάρτιος. Καὶ πολλὰ ἄλλα παρακολουθήματα γλαφυρὰ εὕροι τις ἂν, συντείνοντα ἑαυτὸν συμ-

A ris; quomodo vero versus *quadratorum* gnomones, sint numeri ab unitate uno omisso sequentes; & *versus pentagonorum* duobus omissis sequentes, & sequentium numeri convenientes. Et omnes quidem heptagoni gnomones habebunt similem terminationem cum duobus primis uno & senario: ali-
B orum vero polygonorum gnomones secudum diversas speculationes, quasi in hexagoni expositione, omnes invenientur perfecti. Et proprium aliquid hexagonis accidet, nimirum: Quod omnes hexagoni sint trianguli, at vero non omnes trianguli sint hexagoni; sed soli trianguli alternatim positi,
C hoc est dimidia ipsorum, ut 1. 6. 15. 28. 45. Ut etiam hic duorum dimidia pars apte combinetur. Quoniam enim hexagonus, dum angulos & latera constituit, trianguli duplus est, propterea versus numerorum triangularium dabit ex se dimidiatos hexagonos, qui in expositione hexagonorum si-
D mul sunt perfecti & trianguli; sed in expositione pentagoni sunt alicubi duo pares in medio duarum imparium combinationum, quorum parium alter necessario est pariter impar, alter vero impariter par. Multas etiam alias venustas,

βεβηκότα τῷ τῶν πολυγώνων διαγράμματι. Οἷον ὅτι ἐπὶ βάθος οἱ πρῶτοι μετὰ τὰς μονάδας, ὁ ἐφεξῆς ἀριθμός ἐστιν, οἱ δὲ δεύτεροι κοινῇ μὲν διαφορᾷ χρώμενοι τριάδι, τάξει δὲ οἱ ἐπιμόριοι, ἀφ' ἡμιολίου ἀρχόμενοι. Οἱ δὲ τρίτοι ἐπιμερεῖς κοινὴν μὲν ἑξάδα διαφορὰν ἔχοντες, ὀνομαζόμενοι δὲ τάξει τινὶ ἄλλῃ πρὸς ἀλλήλους. Ἐπιτριμερεῖς μὲν γὰρ ἄλλα πέμπτα τὰ μέρη ἐπὶ τοῦ πρώτου, ἐπὶ δὲ τὰ ἑξῆς ὄγδοα, εἶτα ἑνδέκατα, εἶτα τέσσαρες καὶ δέκατα, ἑξῆς ἀκολούθως ὀνομαζομένων τῶν μορίων ἀεὶ κατὰ τὸ τοῦ ὑπολόγου ἥμισυ, καὶ τῇ συζυγίᾳ τῆς ἐπιμερότητος.

A convenientes polygonorum diagrammati, sequelas aliquis invenire poterit, quæ ipsum incitent *ad inveniendum*. Verbi gratia, quod in altitudinem sequentes numeri sint primi post unitates; secundi pro communi differentia habeant ternarium, cum ordine sint superparticulares, & à sesquialte-B ro incipiant; Tertii vero, qui sunt superpartientes, habeant communiter pro differentia senarium, & quodam alio ordine ad se invicem nominentur. Nam supertripartientes quidem alias quintas partes in primo, in sequenti vero octavas, deinde undecimas, dein decimas quartas, & semper sequentes partes nominantur C convenienter secundum dimidium hypologi, per combinationem superpartientium.

ι'	ις'
ις'	κβ'
κβ'	κη'
κη'	λδ'

Ἐμφανέστερον δὲ εὑρίσκεται ὁ ἐν τῷ διαγράμματι ἕκαστος μὲν τετράγωνος σύστημα ὢν τοῦ ὑπὲρ αὐτοῦ τριγώνου, καὶ τοῦ πρὸ ἐκείνου ὁμοειδοῦς. Ἅπας δὲ πεντάγωνος τοῦ κατ' αὐτὸν ἐπὶ βάθος τριγώνου,

D Inveniemus autem manifestius in diagrammate, unumquemque quadratum esse compositionem trianguli, qui est sub quadrato, & præcedentis trianguli specie similis: omnem vero pentagonum esse compositionem trianguli, qui se-

καὶ δὶς τοῦ πρὸ ἐκείνου, καὶ πᾶς ἑξάγωνος τοῦ καθ' αὐτὸν ἐπὶ βάθος τριγώνου, καὶ τρὶς τοῦ πρὸ ἐκείνου, καὶ ἀεὶ τὸ αὐτὸ συμβήσεται κατὰ πρόθεσιν μονάδος τῆς ποσότητος παραυξομένης. Πάλιν ὁ δεύτερος τετράγωνος ὁ θʹ. σύστημά ἐστι τοῦ ὑπὲρ αὐτὸν τριγώνου τοῦ ἕξ, καὶ τοῦ πρὸ ἐκείνου τρίτου, ὡς εἴρηται. Ὁ δ' ὑπὸ τοῦτον πεντάγωνος ὁ ιβ, σύστημά ἐστι τοῦ ὑπὲρ αὐτὸν τετραγώνου τοῦ θʹ, καὶ τοῦ πρὸ ἐκείνου τετραγώνου τοῦ δʹ, παρὰ τὸν εʹ διαγωνίου κειμένου αὐτῷ ἑνὸς τριγώνου. Ὁ δ' ὑπὸ τοῦτον ἑξάγωνος ὁ ιεʹ σύστημά ἐστι τοῦ ὑπὲρ αὐτὸν πενταγώνου τοῦ ιβʹ. καὶ τοῦ πρὸ ἐκείνου εʹ παρὰ δὶς τὸν αὐτὸν τρίγωνον τὸ πρῶτον αʹ. Ὁ δ' ὑπ' αὐτὸν ἑπτάγωνος ὁ ιηʹ, ἐκ τοῦ ὑπὲρ αὐτὸν ἑξαγώνου τοῦ ιεʹ, καὶ τοῦ πρὸ ἐκείνου τοῦ ςʹ, παρὰ τρεῖς τὸν αὐτὸν τρίγωνον τὸ αʹ. Οἱ γὰρ ἐνεργείᾳ πρῶτοι πολύγωνοι, μετὰ τὰς δυνάμει μονάδας τεταγμένοι παρ' οὐδὲν ἦσαν, ἀλλά πως ἕκαστος ἐκ τοῦ ὑπὲρ αὐτὸν καὶ τοῦ πρὸ ἐκείνου. Πάλιν δὲ ἐξ ἄλλης ἀρχῆς ὁ ιςʹ τετράγωνος, κατὰ τὸν τέταρτον ἐπὶ πλάτος στίχον τεταγμένος, σύστημά ἐστι τοῦ ὑπὲρ αὐτὸν τριγώ-

A cundum pentagonum est in altitudinem *situs*, & bis sumpti trianguli præcedentis illum; & omnem hexagonum esse compositionem trianguli, qui secundum illum est in altitudinem, & ter sumpti præcedentis trianguli; idemque semper continget, cum secundum præpositionem unitatis quantitas crescit.
B Rursus secundus quadratus 9, est compositio trianguli 6, qui super ipsum est, & præcedentis trianguli tertii, ut dictum est. Qui vero est sub illo, pentagonus 12 est compositio quadrati 9, qui supra illum est, & unius trianguli, qui ante quadratum 4 intermisso 5 diagonaliter jacet. Qui autem sub
C illo est hexagonus, 15 est compositio præcedentis pentagoni 12, & qui ante eundem est 5, bis intermisso triangulo primo 1. Qui sub illo est heptagonus 18, componitur ex præcedenti hexagono 15, & qui ante eundem est 6, tribus intermissis triangulis 1. Primi enim actu polygoni, ordinati post unitates potentiâ polygonas, erant
D nullo intermisso; sed quodammodo quisque ex præcedenti, & illo, qui est ad latus præcedentis. Rursus ex alio principio 16 quadratus secundum quartum latitudinis versum ordinatus, est compositio

νου τοῦ ί, καὶ τοῦ πρὸ ἐκείνου ϛ΄, ὁμοίως παρ' οὐδέν. Ὁ δ' ὑπ' αὐτὸν πεντάγωνος ὁ κβ σύστημα τοῦ ὑπὲρ ἑαυτὸν τετραγώνου τοῦ ιϛ΄, καὶ πρὸ ἐκείνου τοῦ θ΄, παρὰ τὸν ἐνεργείᾳ πρῶτον τὸν Γ, διαγώνιον ὄντα πρὸς αὐτόν. Ὁ δ' ὑπ' αὐτὸν ἑξάγωνος ὁ κη συνέστηκεν ἔκ τε τοῦ ὑπὲρ αὐτὸν κβ πενταγώνου, καὶ τοῦ πρὸ ἐκείνου ιβ΄, παρὰ δὶς τὸν αὐτὸν τρίγωνον τὸν γ΄. Ὁ δ' ὑπ' αὐτὸν ἑπτάγωνος ὁ λδ΄, σύστημά ἐστι τοῦ ὑπὲρ αὐτὸν ἑξαγώνου τοῦ κη, καὶ τοῦ πρὸ ἐκείνου ιέ, παρὰ τρὶς τὸν αὐτὸν τρίγωνον τὸ Γ. Καὶ ἑξῆς ὁμοίως τὸ αὐτὸ συμβήσεται, συμπροκοπτόντων τοῖς ἑξῆς ἐπὶ τὸ πλάτος λαμβανομένοις πολυγώνοις καὶ τῶν γνωμονικῶν. Ὁ μὲν γὰρ ἐφεξῆς εἰς τὸ ἔπος στίχος τῶν πολυγώνων, οὗ ἄρχει ὁ ιε τρίγωνος, ἐκτεθήσεται ὁμοίως τοῖς προειρημένοις, κατὰ τὸν ί τρίγωνον. Ὁ δὲ μετ' αὐτόν, οὗ ἡ ἀρχὴ κα, κατὰ τὸν ιέ, καὶ ἀεὶ ὁμοίως διεκτεθήσεται ἡ προκοπὴ τῶν πολυγώνων, καὶ τῶν εἰδοποιούντων αὐτοῖς τριγώνων, ὥς τε καθολικὸν ἐπ' αὐτῶν εἶναι θεώρημα τοῦτο. Ἕκαστος γὰρ πολύγωνος σύστημά ἐστι τοῦ ὑπὲρ αὐτὸν μονάδι μι-

A præcedentis trianguli 16, & qui ante illum est 6, nullo tamen intermisso. Qui vero ipsum sequitur pentagonus 22 est compositio præcedentis quadrati 16, quique ante eundem est 9, intermisso triangulo 3, qui primus est actu, & ad illum est diagonalis. Sequens hexagonus 28 est compositio præce-
B dentis pentagoni 22, &, qui ante eundem est 12, bis intermisso eodem triangulo 3. Sequens heptagonus 34 est compositio præcedentis hexagoni 28, & qui ante eundum est 15, ter intermisso eodem triangulo 3: Et similiter idem sequentibus accidet, dum cum sequentibus in latitudinem sumptis
C polygonis progrediantur *gnomonici* trianguli. Nam, ut uno verbo dicam, sequens polygonorum versus est, cui principium dat 15 triangulus, exponitur vero similiter, ut in prædictis, secundum triangulum 10. Sequens autem hunc polygonorum versus, cujus principium 21, secundum *triangu-*
D *lum* 15. similiterq; semper polygonorum, & illis formam dantium triangulorum progressio exponetur; ita ut hæc speculatio in illis sit universalis. Nam omnis Polygonus est compositio polygoni, qui supra ipsum unitate minus nomen

κρω-

κρωτυμωτέρου, καὶ τριγώνου τοῦ ἑνὶ βαθμῷ ἀποβεβιβασμένου. Καὶ τὰ μὲν τοῖς ἐπιπέδοις ἀριθμοῖς συμβαίνοντα, ὡς ἐν ἐπιδρομῇ, ἐπὶ τοσοῦτον ἡμῖν δεδάχθω.

A habet, & trianguli uno gradu vel ordine depressi. Et quæ numeris qudiem planis conveniunt, tanquam in transitu hactenus nobis sint ostensa.

ΠΕΡΙ ΕΤΕΡΟΜΗΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.

DE NUMERIS ALTERA PARTE LONGIORIBUS.

A Ἐπεὶ δὲ καὶ περὶ ἑτερομηκῶν λέγειν καιρὸς, διότι τῆς τῶν ἐπιπέδων ἰδιότητός εἰσι καὶ αὐτοὶ, ἄξιον θαυμάσαι τῶν περὶ Πυθαγόραν τὴν περὶ τὰ μαθήματα σπουδήν τε καὶ ἀκρίβειαν. κατιδόντες γὰρ οἱ σοφώτατοι πάντας τοὺς ἐν ἀριθμῷ λόγους ποικιλωτάτους ὄντας, καὶ ἀπείρους τὸ πλῆθος, ἀπὸ μονάδος B ἀπάσας, ὥσπερ ἀπὸ κοινῆς τινος ῥίζης φυομένους, καὶ εἰς τὸ ἐνεργείᾳ ἀπὸ δυνάμεως μεθισταμένους, ἀρτίους τε καὶ περισσοὺς, καὶ καθ᾽ ἑκάτερον τοὺς ἰδικοὺς αὐτῶν τελείους τε καὶ ἐναντίους, ἔτι μὴν καὶ τὰς δέκα σχέσεις ἀπ᾽ αὐτῆς πλασσομένας· C Πολυγώνους τε καὶ ἐπιπέδους, ἀπὸ τριγώνου μέχρις ἀπείρου. Ἔτι μὴν καὶ στερεοὺς, ὡς ἑξῆς δειχθήσεται, κατὰ τὸ πᾶν εἶδος στερεοῦ, σφαιρικοὺς λέγω καὶ κυβικοὺς καὶ πυραμιδικοὺς, πλευρικούς τε καὶ διαμετρικοὺς, καὶ ἁπλῶς ἅπαντα ὅσα συμβέβηκε τοῖς ἀριθμοῖς, συνεμφαινόμενα τῇ μονάδι, D

Quandoquidem vero tempus est differendi etiam de *numeris* altera parte longioribus, quoniam & illi pertinent ad proprietatem planorum ; admirari debemus Pythagoricorum studium & curam summam circa mathemata. Nam sapientissimi fuerunt, qui perspexerunt omnes numerorum rationes, quæ sunt valde variæ & infinitæ quoad multitudinem, universas ab unitate, tanquam communi aliqua radice natas, & a potentia in actum traductas, pares & impares, & alternatim speciales ipsarum perfectas & non perfectas, præterea etiam decem habitudines ab ipsa unitate formatas : item polygonas & planas à triangula in infinitas formas. Præterea etiam solidas, ut in sequentibus demonstrabitur, secundum omnem solidi speciem, sphæricas puto & cubicas & pyramidales, laterales & diametrales, & prorsus omnia quæ numeris accidunt, per unitatem declaranda, & unitatem etiam à se ipsa. Quæ

ἐκεί-

ἐκείνην τε καὶ ἀπ' ἐκείνης. Διαλεγ-
νούμεθα δὲ μόνον λόγον τὸν ἑτερομη-
κικὸν ἐν ἁπάσῃ τῇ θεωρίᾳ τῇ ἀρι-
θμητικῇ κατὰ μηδὲν αὐτῇ κοινω-
νοῦντα, μήτ' ἐν τῷ μεταλαμβά-
νειν, μήτ' ἐν τῷ μεταδιδόναι. Ἀλλ'
ὥσπερ ἀντιζυγοῦν αὐτὴν καὶ ἑτερογενῆ
ἐπιτηδὲς ὑπ' αὐτῆς φύσεως ἀνα-
δεχθέντας πως. Κατὰ τὴν τῶν ἀρ-
χῶν τούτων ἐναντιότητα τῶν ὄντων
ἁπάντων συνισταμένων, ὡς ἐπιδει-
χθήσεται, ἡ τῆς ἁρμονίας οὐσία
„ χώραν ἀναγκαίως ἔχει, εἴ γε συν-
„ αρμογά τις ἐστὶ καὶ ἕνωσις τῶν διχοφω-
„ νεόντων καὶ τῇ φύσει πολεμίων ἁρ-
„ μονία· κατὰ τοὺς Πυθαγορείους καὶ
ἄλλους, ἵνα τὸ καθόλου κἀνταῦθα
„ διαφυλάττηται. Τὸ μηδὲν εἶναι ἐν
„ τοῖς οὖσιν, οὗ τὸ ἐναντίον οὐκ ἔστι. Εὐ-
θὺς οὖν καὶ ἐξ αὐτοῦ τοῦ ὀνόματος τῆς
ἑτερότητος τὴν ἐναντιότητα συνιδεῖν
ἐστι. Ταυτὸν γὰρ ἐναντία. Ἡ δὲ ταυτό-
της καὶ ἑνότης περὶ τὴν τῆς μονάδος
φύσιν φαντάζεται, ὅπως καὶ μο-
νάδα ἔφαμεν αὐτὴν κεκλῆσθαι, διὰ
τὸ μόνην καὶ στάσιν ἔχειν αὐτῆς τὸν
λόγον, εἴ τε καθ' ἑαυτὴν ἐξετά-
ζοιτο, εἴ τε καὶ σὺν ἄλλῳ ὡτινιοῦν,
εἴτε ἀριθμῷ, εἴτε ὄγκῳ, εἴτε με-
γέθει πλησιάζοι καὶ ἀνακρίνοιτο,

A vero explanant ſolum rationem altera parte longioris in univerſa arithmetica theoria, habere nihil cum iſta ipſa *unitate* commune, neque in accipiendo neque in dando. Sed quaſi ipſam etiam heterogeneam eſſe & oppugnare *rationes*, ab ipſa natura conſulto ſuſceptas aliquomodo. Secundum
B contrarietatem horum principiorum, univerſa, ut deinceps demonſtrabitur, cum ſint firma & conſtantia, locum neceſſario habebit harmoniæ eſſentia, ſiquidem eſt *quædam congruentia & unio diſſonantium naturaque pugnantium*, ſecundum Pythagoricos & alios: ut regula gene-
C ralis hic obſervetur, quæ dicit, *nihil eſſe in natura rerum, quod non habeat contrarium.* Continuo igitur ex ipſo alteritatis nomine intelligere poſſumus contrarietatem. Idem enim eſt ac contrarietas: Identitas autem circa unitatis naturam apparet, quemadmodum dicebamus ipſam vocatam eſſe unitatem, quia in ipſa ſolâ moratur ratio, ſive ſecundum ſeipſam examinetur; ſive cum alio quocunque, ſive ad
D numerum, ſive ad pondus, ſive ad magnitudinem accedat & exigatur, exhibebit ſtationem & identitatem. Semel enim centum ſunt

στάσιν

στάσιν αὐτὸ καὶ ταυτότητα παρέχει. Ἅπαξ γὰρ τὰ ἑκατὸν ρ΄, καὶ ἅπαξ τὸ τρίγωνον τρίγωνον, καὶ ἅπαξ ὁ ἄνθρωπος ἄνθρωπος, καὶ ἐπὶ πάντων ὁμοίως. Καὶ μὴν καὶ ὅτι τῶν περισσῶν εἰδοποιὸς ἐφάνη οὖσα ἡ μονὰς ἰδίως, γνώμονες δὲ τετραγώνων ἐφάνησαν ὄντες οἱ περισσοί, ταυτότητα δὲ καὶ ἰσότητα ἐνείδομεν τοῖς τετραγώνοις ὑπάρχουσαν, εὐλόγως ἂν ἡ ταυτότης ἀπὸ μονάδος καὶ διὰ μονάδα τοῖς λόγοις συμβαίνειν λέγοιτο· Εἰ δὲ ἡ ταυτότης κατὰ μονάδα, ἡ ἑτερότης κατὰ τὴν ἐναντίαν δύναμιν συμβήσεται τοῖς οὖσιν. Πάλιν γὰρ αὕτη φανήσεται ἰδίως τοὺς ἑτερομήκεις εἰδοποιοῦσα, καὶ μηδὲν τῆς μονάδος εἰς τὴν πλάσιν αὐτῶν δεομένη, ἀλλ' εὐθὺς ἑτερότητα καὶ παρατροπὴν τῆς διὰ μονάδα ταυτότητος, κατὰ τὰς πλευρὰς ἀπογεννῶσα. Περὶ μονάδα γὰρ ἴσας τὰς πλευρὰς παντὸς ἑτερομήκους ἀποφαίνει, διότι καὶ αὕτη παρὰ μονάδα ἴση ἐστὶ τῇ μονάδι, καὶ πρώτη ἀνισότητος αἰτία γενήσεται, καὶ μείζονος καὶ ἐλάττονος ἐμφαντική, καὶ ἡ συνήθεια τὸ ἕτερον ἐπὶ δυοῖν λέγει, ὅθεν καὶ οἱ γεννῶντες τὸν ἑτερομήκη δύο τέ εἰσιν ἀριθμοὶ, καὶ μονάδι ἀλλήλων διαφέροντες. Ἐκ ταυτοῦ ὁ δὴ καὶ ἴσον καὶ ὅμοιον, ἐξ ἑτέρου ὁ δὴ καὶ ἄνισον

A 100, semel triangulum est triangulum, semel homo est homo, & in omnibus similiter. Et quia quidem demonstratum est, unitatem proprie esse causam formæ imparium, impares autem esse gnomones quadratorum; identitatem autem & æqualitatem videmus inesse quadratis, jure dicetur B identitas ab unitate & per unitatem convenire rationibus; si quidem identitas secundum unitatem, alteritas secundum contrariam potentiam conveniet entibus. *Binarium* enim rursus videbimus proprie dedisse formam altera parte longioribus, nec indigere unitate in illis formandis, sed protinus alte- C ritatem & identitatis, quæ est per unitatem, deflexionem secundum latera procreare. Nam circa unitatem omnis alterâ parte longioris latera æqualia ostendit; quapropter intermissa unitate æqualis est unitati, & prima erit inæqualitatis causa majoris & minoris, significans cum emphasi, & consuetudo vocat alte- D rum in duobus, unde & procreatores altera parte longioris sunt duo numeri, & unitate à se invicem differunt. Ex *eodem* oritur æquale &

καὶ

καὶ ἀνόμοιόν ἐστι. ὡσανεὶ ἐκ δύο στοιχείων πάντα διαφερόντων γίνεσθαι ἔδοξε τοῖς ἀπὸ Πυθαγόρου, πρώτιστα μὲν τὰ ἐν ἀριθμοῖς συμπτώματα, διὰ τὴν τῆς δυάδος πρὸς μονάδα ἐναντιότητα, κατὰ δὲ τὴν τούτων ἤδη μετουσίαν καὶ ἀφομοίωσιν, καὶ τὰ ἐν κόσμῳ πάντα. Τὰ μὲν γὰρ ἄλλα πάντα τὸν ἀριθμὸν φαίνεται μιμούμενα, ὁ δὲ ἀριθμὸς παρ' ἑαυτοῦ ἀρχὰς μονάδα καὶ δυάδα. Ὡς οὖν ἀπὸ πάντων τῶν τέσσαρας πλευράς τε καὶ γωνίας ἐχόντων σχημάτων συστείλαντες τὸ ὄνομα τετράγωνον ἐκαλέσαμεν, τὸν πάσας πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἔχοντα, οὕτω καὶ ἑτερομήκη καλέσομεν, ἀπὸ πάντων τῶν τῆς ἑτερότητος εἰδῶν κατὰ τὰς πλευράς, τὸν ἐγγυτάτω τῆς ἑτερότητος τὴν παρατροπὴν ἐμφήναντα, τουτέστι τὸν παρὰ μονάδα τὸ ἕτερον ἐν τοῖς μήκεσιν ἐσχηκότα, ἀντιδιεσταλμένως λεγόμενον τῷ αὐτομήκει. Ὅπερ πάλιν οὐ συνιδὼν ὁ Εὐκλείδης, συνέχεε κἀπὶ τούτῳ τὴν τῆς θεωρίας ἐξαλλαγὴν καὶ ποικιλίαν, εὐηθεὶς ἑτερομήκη εἶναι τὸν ἁπλῶς ὑπὸ διαφέρων δύο ἀριθμῶν πολλαπλασιασθέντων γινόμενον, καὶ

A simile; ex *altero* inæquale & dissimile; quasi ex duobus principiis omnino differentibus Pythagoræi censuerunt fieri primum quidem numerorum accidentia, propter contrarietatem binarii ad unitatem; secundum autem horum etiam communicationem & assimilationem fieri omnia, quæ sunt in mundo. Omnia
B enim alia videntur imitari numerum, numerus autem à se ipso principia unitatem & binarium. Quemadmodum igitur ex omnibus figuris, quæ quatuor latera & angulos habent, contrahimus nomen, & vocamus *quadratum*, qui omnia latera & omnes angulos habet æquales: ita altera parte longiorem
C vocabimus ex omnibus alteritatis speciebus, qui secundum latera proximus alteritati repræsentat digressionem, hoc est, qui in longitudinibus habet unitate majorem alteritatem, & distincte opponitur numero, qui habet æqualem latitudini longitudinem. Quod cum non intellexit Euclides, con-
D fudit etiam propterea immutationem & varietatem speculationis, ratus altera parte longiorem esse numerum, qui fit simpliciter à duobus differentibus numeris multiplicatis, & non discernens antelongiorem; qualis si quis cum

μὴ διακρινομένου αὐτὸν προμήκη, ὅπερ εἰ συγχωρήσειέ τις αὐτῷ, συμβήσεται τὰ ἐναντία, ἀσυνύπαρκτα φύσει ὄντα, ἅμα καὶ περὶ τὸ αὐτὸ εὑρίσκεσθαι. Τὸν αὐτὸν γὰρ ἀριθμὸν τετράγωνον ἀλλὰ καὶ ἑτερομήκη ἀποφαίνει ὁ ἐκείνου λόγος, οἷον τὸν λϛʹ, καὶ τὸν ιϛʹ, καὶ ἑτέρους πολλούς. Ὅπερ ἴσον ἂν εἴη τῷ τὸν περισσὸν ἀριθμὸν ταὐτὸν εἶναι τῷ ἀρτίῳ. Εἰ δέ γε ἐκεῖνοι ἀπ' αὐτῆς τῆς φύσεως καὶ οὐκ ἡμῶν θεμένων, εἰς παρ' ἕνα διευτακτοῦνται, καὶ οὐκ ἄν ποτε συγχυθεῖεν οὕτω τετράγωνοι καὶ ἑτερομήκεις φυσικώτατοι καὶ αὐτοὶ εὐταξίᾳ χρήσονται, ὡσὰν ἀπ' ἐκείνων τὴν πλάσιν ἔχοντες καὶ διακόσμησιν, ἡγουμένης καὶ ἀρχούσης τῶν περισσῶν μονάδος, δυάδος δὲ τῶν ἀρτίων. Ἐκ μὲν γὰρ τῶν αʹ γʹ. εʹ. ζʹ. θʹ. ιαʹ. ιγʹ. ιεʹ. ιζʹ. ιθʹ. καὶ ἐφόσον οὖν συντιθεμένων γίνονται τετράγωνοι οἱ αʹ. δʹ. θʹ. ιϛʹ. κεʹ. λϛʹ. μθʹ. ξδʹ. παʹ. ρʹ. ἐκ δὲ τῶν βʹ. δʹ. ϛʹ. ηʹ. ιʹ. ιβʹ. ιδʹ. ιϛʹ. ιηʹ. κʹ. ἑτερομήκεις οἱ βʹ. ϛʹ. ιβʹ. κʹ. λʹ. μβʹ. νϛʹ. οβʹ. ϟʹ. ριʹ. Καὶ οἱ μὲν ἰσάκις ἴσοι πλευρὰς ἔχουσι τοὺς ἀπὸ μονάδος ἐφεξῆς ἀριθμούς, οἱ δὲ ἀνισάκις ἄνισοι ἔγγιστα, τουτέστι παρὰ μονάδα, τοὺς ἀπὸ μονάδος ἐφεξῆς σὺν δύο, κατὰ τὸ συνημμένον τρόπον ἐκλεγομένους,

A eodem conveniret, fierent contraria (quæ per naturam non possunt simul subsistere) simul etiam circa ejusdem inventionem. Ille enim dicit, eundem numerum esse quadratum & altera parte longiorem, ut 36, & 16, & multos alios: quod idem esset, ac si diceret: imparem numerum esse eundem

B cum pari. Si quidem vero illi ab ipsa natura & non nostra positione alternatim servant ordinem; ita etiam nunquam confundentur quadrati, & altera parte longiores, qui maxime conveniunt naturæ, constitutum ordinem habebunt, tanquam formati ab illis & ordinati, dum unitas imparibus,

C & binarius paribus dant originem & initium. Namque ex 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. & quotcunque compositis fiunt quadrati. 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. Sed ex 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20 oriuntur altera parte longiores 2. 6. 12. 20. 30. 42. 56. 72. 90. 110. Æqualiter quidem æqua-

D les habebunt in lateribus numeros ab unitate sequentes; sed inæqualiter inæquales proxime sequentes, hoc est, unitate intermissa ab unitate sequentes, cum

ἵνα

ὦσι καὶ αἱ πλευραὶ μονάδι ἀλλήλων διαφέρωσι. Ἐν μὲν οὖν τῇ τῶν τετραγώνων γενέσει ἡ μονὰς τὴν αἰτίαν ἀποφέρεται τῆς συστάσεως. Ἔντε γὰρ τῇ τῶν γνωμόνων περιθέσει αὕτη ἐστὶν ἡ προϋφισταμένη, ἄνευ δὲ αὐτῆς καθ' αὐτοὺς τῶν περισσῶν ἡ ἐπισύνθεσις οὐκ ἂν γεννήσειε τετραγώνους, ἔντε τῇ κατὰ τὸν λεγόμενον δίαυλον ἐπισωρείᾳ τῶν ἐφεξῆς ἀριθμῶν παρέχει ἑαυτὴν ἡ μονὰς ὕσπληγγά τε καὶ νύσσαν, καθ' ἑκάστην ἐπισύνθεσιν. Ἀπ' αὐτῆς τε γὰρ ἡ τῆς προβάσεως ἀρχὴ γίνεται, κατὰ τὴν γένεσιν ἑκάστου τετραγώνου, ὡς ἀπὸ ὕσπληγγος, μέχρι ὡσανεὶ καμπτῆρος τῆς τοῦ ἀποτελεσθησομένου πλευρᾶς· καὶ πάλιν ἐπ' αὐτὴν ἡ ἐπάνοδος, ὡς ἐπί τινα νύσσαν, κατὰ διαφόρησιν πάντων τῶν ἀριθμῶν, καὶ αὐτῆς πλὴν τοῦ καμπτῆρος, ὅπερ καὶ πλευρὰ ἔσται τοῦ κατ' αὐτὴν τετραγώνου. Οὕτω καὶ συμβήσεται ἕκαστον τῶν ἀριθμῶν, μέχρις ἑαυτοῦ τὴν ἀπὸ μονάδος πρόβασιν ἀναδεχόμενον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ τὴν ἀνάκρουσιν τῆς παλινδρομίας, ὡς ἐπὶ μονάδα ποιούμενον, πλευρὰν τετραγωνικὴν ὑπάρχειν, τὸν μὲν δύο πλευρὰν τοῦ

A duobus electos audito modo; ut etiam latera inter se differant unitate. In procreatione igitur quadratorum unitas reportat causam constitutionis. Nam in gnomonum circumpositione ipsa subsistentiam prius habuit: sine unitate vero cumulata compositio imparium, qui sunt per se, non procreabit qua- B dratos; & unitas in coacervatione consequentium numerorum secundum dictam reciprocationem, ipsa est quasi carceres & meta secundum unamquamque cumulatam compositionem. Ab unitate enim, tanquam a carceribus, est progressionis principium, secundum generationem C cujusque quadrati, usque ad latus numeri perficiendi, tanquam curvaturam & metam; iterumque ad unitatem fit reditus & circumactio, tanquam ad aliquem scopum, secundum omnium numerorum resolutionem & ipsius, præter metam, quæ est etiam latus quadrati, secun- D dum illam constructi. Ita etiam unusquisque numerus, qui ad se ipsum usque progressionem, quæ est ab unitate, suscipit, & retroactionem recursus a se ipso, tanquam ad unitatem facit, erit latus ad quadratum

τέσσαρα τετραγώνου. α γὰρ καὶ A β. καὶ ἐξ ὑποστροφῆς πάλιν ὁ πρῶτος ὁ δ' γίνεται τετράγωνος. Τὴν δὲ τρίτον γ τοῦ θ'. α γὰρ καὶ δύο καὶ τρία, καὶ ἐξ ὑποστροφῆς δύο καὶ ἕν, ὁ θ' τετράγωνος. Τὸν δὲ τέταρτον δ' τοῦ ις'. ἓν γὰρ καὶ δύο, τρία, δ', Καὶ μέχρι ὅσου τις θέλει διελεγχέτω, εὕροι ἂν πάντας μὲν B τοὺς ἐντὸς τοῦ ὑστάτου ἀριθμοῦ, ὅς ἐστι πλευρὰ τοῦ τετραγώνου, διαφορουμένους ἐν τῇ συνθέσει, κατά τε τὴν ἀπὸ μονάδος πρόοδον, καὶ τὴν εἰς αὐτὴν ἐπάνοδον. Μόνον δὲ τὸν πλευρικὸν ἀδιαφόρητον, καὶ ἀρχῆς τε ἅμα καὶ τέλους, καὶ πρὸς τούτοις, μεσότητος λόγον ἔχοντα. C Ἀρχῆς μὲν, διότι ἀπ' αὐτοῦ ἡ ἐπάνοδος εἰς μονάδα, τέλους δὲ, διότι ἐπ' αὐτὸν ἡ πρόοδος ἀπὸ μονάδων· μεσότητος δὲ, διότι ὁρίζει τήν τε πρόοδον, καὶ ἐπάνοδον. Ὡσανεὶ καμπτὴρ ὑπάρχων, καὶ μὴ διὰ τοῦτο δύναμίς ἐστιν αὐτοῦ τὸ πᾶν συγκεφαλαίωμα τῶν D ἐπισυντιθεμένων ἀριθμῶν, κατά τε πρόοδον καὶ ἐπάνοδον. Ἐπειδὴ ὥσπερ ἐν ἀκροπόλει μόνος τεταγμένος δορυφορεῖται, ὡς ὑπὸ δυνάμεως τῶν λοιπῶν ἀριθμῶν κατὰ περίβασιν· ἐν δὲ τῇ τῶν ἑτερο-

pertinens; ita duo latus est quadrati quatuor. Sunt enim 1 & 2. & rursus ex reversione unus simul 4, qui est quadratus. Ita tertium latus 3 pertinet ad quadratum 9. Sunt enim 1 & 2 & 3. & ex reversione 1 & 2. est 9 quadratus. Quartum vero latus 4 ad quadratum 16. Sunt enim 1. & 2 & 3. 4. & quousque aliquis voluerit, in hæc inquirat, & inveniet omnes numeros, qui quidem sunt intra ultimum numerum, qui est latus quadrati, differentes in compositione, secundum progressum ab unitate, & reditum ad eandem: solum vero lateralem inveniet indifferentem, & habentem principii simul & finis, præterea etiam medietatis rationem. Principii quidem rationem habet, quia ab ipso in unitatem est reditus; finis vero, quia ad ipsum est progressus ab unitatibus: medietatis, quia terminat progressum & reditum: tanquam qui metæ dederit initium; ideoque accumulatorum secundum progressum & retrogressum numerorum tota summa non est potentia ejus: quandoquidem solus velut in alta urbis arce ordinatus servit satelles, velut sub potentiâ numerorum reliquorum se-

μηκῶν

μήκων συστάσει, εἴτε γνωμονικῶν δέοι περιτιθέναι τινὶ τὴν ἐπισώρειαν τῶν ἀρτίων, ἡ δυὰς μόνη φανήσεται ἀναδεχομένη καὶ ὑπομένουσα τὴν περίθεσιν, ἄνευ δὲ αὐτῆς οὐ φύσονται ἑτερομήκεις, εἴτε κατὰ τὸν αὐτὸν δίαυλον οἱ ἐφεξῆς ἀριθμοὶ συνσωρεύοιντο, ἡ μὲν μονὰς, ὡς ἂν ἀρχὴ οὖσα πάντων κατὰ τὸν Φιλόλαον. Οὐ γὰρ ἓν φησιν ἀρχὰ πάντων, καὶ τοῖς ἑτερομήκεσιν εἰς γένεσιν ὕσπληγγα ὁμοίως ἑαυτὴν παρέξει, οὐκέτι δὲ νύσσα ἔσται τῆς καθ' ὑποστροφὴν παλινδρομίας καὶ ἐπανόδου, ἀλλὰ τὸ τοιοῦτον ἡ δυὰς ἀντ' αὐτῆς ὑποστήσεται. Ταύτης γὰρ αὐτῆς ἔσται ἡ ἐπάνοδος. Ἔοικε δὲ ἡ μὲν ἀπὸ μονάδος πρόοδος μέχρι τῶν πλευρικῶν δύο ἀριθμῶν, οἵπερ καμπτήρων λόγον ἔχουσιν ἐπὶ τῶν ἑτερομηκῶν, ὡς ἂν εἴδους λόγον ἔχουσα ἡ μονὰς, ἑαυτὴν ἐπιδώσει εἰς δὲ ἀνάλυσιν καὶ ὡσανεὶ φθορὰν, οὐκέτι· Ἀλλὰ εἰς δυάδα ὕλης λόγον ἔχουσαν καταστρέψει. Ὥσπερ ὁρῶμεν καὶ ἐπὶ τῶν φυσικῶν τὰ ἐν γενέσει πάντα, τὸ μὲν γίνεσθαι καὶ τὸ δέ τι εἶναι, καὶ ἓν εἶναι ἕκαστον ἔχοντα παρὰ τὸ εἶδος, τὸ δὲ φθεί-

A cundum progressum. Sed in numerorum altera parte longiorum constitutione, si necesse fuerit aliquem gnomonicorum circumponi circum cumulum parium, solus binarius circumpositionem suscipere & sustinere [sine illo vero non erunt altera parte longiores, etiamsi sequentes numeri secun-
B dum circuitionem accumulentur,] unitas autem, ut sentiebat Philolaus, esse omnium principium apparebit. Dicit enim *Philolaus*; Unitas non est omnium principium, & similiter altera parte longioribus se ipsam præbebit tanquam carceres ad generationem; neque est meta secundum re-
C flexionem recursus & reditus: sed hoc pro unitate faciet binarius. Ad illum enim ipsum pertinebit reditus. Progressus quidem ab unitate ad laterales duos numeros, qui habebunt rationem metæ in altera parte longioribus, videtur esse unitas, quasi formæ rationem habens, non tradet
D se ad resolvendum & corrumpendum, sed convertet se in binarium, qui habet rationem materiæ. Quemadmodum etiam videmus in naturalibus omnia orientia, quorum alterum quidem adhuc nascitur, alterum vero

ρεοῦς, καὶ μὴ εἶναι, ἀλλὰ ἀοριστεῖν παρὰ τὴν ὕλην. Εἴδους γὰρ καὶ μορφῆς στερόμενον τὸ τόδε τι, ὕλη ἂν εἴη ἀόριστος, καὶ ἄποσος καὶ ἄποιος, διὰ τὴν τῆς δυάδος ἀοριστίαν καὶ ἀνισότητα. Διὰ τοῦτο ἰδίως τῶν ἑτερομηκῶν εἰδοποιὸς ἡ δυὰς ἐφάνη οὖσα, καὶ τῆς ἰδίας δυνάμεως αὐτῆς κατὰ τὰς πλευρὰς μεταδιδοῦσα, τοῦτ' ἔστι τῆς ἀνισότητος. Δύο γὰρ τὸ ἄνισον, ὑπεροχὴ καὶ ἔλλειψις, ἡ δὲ μονὰς τῶν τετραγώνων, διόπερ καὶ ἰσάκις ἴσοι. Ἀρχὴ γὰρ τῶν ἴσων τὸ ἓν καὶ ἡ μονάς, εἴγε τὸ ἴσον ἓν πρὸς ἕν ἐστι, καὶ τὰ ἴσα καθ' ἕνα λόγον ἐστὶν ἴσα. Δῆλον οὖν, ὅτι ἀναλόγως ἐξ εἴδους καὶ ὕλης τὰ ἐν κόσμῳ πάντα συνέστη καὶ γίνεται, ὡς ἐκ μονάδος καὶ δυάδος, τὰ ἐν ἀριθμῷ συμπτώματα πάντα. Πρώτως μὲν γὰρ εἰδοποιὸς ἑκατέρα ἡ ἀρχὴ τῶν δύο μηκῶν τοῦ ἀριθμοῦ, ἀρτίου λέγω καὶ περιττοῦ. Δευτέρως δὲ ἡ μὲν τετραγώνων, ἡ δὲ ἑτερομηκῶν, καὶ οὐκ ἐπαλλάττουσιν αἱ δυνάμεις αὐτῶν, ἀλλ' ἐναντιώταται οὖσαι, κατὰ τὸν ἴδιον λόγον ἑκατέρα διατίθησι τὰ μετέχοντα αὐτῶν. Ὡς γὰρ τὸ θερ-

A est aliquid; & singula habent suum *esse* a forma, corrumpi vero & non esse, sed definitione carere, habent a materia. Proprietas enim, carens specie & formâ, erit materia interminata, quantitatis & qualitatis expers, quia binarius definiri non potest, & inæqualis est. Propterea binarius proprie dare B formam altera parte longioribus, & cum illis propriam potentiam, hoc est inæqualitatem, communicare secundum latera apparuit. Inæqualitatis enim duæ sunt species, excessus & defectus; unitas autem est quadratorum, qui propterea vocantur æqualiter æquales. Nam unum & unitas C est principium æqualium, siquidem æquale est unum ad unum, & æqualia secundum unam rationem sunt æqualia. Constat igitur, omnia, quæ sunt in mundo, esse ex forma & materia composita, & fieri; quemadmodum ex unitate & binario omnia numeri accidentia. Primo enim D alterum principium dat formam duabus numeri longitudinibus, pari puto & impari: secundo vero alterum quidem quadratis, alterum altera parte longioribus; ipsorumque principiorum potentiæ non alternant naturam, verum sibi contrariæ, secundum propriam rationem participantia affi-

μὸν

μὲν θερμαίνειν πέφυκε τὰ πλη-
σιάζοντα, καὶ τὸ ψυχρὸν ψύχειν, καὶ
τὸ ὑγρὸν ὑγραίνειν, οὕτω καὶ αἱ τῶν
ὄντων ἀρχαὶ, ἄμικτοι τῶν ἄλλων
δυνάμεων οὖσαι, πάντα τὰ μετα-
λαμβάνοντα αὐτῶν κατὰ τὰς οἰκείας
δυνάμεις ῥυθμίζουσι. Πέφυκε δὲ τὸ
μὲν ἓν καὶ ἡ μονὰς ὁρίζειν, καὶ περαίνειν,
καὶ μορφοῦν, καὶ ἰσάζειν, καὶ σώζειν, καὶ
ὅλως ἑνοποιεῖν· Ἡ δὲ δυὰς μερίζειν,
καὶ διχάζειν, καὶ φθείρειν, καὶ ὅλως
ἀοριςαίνειν. Διόπερ ἐν τῇ εἰρημένῃ
γενέσει τῶν ἑτερομηκῶν εἰς τὴν
αὐτῆς δυάδος σύςασιν ἡ μονὰς
οὐκέτι ἑαυτὴν παρέξει, ἀλλ' αὐτὴ
καθ' αὑτὴν ἡ δυὰς, ὡσὰν ἀρχὴ
οὖσα καὶ αὐτὴ εὐθὺς ἑτερομηκῶν ἐςὶ
πυθμήν. Διότι ἡ ἐξ ἀρχῆς οὐκ ἂν εἴη,
φησὶν ὁ Πλάτων, οὐκ ἂν ἔτι ἀρχὴ
εἴη· Εὑρίσκεται δὲ ἀναλόγως καὶ
ἐν ταῖς κοσμικαῖς ἀρχαῖς ὁ δημιουρ-
γὸς θεὸς, μὴ ὢν τῆς ὕλης γεννητι-
κὸς, ἀλλὰ καὶ αὐτὴν ἀΐδιον παραλα-
βὼν εἴδεσι καὶ λόγοις τοῖς καθ' ἀριθ-
μὸν, διαπλάττων καὶ κοσμοποι-
ῶν. Εἴδεγε τὰς τῶν λοιπῶν ἑτερομη-
κῶν εἰς συςάσεις κατὰ μόνην τὴν
πρόοδον, ὡς ἔφαμεν, ἐπιδώσει αὐ-
τὴν ἡ μονὰς, οὐκέτι δὲ καὶ εἰς ἐπάνο-
δον. Οἷον οὕτως. Ἐκ τοῦ ἓν καὶ δύο,

A ciunt. Quemadmodum enim calidum habet naturam calefaciendi vicina, frigidum frigefaciendi, humidum humectandi; ita etiam entium principia, quoniam non sunt cum aliis mixta, omnes res, quæ ab ipsis participant, secundum proprias potentias componunt & effingunt. Unum vero &
B unitas habent naturam definiendi, terminandi, formandi, æquandi, servandi, & in genere faciendi, ut aliquid sit unum. Binarius vero habet naturam dividendi, separandi, corrumpendi, definitione privandi. Quapropter in dicta alterâ parte longiorum generatione ad ipsius bi-
C narii constitutionem nunquam unitas seipsam exhibebit; sed ipse binarius secundum seipsum, ut qui est quasi principium, continuo etiam altera parte longiorum est radix. Quoniam vero non erat ab initio, ut dicit Plato, neque hodie erit principium; sed inveniemus Deum rerum opificem etiam in
D principijs mundanis non habuisse vim generandi materiam, verum illam, cum esset æterna, assumpsisse & ex illa secundum formas & rationes numericas formasse & condidisse mundum; si quidem unitas ad reliquorum altera parte longiorum

καὶ

καὶ τρία ὁ ϛ΄ γίνεται ἑτερομήκης, συνεχὴς ὢν τῇ δυάδι, καὶ πλευρὰς ἔχων δυάδα καὶ τριάδα, καίπερ καμπτήρων ἀμφότεροι λόγον ἔχουσι. Ἐν μὲν γὰρ τοῖς τετραγώνοις διὰ τὴν ταυτότητα καὶ ἰσότητα τῶν πλευρῶν, ἕνα καμπτῆρα εἶναι συνέβαινεν, ὃς δὴ πλευρικὸς ἦν καθ' ἕκαστον τετράγωνον ἀριθμόν. Ἐνταῦθα δὲ ἐπὶ τῶν ἑτερομηκῶν, ὅτι διαφόρους καὶ ἀνίσους εἶναι δεῖ τὰς πλευράς, δύο καμπτήρων ἐδέησε. Κατ' ἐπάνοδον δ' ἐπισυνθεῖναι κωλυόμεθα ἀριθμὸν ὑπὸ τοῦ ϛ΄, ἐπείπερ ὑπόκειται ἡ μονάς, ἀνεπίδεκτος οὖσα τῆς ἐπανόδου καὶ ἀναλύσεως. Ἡ δὲ δυὰς οὐδὲν ἔλαττον τῆς τριάδος καμπτὴρ ὑπάρχει. Ἀλλ' ἰσοκρατῶς ἀμφότεροι πλευρικοί εἰσιν ἀριθμοὶ τοῦ ϛ΄ ἑτερομήκους, ἐκ τοῦ δὶς τρία, καὶ ἐκ τοῦ τρὶς δύο ποιοῦντες αὐτόν. Ἅπαξ δὲ χρὴ κατὰ μόνην τὴν πρόοδον ἐκ πάντων ἑτερομηκῶν τοὺς καμπτῆρας λαμβάνεσθαι, ὡς καὶ ἐπὶ τῶν τετραγώνων ἐποιοῦμεν. Πάλιν ἐκ τῶν α΄. β΄. γ΄. δ΄. καὶ ἐξ ὑποστροφῆς μόνου τοῦ β΄ ὁ ιβ΄. τρίτος ἑτερομήκης γίνεται, οὗ πλευραὶ δύο καμπτῆρες, ὅ τε

A constitutiones ſecundum ſolum progreſſum, ut dicebamus, non autem etiam retrogreſſum ſe dabit. Verbi gratia ſic: ex 1 & 2 & 3 oritur 6 numerus altera parte longior, continuus binario (*qui quoque eſt altera parte longior*) habens in lateribus binarium & ternarium; utriq; equidem habent rationem metæ.
B Nam in quadratis propter identitatem & æqualitatem laterum eſt una meta, quæ quidem eſt lateralis numerus ſecundum ſingulos quadratos. Hic autem in altera parte longioribus, quia latera debent eſſe differentia & inæqualia, opus eſt duabus metis. Secundum reditum vero prohibemur
C numerum adjungere ſub 6. ſiquidem ſubeſt unitas, quæ non poteſt ſuſcipere reditum & reſolutionem. Binarius vero non minus quam ternarius eſt meta. Sed utriq; ſunt æquali potentiâ laterales altera parte longioris 6, ex bis tribus & ter duobus eundem componentes. Secundum vero ſolum progreſ-
D ſum neceſſe eſt ſemel ſumi metas, quemadmodum etiam in quadratis faciebamus. Rurſus ex 1. 2. 3. 4. & reverſione ſolius 2. oritur tertius altera parte longior numerus 12, cujus latera ſunt duæ metæ 3. & 4. 12 efficitur ex quater

τρία

τρία καὶ ὁ δʹ, ιβʹ τετράκις τρία ἀποτελεῖται. Καὶ μὴν ἐκ τῶν αʹ. βʹ. γʹ. δʹ. εʹ, καὶ ἐξ ὑποστροφῆς γʹ. βʹ. ὁ ἑξῆς εὔτακτος κʹ. γίνεται, πλευρὰς ἔχων καὶ αὐτὸς τὰς δύο καμπτῆρας, καὶ ἐκ τοῦ τετράκις εʹ, ἢ πεντάκι τέσσαρα γεννώμενος. Καὶ τοῦτο μέχρι παντὸς συμβήσεται, κατὰ τὴν αὐτὴν ἔφοδον. Ἔσται γοῦν τοῖς ἑτερομήκεσι ποικίλη ἡ γένεσις, καθὰ καὶ τοῖς τετραγώνοις, καὶ κατὰ σύνθεσιν καὶ κατ' ἔγκρασιν, καὶ κατὰ τὸν εἰρημένον δίαυλον. Κατὰ μὲν ἔγκρασιν, ὡς ἐγίνοντο ἐκεῖνοι ἐκ τοῦ ἅπαξ αʹ, καὶ δὶς βʹ, καὶ τρὶς γʹ, καὶ τετράκι δʹ, καὶ ἐφοσονοῦν, οὕτως οἱ ἑτερομήκεις γενήσονται ἐκ τοῦ ἅπαξ δύο, καὶ δὶς τρία, καὶ τρὶς δʹ, καὶ τετράκις εʹ, καὶ ἐφεξῆς κατὰ συνδυασμὸν ἐγκρινομένων δύο ἀριθμῶν, μονάδι ἀλλήλων διαφερόντων. Κατὰ δὲ σύνθεσιν, ὡς ἐκεῖνοι ἦσαν, πρῶτον εἷς περισσὸς, εἶτα δύο, εἶτα τρεῖς, εἶτα τέσσαρες, καὶ ἀεὶ ὁμοίως, οὐκέτι κατὰ συνδυασμὸν, ἀλλὰ κατὰ πρόσθεσιν τὴν ἐπὶ τοῦ ἐξ ἀρχῆς. Περὶ δὲ τῆς κατὰ τὸν λεγόμενον δίαυλον αὐτῶν γενέσεως μικρῷ πρόσθεν εἴρηται. Λέγεται δὲ κατ' ἔγκρασιν ἡ εἰρημένη πλάσις ἑκατέρου εἴδους, ὅτι ὁ

A tribus. Et quidem ex 1. 2. 3. 4. 5. & ex reversione 3. 2. Sequens bene ordinatus *altera parte longior numerus* oritur 20, qui & ipse habet duas metas, & ex quater 5, vel quinquies quatuor nascitur. Et hoc in omnibus eodem modo continget. Habebunt igitur *numeri* altera parte longiores variam B originem, quemadmodum & quadrati, & secundum compositionem, & secundum permixtionem, & prædictam circumactionem. Secundum quidem permixtionem quemadmodum nascuntur quadrati ex semel 1. & bis 2. & ter 3. & quater 4. &c. ita altera parte longiores orientur ex semel duobus, & C bis tribus, & ter 4, & quater 5. & sequentibus numeris, duobus secundum combinationem admixtis, & unitate inter se differentibus. Secundum vero compositionem *fiunt altera parte longiores*, ut *quadrati* erant primo unus, deinde duo, deinde tres, deinde quatuor impares, & semper similiter; nun- D quam secundum combinationem, sed appositionem repetitam. De generatione vero ipsorum, quæ fit secundum circumactionem, paulo ante dictum est. Dicta autem alterius speciei formatio dicitur esse secundum permixtionem, quia pro-

γενόμενος τοὺς γνώμονας εἰλικρινεῖς ἀποδοῦναι οὐκέτι ἔχει, διὰ τὴν σύμφθαρτιν, ἀλλ' ἐν ταῖς διακρίσεσι συμφαίνονται ἀλλήλοις. Οἷον φέρ' εἰπεῖν, ὁ ς' ἐκ τοῦ δὶς τρεῖς ὢν οὐ λύεται εἰς τὸν δύο καὶ τρία, ἀλλ' ἡ σύμφθαρσις πλέον τι τῆς ποσότητος τῶν γνωμόνων ἀπετέλεσε. Τοσαυτάκις γάρ ἐστι θάτερος τῶν γνωμόνων ἐν τῷ γεννωμένῳ, ὁσάπερ ὁ σύζυγος αὐτοῦ ἐστι, καὶ διὰ τοῦτο συνεμφαίνεσθαι ἀλλήλοις εἴρηνται. Καθὰ καὶ ἐπὶ τῶν ἐγκεκραμένων ὑγρῶν συμβαίνει χυλῶν τε καὶ χυτῶν, καὶ τηκτῶν, καὶ τῶν ὁμοίων. Οὐ γάρ ἐστιν εἰς τὰ ἐξ ἀρχῆς τὴν διάκρισιν γενέσθαι, διὰ τὸ συνεφθάρθαι καὶ συνεμφαίνεσθαι τὰς ποιότητας. Κατὰ δὲ παράθεσιν καὶ σύνθεσιν εἴρηται ἡ ἑτέρα πλάσις, ὅτι δυνατὸν λύεσθαι τοὺς ἀποτελουμένους εἰς τούς, ἐξ ὧν συνετέθησαν. Οἷον τὸ ς' ἐκ τοῦ β' καὶ δ' συγκείμενον, δυνατὸν διελθεῖν εἰς τοὺς αὐτούς, ὥστε καὶ πᾶν πλῆθος κατὰ σωρείαν, ἢ κατὰ συναγελασμὸν συγκείμενον εἰς ἑνιαῖα διακρῖναι. Μόνη δὲ ἀπὸ πάντων ἀριθμῶν ἡ δυάς, ὡς ἔμπροσθεν ἐμάθομεν, τὸ κατ' ἔγκρασιν τοῦ κατὰ

A ductus nunquam potest distinctos gnomones promere, propter colluvionem; sed in discriminationibus inter se una apparent. Ut 6. verbi gratia, qui ex bis tribus constat, non solvitur in 2 & 3. Sed colluvies perficit aliquid plus, quam quantitatem gnomonum. Nam alter gnomon toties erit in B producto, quot unitates habet ejus conjugatus, ideoque gnomones sunt dicti simul inter se apparere; quemadmodum etiam contingit in illis, quæ judicio comprobata sunt esse humida, sapida, fusilia, liquata, & in similibus. Neque enim potest discriminatio fieri in principia, quia qualitates simul intereunt C & simul apparent. Altera autem formatio dicta est fieri secundum appositionem & compositionem, quia numeri effecti possunt resolvi in eos, ex quibus sunt compositi. Ut 6. qui compositus est ex 2 & 4, potest in eosdem transire & resolvi; ita ut etiam omnis multitudo secundum accumulationem vel ag- D gregationem composita in aliqua singula discernat: Binarius vero, ut ante didicimus, est solus ex omnibus numeris, qui operantur aliquid secundum permixtionem illius, quod est secundum compositionem, & vice versa minus

συν-

σύνθεσιν ποιούντων, τὸ δὲ περὶ αὐτῆς μονάδος ἀνάπαλιν ἔλαττον. Διόπερ αὐτὴν ἴσην καὶ δικαίαν οἱ ἀπὸ Πυθαγόρου ἐκ τοῦ συμβαίνοντος ἐκάλουν, καὶ ἐκ τοῦ τοιοῦδε τὸ σπερματικὸν αὐτῆς καὶ ἀρχοειδὲς γνωρίζεται. Ὡς γὰρ ἡ μονὰς καὶ σπερματικῶς ἀδιακρίτους τοὺς ἐν ἀριθμῷ λόγους περιέχει, οὕτω καὶ ἡ δυὰς συγκεχυμένον καὶ ἀδιάφορον μόνον περιέξει τὸ τῆς ἐγκράσεως, καὶ τὸ τῆς παραθέσεως ἰδίωμα. Ὅπερ οὐδὲ τῇ μονάδι ὑπάρξει, ἀλλ' ἔσται δυάδος ἴδιον, καὶ ἐν τοῖς φυσικοῖς δ' ἂν εὕροιμεν τὰ σπέρματα πάντα, τοὺς λόγους τῶν ἀποτελεσθησομένων ἐξ αὐτῶν ἀδιακρίτους καὶ συγκεχυμένους ἔχοντα, ὡς ἂν δυνάμει ὄντα ἐκεῖνα, ἃ ἐξ αὐτῶν γενήσεται. Πάλιν οὖν ἐξ ἄλλης ἀρχῆς, ἐπεὶ οἱ μὲν τετράγωνοι δυνάμεις εἰσὶν ἰδίῳ τινῶν μήκει αὐξηθέντων ἀριθμῶν, ἑτερομήκεις δὲ οὐκ ἰδίῳ, ἀλλ' ἑτέρῳ, οὐκ ἀπεικότως ἑτερομήκεις ἐκλήθησαν, οὗ κατ' ἀντιδιαστολὴν τοὺς τετραγώνους οὐκ ἦν ἀπρεπὲς ἰδιομήκεις καλεῖν. Οἱ δὲ παλαιοὶ ταύτους τε καὶ ὁμοίους αὐτοὺς ἐκάλουν, διὰ τὴν περὶ τὰς πλευράς τε καὶ γωνίας ὁμοιότητα καὶ ἰσότητα. Ἀνομοίους δὲ

A præcedente unitate. Quapropter Pythagoræi binarium ob convenientiam vocaverunt æqualem & juſtum ; & nos ex talibus cognoſcemus ſeminalem & formatricem binarii naturam. Quemadmodum enim unitas continet numerorum rationes etiam ſeminaliter indiſtinctas : ita quoque binarius con- B tinebit ſolus confuſam & indifferentem permixtionis & appoſitionis proprietatem ; quod non eveniet unitati, ſed proprium erit binarii ; & in naturalibus inveniemus omnia ſemina, quæ habent rationes rerum ex ſe producendarum indiſtinctas & confuſas, potentia eſſe eadem ipſa, quæ ex illis fient. C Rurſus igitur ex alio principio, quoniam quidem quadrati ſunt potentiæ numerorum quorundam propria longitudine auctorum : altera vero parte longiores ſunt *potentiæ numerorum auctorum longitudine*, non propria, ſed altera ; veriſimiliter appellati ſunt altera parte longiores, ſecundum cujus D diſtinctionem quadratos debebam appellare *propria parte longiores*. Priſci *quadratos* vocabant *eoſdem* & *ſimiles*, ob ſimilitudinem & æqualitatem, quæ eſt circa latera : Ex contrario vocabant altera parte longiores *diſſimiles* & *alteros*.

ἐκ τοῦ ἐναντίου καὶ θατέρου τοὺς ἑτερομήκεις. Ἐν δὲ τῇ ἐκθέσει ἑκατέρου εἴδους οἱ μὲν ἕνα παρ' ἕνα περισσοὶ καὶ ἄρτιοι γενήσονται, ὅτι οἱ τοιοῦτοι αὐτοὺς αὐξάνουσιν, οἱ δ' ἑτερομήκεις πάντες ἄρτιοι, ὅτι περισσὸς ἄρτιον, ἢ ἄρτιος περισσὸν μηκύνει. Πᾶς δὲ περισσὸς κατ' ἄρτιον αὐξηθεὶς ἄρτιον γεννᾷ. Καὶ ἐπεὶ ἐνταῦθα λόγου ἐσμὲν, ἰστέον, ὅτι χρήσιμον ἡμῖν τοῦτο ἔσται τὸ παράδειγμα εἰς τὸν ἐν τῇ Πλάτωνος πολιτείᾳ γαμικὸν ἀριθμὸν, ἔνθα φησίν. Ἐκ δύο ἀγαθῶν ἀγαθογονίαν πάντως ἔσεσθαι, καὶ ἐκ δύο τῶν ἐναντίων τὸ ἐναντίον, ἐκ δὲ μικτῶν πάντως κακογονίαν, οὐδέποτε δὲ ἀγαθογονίαν. Καὶ γὰρ ἐκ μὲν τῆς τῶν περισσῶν καθ' ἑαυτοὺς συνόδου, καὶ ἐπὶ συνθέσεως ἡγουμένης μονάδος ἐγίνοντο τετράγωνοι τῆς τ' ἀγαθοῦ φύσεως ὄντες ἀπὸ τοιούτων, αἰτία δὲ τούτου ἥ τε ἰσότης καὶ πρὸ ταύτης τὸ ἕν. Ἐκ δὲ τῆς τῶν ἀρτίων ἡγουμένης δυάδος ἑτερομήκεις τῆς ἐναντίας φύσεως ὄντες, διότιπερ καὶ οἱ γεννήτορες. Πάλιν δὲ αἰτία τούτου ἥτε ἀνισότης, καὶ πρὸ ταύτης ἡ ἀόριστος δυάς. Καὶ εἰ κρᾶσις δὲ γένοιτο, καὶ ὡσὰν εἴποι τις γάμος ἀρτίου καὶ περισσοῦ, οἱ γεννώμενοι ὄγκοι καὶ τῆς καθ' ἑκα-

A In expoſitione vero utriuſque formæ *quadrati* erunt alternatim impares & pares, quia à talibus multiplicantur; ſed altera parte longiores erunt omnes pares, quia impar parem, vel par imparem multiplicat. Omnis autem impar à pari multiplicatus producit parem. Et quia verſamur in hac re, B ſciendum eſt, hoc exemplum utiliſſimum nobis fore *ad intelligendum* numerum nuptialem, de quo Plato in policitis; ubi dicit ex duobus bonis omnino bonum naſci, & ex duobus contrariis contrarium: Ex mixtis autem omnino malum, nunquam bonum generari. E- C tenim ex conjunctione imparium ſecundum ſeipſos & unitate, quæ in compoſitione præcedit, fiunt quadrati, qui ex talibus habent naturam boni; cauſa hujus rei eſt æqualitas, & ante illam unitas. Ex conjunctione autem parium & binario, qui primus eſt inter pares, oriuntur altera parte longiores, qui D habent contrariam naturam, ut etiam eorum procreatores. Rurſus autem cauſa hujus rei eſt inæqualitas, &, qui eſt ante illam, binarius interminatus. Et ſi quidem fiat mixtura, &, ut ſi quis dicat, connubium paris & imparis, procreatæ maſſæ habebunt quoque natu-

ræ

τέρου φύσεως, εἴτε μονάδι διαφέροιεν οἱ γεννήτορες, εἴτε καὶ μείζονί τινι ἀριθμῷ. Ἢ γὰρ ἑτερομήκεις, ἢ προμήκεις οἱ ἀποτελούμενοι. Καὶ πάλιν ἐκ μὲν τετραγώνων ἀλλήλοις μιγέντων οἱ γινόμενοι τετράγωνοι, ἐκ δὲ ἑτερομηκῶν ὅμοιοι, ἐκ δὲ μικτῶν οὐδέποτε μὲν τετράγωνοι, πάντως δὲ ἑτερογενεῖς. Καὶ τοῦτό φησιν ὁ θειότατος Πλάτων· Παραδιδόντας τοὺς τῆς πολιτείας αὐτοῦ ἄρχοντας καὶ ἀρχούσας, διὰ τὸ μὴ τετράφθαι ἐν τοῖς μαθήμασι, ἢ δὲ καὶ εἰ τραφεῖεν, παρενθυμηθέντας τοὺς γάμους φύρδην ἀναμίξειν, ἀφ᾽ ὧν φαῦλοι γενόμενοι οἱ ἔγγονοι, ἀρχὴ στάσεως καὶ διαφορᾶς τῇ συμπάσῃ πολιτείᾳ γενήσονται. Ἵνα δὲ καὶ μάθωμεν τὴν ἑκατέρου εἴδους τετραγώνων καὶ ἑτερομηκῶν, ἐναντιωτάτης περ ὄντων φύσεως, ἐναρμόνιον καὶ συμφυέστατον σύζευξιν, ἐκθετέον στιχηδὸν, καὶ παραλλήλως ἑκατέρους ἀπὸ τῆς οἰκείας ἀρχῆς, τετραγώνους μὲν ἀπὸ μονάδος, ἀπὸ δὲ δυάδος ἑτερομήκεις, οὕτως α. δ'. θ'. ιϛ'. κε'. λϛ'. μθ'. ξδ'. πα'. ρ. β'. ϛ'. ιβ'. κ. λ. μβ'. νϛ'. οβ'. ϟ. ρι'. καὶ προσεκτέον, πῶς ὁ πρῶτος τοῦ θα-

A ram utriusque, sive procreatores unitate, sive majore numero inter se differant. Procreantur enim vel altera parte longiores vel ante longiores. Et rursus ex quadratis inter se mixtis generantur quadrati, ex alterâ parte longioribus similes; sed ex mixtis nunquam quadrati sed heterogenei. Et hoc est, quod
B dicebat divinus Plato: *Dominos & Dominas imperantes, quia non sunt innutriti in mathematibus, perperam tradere ipsius politicam; aut si fuerint innutriti etiam, hac connubia, quæ male in animo concipiunt & volutant, inordinate & confuse permiscere; à quibus cum successores fuerint corrupti, erunt principium factionis & differen-*
C *tiæ in omni regimine.* Ut vero etiam addiscamus concinnam & unanimem copulationem utriusque speciei, *nimirum* quadratorum & altera parte longiorum, qui omnino habent contrariam naturam; debemus ordine & duorum inter se comparatione exponere utrosq; à proprio principio, quadratos ab
D unitate, altera parte longiores à binario: hoc modo. 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. 2. 6. 12. 20. 30. 42. 56. 72. 90. 110. Et declarandum, quomodo primus alterorum *h. e. altera parte longiorum* ad primum eorundem, *h. e. quadrato-*

τέρων πρὸς πρῶτον τῶν ταυτῶν, περιέχει τὸν πυθμενικὸν λόγον τοῦ πρώτου τῶν πολλαπλασίων, ὁ δὲ δεύτερος πρὸς δεύτερον ἀπὸ πυθμένος τοῦ πρώτου τῶν ἐπιμορίων, ὁ δὲ τρίτος πρὸς τὸν τρίτον ἀπὸ πυθμένος τοῦ ἐπιτρίτου τῶν ἐπιμορίων. Καὶ τοῦτο, ἐφ᾽ ὅσον τὶς θέλει, ἐξετάζων εὑρήσει εὐτάκτως προχωροῦν. Διαφορὰ δὲ ἔσται αὐτοῖς πᾶσι πρὸς πάντας, καθ᾽ ἑκάστην συζυγίαν ἐξεταζομένοις, ὁ ἑξῆς ἀπὸ μονάδος ἀριθμός. Καθ᾽ ἑαυτοὺς δὲ ἐξεταζομένων τῶν στίχων, ἐπὶ μὲν τῶν ὁμοίων οἱ ἀπὸ τριάδος περισσοὶ ἔσονται διαφοραὶ, ἐπὶ δὲ ἀνομοίων οἱ ἀπὸ τετράδος ἄρτιοι. Καὶ πάλιν ἑκάστη διαφορὰ τῶν ἀνομοίων σὺν δύο λαμβανομένων πρὸς τὴν ὁμοιότητα τῶν ὁμοίων, λόγον ἕξει ἐπιμόριον, πάντως δὲ οἱ λόγοι περισσώνυμοι γενήσονται. Ἐπίτριτος γὰρ καὶ ἐπίπεμπτος, καὶ ἐφέβδομος, καὶ ἐπέννατος καὶ ἑξῆς ἀκολούθως. Πάλιν ἐκ πρώτου ὁμοίου, καὶ δὶς τοῦ ὑπ᾽ αὐτὸν ἀνομοίου καὶ δευτέρου ὁμοίου ὁ γενόμενος ὅμοιος, καὶ ἀεὶ οὕτως ποιοῦντες, ὥστε ἄρχειν τῆς προτέρας γενέσεως τὸ τέλος τῆς ὑστέ-

A *rum*, habeat rationem radicalem primi multiplicis: Secundus autem ad secundum *habeat rationem* à radice primi superparticularis; tertius vero ad tertium à radice sesquitertia superparticularium. Et invenies hoc bono ordine, si examinaveris, procedere quousque volueris. Omnes vero *altera parte* B *longiores* ad omnes *quadratos*, si secundum singulas combinationes examinentur, habebunt pro differentia sequentem ab unitate numerum. Sin autem ordines *utrorumque* secundum seipsos examinentur, *similes* quidem habebunt pro differentiis impares à ternario numeros; sed dissimiles habebunt C pares à quaternario. Omnis rursus differentia duorum sumptorum dissimilium ad similitudinem similium, habebit rationem superparticularem, & semper rationes habebunt denominationem imparem. *Vocantur* enim sesquitertia, sesquiquinta, sesquiseptima, sesquinona, & convenienter sequentes. D Rursus ex primo simili, &, qui supra illum est, bisdissimili, & secundo simili componitur similis; semperque sic facientes, ita ut finis generationis posterioris sit initium prioris, generabimus omnes similes. Vice versa si inceperimus à

ras

ρας, ὁμοίους πάντας γεννήσομεν. Εἰ δὲ ἀνάπαλιν ἀρξαίμεθα ἀπὸ τῶν ἀνομοίων, ἄκρους αὐτοὺς τάσσοντες, μέσους δὲ τοὺς ὁμοίους καθ' ἑκάστην σύζευξιν, ἀνόμοιοι πάντως γεννήσονται, καὶ τῆς θατέρου φύσεως. Εἰ δὲ μὴ τοὺς μεσοπαγεῖς μεσεμβολοίημεν ὁμοίους, ἀλλὰ τοὺς ἐφεξῆς ἀεὶ καθ' ἑκάστην γένεσιν ἄκρους, τηροῦντες τοὺς αὐτοὺς ἀνομοίους, οἱ παραλειφθέντες ἔσονται ὅμοιοι, ὅτε ις' καὶ ὁ λϛ'. καὶ ξδ' καὶ οἱ ἀνάλογοι. καὶ οὗτοι μὲν ἄρτιοι πάντες, ὅτι οἱ μεσεμβολούμενοι ὅμοιοι, κἂν περισσοὶ ὦσιν, δὶς λαμβανόμενοι μετὰ ἀρτίων τῶν ἀνομοίων ἄκρων ἀρτίους ποιοῦσι. Δὶς γὰρ πᾶς περισσὸς ἄρτιος γίνεται. Οἱ δὲ πρότεροι πάντες περισσοὶ, διότι ὁ ἕτερος τῶν ὁμοίων ἄκρος πάντως ἦν περισσὸς, καὶ διὰ τὸ ἅπαξ λαμβάνεσθαι τὴν περισσότητα ἐφύλαττον. Ἡ δὲ τῶν κατὰ τοὺς αὐτοὺς γνωμόνων σύζευξις εὐτάκτους τινὰς λόγους ἀποφαίνει. Ἐκ μὲν γὰρ τοῦ ἅπαξ πρώτου ὁμοίου, καὶ δὶς πρώτου ἀνομοίου, καὶ ἅπαξ δευτέρου ὁμοίου καὶ δὶς τοῦ ὑπ' αὐτὸν ἀνομοίου, καὶ τοῦ ἑξῆς ὁμοίου ὁ ἡμιόλιος. Καὶ κατὰ τὴν τρίτην σύζευξιν ὁ ἐπίτριτος, καὶ κατὰ τὴν τετάρτην ὁ ἐπιτέταρτος, καὶ ἑξῆς ἀκολού-

A dissimilibus, eosque impermixtos collocaverimus, & medios similes secundum unamquamque copulationem, omnes erunt dissimiles & alterius naturæ. Si vero similes, qui erant in medio collocati, non medios interjecerimus, sed sequentes semper secundum unamquamque generationem extremitates, & B servaverimus ipsos dissimiles; assumpti erunt similes, ut 16. 36. 64. Et qui habent eandem proportionem. Et hi quidem omnes sunt pares, quia similes interjiciendi, licet sint impares, faciunt pares, si bis sumantur cum paribus dissimilibus. Omnis enim impar bis sumptus fit par. Sed omnes priores sunt C impares, quia altera similium extremitas erat impar, & imparitatem servabat, quia semel sumebatur: Gnomonum autem copulatio rationes quasdam bene ordinatas indicat. Nam ex semel primo simili & bis primo dissimili & semel secundo simili *oritur ratio duplex*; D ex semel secundo simili & bis *posito* secundo dissimili, & semel tertio simili *oritur ratio* sesquialtera. & secundum tertiam conbinationem oritur ratio sesquitertia; & secundum quartam sesquiquarta, & sic in sequentibus. Et

λύθως. Καὶ ἐν τῇ τῶν παραλελειμμένων ὁμοίων γενέσει ἡ σύζευξις τῶν γενομένων οὐκέτι μὲν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ τοὺς τρεῖς ὅρους καθ᾽ ἑκάστην συζυγίαν ἀποφαίνει. Ἀλλ᾽ ἐν διαφόροις, οὐ μὲν ἀνοικείοις γε, ἀλλὰ πάλιν τινὰ φυσικὴν εὐταξίαν καὶ συγγένειαν διπλασίου λόγου πρὸς ἡμιόλιον, καὶ ἡμιολίου πρὸς ἐπίτριτον καὶ ἐπιτρίτου πρὸς ἐπιτέταρτον. Ἐν μὲν γὰρ τοῖς β΄. δ΄. ς΄ ὅροις, διπλάσιος καὶ ἡμιόλιος λόγος ἐστίν. Ἐν δὲ τοῖς ς΄. θ΄. ιβ΄. ἡμιόλιος καὶ ἐπίτριτος. Ἐν δὲ τοῖς ιβ΄. ις΄. κ΄. ἐπίτριτος καὶ ἐπιτέταρτος, καὶ ἑξῆς ἀναλόγως, μονάδι μεγαλωνυμωτέρως τοῦ δευτέρου λόγου πρὸς τὸν σύζυγον λεγομένου. Πάλιν ἕκαστος ὅμοιος μετ᾽ ἑκάστου ὁμοταγοῦς ἀνομοίου τρίγωνον ποιεῖ. οἱ δὲ γινόμενοι τρίγωνοι ἄρχοντος τοῦ τρία, ἀεὶ παρ᾽ ἓν γενήσονται οὗτοι γ΄. ι΄. κα΄. λς΄. νε΄. οη΄. ρε΄. καὶ ἀνάλογον παραλείποντες ἐκ τῆς εὐτάκτου τῶν τριγώνων πλάσεως τόν τε ς΄. καὶ τὸν ιε΄. καὶ τὸν κη΄. καὶ με΄. καὶ ξς΄. καὶ ϟα΄. καὶ τοὺς τοιούτους ἀνάλογον. Εἰ δὲ μὴ τῇ κατὰ παράλληλον μόνῃ συνθέσει χρησαίμεθα· ἀλλὰ καὶ τῇ κατ᾽ ἐμπλοκὴν συμπλέκοντες ἂν πρῶτον ἀνόμοιον δευτέρῳ

A in similium transmissorum generatione conjunctio generatorum nunquam tres terminos in eadem ratione exhibet secundum unamquamque combinationem; sed in differentibus *rationibus*, non quidem remotis, verum rursum secundum bonum naturæ ordinem & cognationem B rationis duplicis ad sesquialteram, & sesquialteræ ad sesquitertiam, & sesquitertiæ ad sesquiquartæ. Nam in terminis 2. 4. 6. est ratio dupla & sesquialtera. Sed in 6. 9. 12. est sesquialtera & sesquitertia. In 12. 16. 20. vero est sesquitertia & sesquiquarta; & in sequentibus unitate ma- C jus nomen proportionaliter habet secunda ratio ad copulatum rationis, quæ dicitur. Rursus unusquisque similis cum unoquoque dissimili similiter posito, facit triangulum: incipiunt autem trianguli, qui ex hac compositione oriuntur, a 3, & unum interlinquunt, ut 3. 10. 21. 36. 55. 78. D 105, & qui proportionaliter ex bene ordinata triangulorum formatione omittunt 6. & 15. & 28. & 45. & 66. & 91. & tales secundum proportionem. Si vero non utamur sola compositione, quæ est secundum duorum æque

ὁμοι-

ὁμοίῳ, καὶ δεύτερον ἀνόμοιον τρίτῳ ὁμοίῳ, καὶ τρίτον τετάρτῳ, καὶ τέταρτον πέμπτῳ, καὶ ἀεὶ ἀκολούθως πάντες ἑξῆς σὺν τοῖς προτέροις ἀπὸ τριάδος, οἱ τρίγωνοι φύσονται οὗτοι. γʹ. ϛʹ. ιʹ. ιεʹ. καʹ. κηʹ. λϛʹ. μεʹ. νεʹ. ξϛʹ. οηʹ. ϟαʹ. ρεʹ. καὶ οἱ ἑξῆς ἐπ' ἄπειρον. Πάλιν δὲ καὶ αὐτῶν, τῶν καθ' αὑτοὺς, τῶν ἀνομοίων τὰ ἡμίση B τοὺς ἀπὸ μονάδος εὐτάκτους τριγώνους ποιήσει. Ἑκάστη δὲ διαφορὰ ἀνομοίων καθ' ἕκαστον, πρὸς ὁμοίους λόγον ἕξει πρὸς οὕς, ὧν ἐστι διαφορὰ, οὐκ εὔτακτον. Οὗ μὲν γὰρ ἡμίσεια ἔσται, οὗ δὲ τρίτον, καὶ οὗ μὲν τρίτον, οὗ δὲ τέταρτον, καὶ οὗ μὲν τέταρτον, οὗ δὲ πέμπτον, C καὶ ἀεὶ ἀκολούθως. Ἀρχὴν δὲ παρέξει τῆς τοιαύτης εὐταξίας ἡ δευτέρα συζυγία τοῦ δʹ. πρὸς ϛʹ. Τῇ γὰρ πρώτῃ συζυγίᾳ τῇ αʹ πρὸς δύο οὐχ ὑπάρξει τοσοῦτον, διὰ τὸ ἀμερὲς εἶναι τὸ ἓν καὶ τὴν μονάδα, εἴδους τε καὶ ταυτότητος λόγον ἐχούσας. Πρώτη δὲ δυὰς ἐπιδεκτικὴ ἔσται μερισμοῦ καὶ D διακρίσεως, τῆς θατέρου φύσεως οὖσα, καὶ τὸν τῆς ὕλης λόγον ἀναδεδεγμένη, καὶ ἐπισυζυγὴς οὖσα τῇ μονάδι, δι' ἐκείνην ἐκωλύθη τῆς εἰρημένης εὐταξίας τῶν μορίων ἄρξαι

A distantium comparationem; sed etiam illâ, quæ est secundum implicationem, & implicuerimus primum dissimilem secundo simili, secundum dissimilem tertio simili, tertium quarto, quartum quinto; & semper convenienter sequentes cum prioribus ab unitate, nascentur tales trianguli. 3.6.10.15.21. B 28.63.45.55.66.78.91.105. & infinitum sequentes. *Alia praeterea regula est*: Dissimilium secundum seipsos dimidia facient triangulos ab unitate bene ordinatos. Unaquæque autem differentia dissimilium, secundum singulos, habebit rationem non bene ordinatam ad similes illos, quorum est differen- C tia. Nam ubi dissimilium ad similes differentia est dimidia pars similis, erit tertia pars dissimilis; & ubi est tertia pars similis, erit quarta pars dissimilis; ubi quarta, erit quinta, & semper convenienter. Secunda vero combinatio 4. ad 6. dat principium tam boni ordinis. Nam simile quid non contin- D get primæ combinationi 1. ad 2. Quia unum & unitas sunt indivisibilia, habentque rationem speciei & identitatis. Primus vero binarius admittet divisionem & discriminationem, quia alterius naturæ est, & suscipit rationem

ἄυτη διαφορὰ οὖσα τῆς δευτέρας συζυγίας, εὑρίσκεται τοῦ μὲν τέσσαρα ἡμίσεια οὖσα, τοῦ δὲ ϛ', γ'. ἀλλὰ καὶ πρὸς τὸν δ'. συγκρινομένη οὐδὲν ἧττον διαφορὰν πρὸς αὐτὸν φυλάττει. Καὶ ἐπειδὴ τῇ κατὰ τὰς διαφορὰς ποσότητι ἀδιαφοροῦσιν οἱ τρεῖς ὅροι οἱ β'. δ'. ϛ'. καὶ ποιότητι τῇ κατὰ τοὺς λόγους διαφέρουσι. Διπλάσιος μὲν γὰρ ὁ δ' τοῦ β'. ἡμιόλιος δὲ ὁ ϛ' τοῦ δ'. Ὁ δὲ αὐτὸς ϛ' πρὸς τὸν ἑξῆς ὁμοίως συγκρινόμενος τὸν θ', ποιότητι μὲν οὐ διοίσει. Τὸν γὰρ αὐτὸν ἡμιόλιον λόγον φυλάξει, ὑπόλογον ἑαυτὸν παρέχων, ὥσπερ καὶ πρὸς τὸν δ' τοῦ αὐτοῦ λόγου πρόλογος ἦν. Τῇ δὲ κατὰ τὴν διαφορὰν ποσότητι διοίσει. Εἴγε πρὸς μὲν τὸν δ', δυάς ἐστιν ἡ διαφορὰ, πρὸς δὲ τὸν θ', τριάς. Πάλιν δὲ ὁ θ' πρὸς τὸν ϛ', ἀλλὰ καὶ πρὸς τὸν ιβ' συγκρινόμενος, ποιότητι μὲν τῶν λόγων διοίσει, εἴγε τοῦ μὲν ἡμιόλιος, τοῦ δὲ ὑπεπίτριτός ἐστι· Ποσότητι δὲ τῇ κατὰ τὰς διαφορὰς οὐ διοίσει. Τριὰς γὰρ αὐτῷ διαφορὰ πρὸς ἑκάτερον. Καὶ καθόλου ἔνθα μὲν τῇ κατὰ τὰς

A materiæ; cumque in combinatione copulet se cum unitate, prohibetur per unitatem esse principium boni, de quo diximus, partium ordinis; binarius, qui secundæ combinationis differentia est, invenitur esse dimidia pars 4. & tertia 6. & quamvis cum 4. conferatur, tamen ad 4. servat differen- B tiam. Et quandoquidem hi tres termini 2. 4. 6. inter se non differant quantitate differentiarum; differunt tamen qualitate rationum. Nam 4 est duplex 2. Sed 6 est sesquialter 4. Idem 6, si ad sequentem numerum 9. similiter conferatur, qualitate rationis non differet. Nam eandem rationem sesquial- C teram servabit, & ipse erit hypologus, ut erat prologus ejusdem rationis ad 4. Sed differet quantitate differentiarum: Si quidem ejus differentia ad quatuor est binarius, ad 9. est ternarius. Rursus 9. si ad 6. etiam ad 12. conferatur, qualitate quidem rationum differet; si quidem *respectu* 6. est sesquialter, D *respectu vero* 12. est subsesquitertius: Sed non differentiarum quantitate differet. Nam ternarius illi est differentia ad utrumque. Et in genere tres termini, si ita accipiantur, ut dictum est, ubi differunt quantitate differentiarum, qua-

δια-

διαφορᾶς ποσότητι διαφέρουσι τρεῖς ὅροι, οὕτω λαμβανόμενοι, ὡς εἴρηται, ποιότητι δὲ κατὰ τοὺς λόγους ἀδιάφοροι ἔσονται. Εἰ δὲ διαφέροιεν ποιότητι, ποσότητι ἀδιαφορήσουσι. Καὶ ἐξ ἀλλήλων δ' αὖ γνωρισθείησαν ὅμοιοί τε καὶ ἀνόμοιοι. Ὁ γὰρ πρῶτος ἀνόμοιος ἐκ δὶς πρώτου ἐστὶν ὁμοίου, καὶ ὁ δεύτερος ὅμοιος ἐκ δὶς πρώτου ἐστὶν ἀνομοίου. Ὁ δὲ δεύτερος ἀνόμοιος ἐξ ἑνὸς καὶ ἡμίσους δευτέρου ὁμοίου. Πάλιν ὁ τρίτος ἀνόμοιος ἐξ ἑνὸς καὶ τρίτου ἐστὶ τρίτου ὁμοίου, ὥσπερ καὶ τέταρτος ὅμοιος ἐξ ἑνὸς καὶ τρίτου ἐστὶ τρίτου ἀνομοίου· ὁ δὲ τέταρτος ἀνόμοιος ἐξ ἑνὸς καὶ τετάρτου ἔσται τετάρτου ὁμοίου. Ὁ δὲ πέμπτος ἀνόμοιος ἐξ ἑνὸς καὶ πέμπτου ἔσται τοῦ συζύγου, καὶ ὁ ἕκτος ἐξ ἑνὸς καὶ ἕκτου. Καὶ ἀεὶ ἀκολούθως τὸ αὐτὸ συμβήσεται, τοῦ μορίου ὀνομαζομένου κατὰ τὴν ποσότητα τῆς χώρας ἑκάστου τῶν ἀνομοίων, πρὸς τὸν ὁμοιοταγῆ ὅμοιον συγκρινομένου, οὗ καὶ τὸ μόριον ἔσται πρώτως, δευτέρως δὲ καὶ τοῦ ἀνομοίου πρὸς τὸν ἑξῆς ὅμοιον συγκρινομένου. Καὶ ἄλλα πολλὰ εὕροι τις ἂν γλαφυρὰ καθ' ἑαυτὸν ἐνατενίζων τῷ διαγράμματι, καὶ ἀεὶ ἐξετάζων τὴν ἐναρμόνιον

A litate rationum non different; si qualitate differant, non different quantitate. Ex se invicem quoque cognoscentur similes & dissimiles. Nam primus dissimilis fit ex bis primo simili: & secundus similis ex bis primo dissimili: Secundus vero dissimilis componitur ex uno secundo simili ejusque dimi-
B dia parte. Rursus tertius dissimilis ex uno tertio simili ejusque tertia parte; ut etiam quartus similis componitur ex tertio dissimili ejusque tertia parte: Sed quartus dissimilis ex uno quarto simili ejusque quarta parte; Quintus dissimilis ex uno quinto simili conjugato, ejusque
C quinta parte; & sextus ex sexto ejusque parte sexta. Et semper similiter idem continget, si portio nominetur secundum quantitatem regionis, quam occupavit unusquisque dissimilis, comparatus ad similem in simili regione ordinatum, qui portionem habet primo, secundo habet dissimilis
D comparatus ad sequentem similem. Præterea multa alia venusta quis inveniet, si aciem mentis suæ intenderit diagrammati, & continue examinaverit congruentem ipsis habitudinem duarum

σχέσιν τῶν ἐναντίων τῶν δύο δυνάμεων, ταυτότητος καὶ ἑτερότητος, ἐμφαινομένων τῇ τῶν τετραγώνων καὶ ἑτερομηκῶν ἐκθέσει. Ἱκανὸν δὲ ἐγκώμιον ἔσται τῆς δεκάδος, ἡ κατὰ τὸν εἰρημένον δίαυλον τῶν τετραγώνων γένεσις, ὅταν ἐν μὲν τῷ πρώτῳ βαθμῷ τῶν ἀριθμῶν, ὧν ὁρίζει αὐτὴ ἡ δεκὰς, ἀπὸ μονάδος ἡ πρόοδος μέχρις αὐτῆς γένηται, καὶ πάλιν ἀπ᾽ αὐτῆς, ὡς ἀπὸ ἀριθμοῦ τινος διορίζοντος μονάδας ἀπὸ δεκάδων, ἢ ἀπὸ μονάδος ὡς ἐπὶ μονάδα. Ἔσται γὰρ ἐκ τῆς, ὡς ἀποσυνθέσεως τετράγωνος ρ̄ ὁ ἀριθμὸς, καὶ αὐτὸς ὢν ἄρθρον διοριστικὸν δεκάδων καὶ ἑκατοντάδων, καὶ μονὰς τριωδουμένη καλούμενος παρὰ τῶν Πυθαγορείων, ὥσπερ καὶ ἡ δεκὰς δευτερωδουμένη μονὰς, καὶ χιλιὰς τετρωδουμένη μονάς. Πλευρὰ δὲ ἔσται τοῦ ρ̄ τετραγώνου αὐτὴ ἡ δεκὰς, καὶ δύναμις αὐτῆς τὸ συγκεφαλαίωμα τῆς ἐπὶ ταύτῃ ἐπισωρείας τῶν ἐντὸς αὐτοῦ ἀριθμῶν διςλαμβανομένων. Οὕτω γὰρ καὶ διαύλῳ ἀπεικάσθαι εἴρηται, ὅ τε κατὰ πρόοδον ὡς ἀπὸ ὕσπληγος τῆς ἀρχῆς, καὶ ὁ κατ᾽ ἐπάνοδον ὡς ἀπὸ καμπτῆρος τοῦ τέλους, τρόπος

A contrariarum potentiarum, identitatis & alteritatis, quæ debent declarari per quadratorum & altera parte longiorum expositionem. Denarii vero satis magna laus erit generatio quadratorum, quæ est secundum dictam circumactionem; quando in primo numerorum gradu, qui à denario
B ipso terminantur, ab unitate ad denarium usque fiat progressius; & rursus à denario tanquam aliquo numero discriminante unitates à denariis; vel ab unitate tanquam ad unitatem. Ex denario enim tanquam compositione orietur numerus quadratus 100, qui & ipse est articularis discriminans
C denarios & centenarios, & à Pythagoricis vocatur *unitas tertii limitis*, ut & denarius *unitas secundi limitis*, millenarius *unitas quarti limitis*. Quadrati autem 100. latus erit denarius, ejusque potentia erit summa numerorum, qui intra ipsum sunt, bis sumtorum cumulationis cum ipso. Sic enim dictum est circuitioni, quæ est circa
D metam, assimilari numerorum additionis modum, & qui est secundum progressum tanquam à carceribus principii, & qui est secundum reversionem tanquam à meta finis. Si vero denario utamur

τῆς

τῆς ἐπιθέσεως τῶν ἀριθμῶν. Εἰ δὲ τῇ δεκάδι μηκέτι ὡς καμπτῆρι, ὕσπληγι δὲ χρησαίμεθα, καὶ ἀρχὴ τῆς προόδου μέχρις ἑκατοντάδος, ἀφ' ἧς πάλιν ἡ ἐπάνοδος ἐπὶ τὴν δεκάδα ἔσται, ἐκ τῆς ἐπισυνθέσεως γενήσεται ὁ πρῶτος ἀριθμὸς ἡ τετρωδουμένη μονὰς, ἄρθρον καὶ αὐτὸς ὢν διοριστικὸν ἑκατοντάδων τε καὶ μυριάδων, οὐκέτι δὲ καὶ πλευρὰ ἔσται τετραγωνικὴ τοῦ χιλιάδι ἀριθμοῦ ἡ ἑκατοντάς.

A non quidem tanquam metâ, sed tanquam carceribus; etiam principium progressus ad centenarium usque, & ab illo rursus reversio ad denarium erit: sic ex cumulata compositione primus numerus fiet unitas quarti limitis, qui & ipse est articulus discriminans centenarios & millenarios; nunquam autem centenarius erit qua- B dratum latus numeri mille.

ἡ χιλιάς.



Οὐδὲ γὰρ τετράγωνός ἐστιν ὁ χίλια, ἀλλὰ κύβος, ἀπὸ πλευρᾶς δεκάδος, ἵνα δ' ἐπιπεδωθῇ προμηκικῶς, πλευρὰ αὐτοῦ ἔσται ἡ ἑκατοντὰς σὺν τῇ καὶ δεκάδι, ὡς δῆλον εἶναι, ὅτι δεήσεται ἡ ἑκατοντὰς τῆς δεκάδος εἰς τὸ πλευρικὴν γενέσθαι. Πάλιν εἰ τῇ ἑκατοντάδι ἀρχῇ χρησαίμεθα, καὶ ἀντὶ ὕσπληγος, προσέλθοιμεν δὲ ἐπισυνθέντες τὰς μετ' αὐτὴν ἑκατοντάδας μέχρι χιλιάδος, καὶ ἀπ' αὐτῆς, ὡς ἀπὸ

C Nam mille non est quadratus, sed cubus, ortus ex latere denario; ut vero in plano habeat figuram antelongiorem, latus ejus debet esse centenarius, alterum, *cum quo multiplicabitur*, denarius: Ita ut manifestum sit, centenarium indigere denario, ut fiat lateralis. Rursus si centenarium accipiamus D pro principio & loco carcerum, progrediamur vero componendo centenarios, qui sunt post illum ad millenarium, & ab hoc, tanquam meta, similiter revertamur ad cen-

καμπτῆρος, ὁμοίως ἐπὶ τὴν ἑκατοντάδα ἐπανέλθοιμεν, ὡς ἐπὶ νύσσαν, ἔσται ἀριθμὸς ὁ τῶν μυρίων ἡ πεντωδουμένη μονὰς, πλευρὰν ἔχων, ὡς μὲν τετράγωνος, τὴν ἑκατοντάδα, ὡς ᾖ ἑτερομήκης, τὴν χιλιάδα μετὰ τῆς αὐτῆς δεκάδος. Οὕτως ἡ δεκὰς εἰς μὲν τὸ αὐτὴν τὴν πλευρικὴν γενέσθαι κατὰ τὸν διαυλικὸν τρόπον, οὐδενὸς τῶν ἄλλων γενέσεων ἄρθρων τοῦ ἀριθμοῦ δεήσεται, ἑκατοντάδος λέγω καὶ χιλιάδος. Αὗται δὲ, ἵνα αὐταῖς τὸ τοιοῦτον συμβῇ, πάντως δεήσονται τῆς δεκάδος, ὅθεν αὐτῇ ἐγκώμιον τοῦτο προσενείμαμεν. Λοιπὸν δὲ εἰπεῖν, καὶ ὅσα ἄλλα συμπτώματα δύναται ἐπινοεῖσθαι, ὑπὸ τῶν κατὰ τὸ φιλοθεωρεῖν συντεινόντων ἑαυτοὺς ἐπὶ τὴν ἀνεύρεσιν τῶν συμβεβηκότων τοῖς ἀριθμοῖς. Οἷον ὅτι πᾶς τετράγωνος ἤτοι αὐτόθεν τρίτον ἔχει, ἢ εἰ μὴ ἔχει, πάντως γε τέταρτον, ἢ εἰ μὴ ᾖ τοῦτο, μονάδος ἀφαιρεθείσης ἐκ μὲν τρίτον ἔχοντος τέταρτον ἔχοντα ἀποτελέσεις, ἐκ δὲ τέταρτον ἔχοντος τρίτον ἔχοντα, εἰ δὲ μηδ᾽ ἕτερον, ἀμφότερα. Εἰ δὲ ἔχοι ἀμφότερα, ἐστὶν ὅτε ἡ ἀφαίρεσις τῆς μονάδος ἀμφοτέ-

A tenarium tanquam ſcopum, orietur numerus 10000. quinti limitis, qui habet in latere, ut quadratus, centenarium; ut vero antelongior, millenarium cum ipſo denario. Ita denarius, ut fiat lateralis more circumagendi circa metam, non indigebit alijs generationibus articulorum numeri, centena-
B rio puto & millenario. Centenarius autem & millenarius, ut tale quid ipſis contingat, ſemper indigebunt denario; quocirca illi hanc laudem attribuimus. Reſtat ut dicamus, quomodo etiam alia accidentia poſſint animanimadverti ab illis, qui ſe ipſos amore contemplationis
C excitant ad inveniendas numerorum proprietates. Nimirum, quod omnis quadratus aut protinus tertium contineat; aut ſi non *illum contineat*, certe quartum, aut ſi neque iſtum, unitate ablata perficies de numero, qui tertium quadratum continebat, numerum qui quartum quadratum conti-
D neat; ex numero qui quartum continebat, numerum qui tertium contineat; ſi vero neutrum, utrumque: ſin autem utrumque, ipſa ablatio unitatis utriſque privat, & omnis numerus altrinſecus differentem. Utrumvis igi-

ρων

ρων στερίσκει, καὶ ἅπας ἀριθμὸς τὸν διαφέροντα ἐφ' ἑκάτερα. Ὁπότερον οὖν ὁμογενῆ πολλαπλασιάσας καὶ προσλαβὼν μονάδα τετράγωνον ποιεῖ, περισσοὶ μὲν ἀρτίους ποιοῦσι, ἄρτιοι δὲ περισσούς. Καὶ ἅπας ἀριθμὸς τὸν ἑαυτοῦ πολλαπλάσιον μηκύνας, τοσουτοπλάσιον τοῦ ἐκ αὐτοῦ τετραγώνου ποιήσει, κἂν ἐπιμόριον, κἂν ἐπιμερῆ, κἂν μικτὸν λαμβάνῃ. Ὁμοίως καὶ πᾶς τρίγωνος ὀκτάκι γενόμενος, καὶ προσλαβὼν μονάδα, τετράγωνον ποιεῖ. Καὶ ἐκ δύο τετραγώνων ἐπ' ἀλλήλων γενομένων, ὁ γενόμενος τετράγωνος. Καὶ ἐκ τῶν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἐὰν ὁ τῇ μονάδι ἑξῆς τετράγωνος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ τετράγωνοι ἔσονται. Καὶ τριῶν τινῶν ἀναλόγων ὄντων ἐὰν ὁ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ τρίτος ἔσται τετράγωνος. Καὶ μετροῦντος τὸν τετράγωνον τετραγώνου, καὶ πλευρὰ πλευρὰν μετρήσει. Καὶ πᾶς ἐκ δύο πλευρῶν συνεχῶν τετραγώνων μηκυνθεὶς ἀνάλογον αὐτῶν μέσος ἔσται. Καὶ πολλὰ ἄλλα τοιαῦτα δι' ἑαυτῶν προθυμηθέντες εὑρήσομεν, καὶ ὑπ' ἄλλων ἐκπεπονημένα ἱστορῆσαι δυνησόμεθα. Τὰ νῦν δὲ μετιτέον ἐπὶ τὸν πλευρικόν τε καὶ διαμετρικὸν λόγον, ἱκανώτα-

A tur homogeneum multiplicans & anticipans unitatem, facit quadratum; impares *homogenei* faciunt pares, & pares impares. Et omnis numerus, qui sui multiplicem produxerit, faciet illum totuplicem, quotuplex erat ejus quadratus, sive superparticularem, sive superpartientem, sive B mixtum assumat. Similiter etiam omnis triangulus octies multiplicatus, & præterea sibi unitatem assumens, facit quadratum. Item ex duobus quadratis in se multiplicatis oritur quadratus. Et si *numerorum* ab unitate proportionalium sequens unitatem *numerus* fuerit quadratus, & reliqui quadrati C erunt. Si quidam tres numeri proportionales, & *eorum* primus fuerit quadratus, etiam tertius erit quadratus. Si quadratus quadratum mensuraverit, etiam latus à latere mensurabitur. Item omnis *numerus* duobus contiguorum quadratorum lateribus productus, erit proportionalis medius *quadratorum*. Multa etiam alia similia per nosD met ipsos, si studio egerimus, inveniemus & ab aliis elaborata narrare poterimus. Nunc vero transeundum est ad lateralem & diametralem rationem, quæ in geometria

της

τῆς ἐξετάσεως ἐν γεωμετρίᾳ τετυχηκότα. Διότι δοκεῖ καὶ αὐτόν πως ῥυθμίζεσθαι, καὶ εἰδοποιεῖσθαι τὰ σχήματα. Ὡς οὖν καὶ ἐπ' αὐτῶν τῶν σχημάτων ἐποιοῦμεν, μετάγοντες αὐτῶν τοὺς λόγους καθ' ὁμοιότητα καὶ ἐπὶ τοὺς ἀριθμοὺς (ῥητὰ γὰρ κἀκεῖνα γίνεται τοῖς ἀριθμοῖς) οὕτω χρὴ καὶ περὶ πλευρᾶς καὶ διαμέτρου διαλεγομένους, καὶ ἀκολουθοῦντας τῇ τοῦ ἀριθμοῦ φύσει ἀποσώζειν, ὡς ἐνδέχεται τὴν ὁμοιότητα. Οὐ γὰρ, ὥσπερ ἐν πηλίκοις πλευρᾶς λόγῳ θείσης ἡ διάμετρος ἄλογος, ἢ ἀνάπαλιν διαμέτρου λόγῳ θείσης πλευρὰ ἄλογος, οὕτω καὶ ἐν ποσοῖς. Ἀλλ' ἔσται ῥητὴ πλευρὰ διαμέτρῳ, ἵνα πάντη ῥητὸς ᾖ ὁ ἀριθμὸς, καὶ τοῦτ' ἐξαίρετον ἔχῃ, ὡς ἂν ἀρχικώτατος ὤν, καὶ τοῖς ἄλλοις ἅπασιν αἴτιος γενόμενος ῥητότητος. Κοινὸν μὲν γὰρ ἀριθμοῖς καὶ μεγέθεσιν, ὡσαὶ ἀσωμάτοις οὖσι, τὸ ἀκίνητα εἶναι. Ἴδιον δὲ ἀριθμοῦ, τὸ μηδὲ ἀσυμμετρίαν ἔχειν τῶν μεγεθῶν ἐχόντων. Δεῖ δὴ πάλιν ἀπὸ μονάδος τὴν γένεσιν τοῦ πλευρικοῦ καὶ διαμετρικοῦ λόγου μεθοδεῦσαι, ἐπειδὴ πάντων τῶν ἐν ἀριθμοῖς λόγων ἔφαμεν αὐτὴν

A solet examinari. Quare videntur secundum illam esse apte componendæ, collocandæ atque formandæ figuræ. Quemadmodum igitur & in ipsis figuris faciebamus, transferendo ipsarum rationes secundum similitudinem etiam ad numeros (Nam *figuræ* possunt etiam per numeros definiri) ita
B etiam, qui de latere & diametro disserunt, ac numeri naturam sequuntur, debent observare, ut recipiant similitudinem. Non enim, ut in quantitate continua diameter caret proportione, cum fuerit lateris ratio posita; vel è contra latus caret proportione, cum diametri ratio fuerit dicta: ita
C etiam in discreta quantitate. Sed latus erit definitum per diametrum, ut numerus sit semper definitus, & peculiare hoc habeat, tanquam qui præcipuus sit omnibusque aliis planissimam causam præbeat. Numeri enim & magnitudines, quæ quasi sunt incorporeæ, habent hoc commune,
D quod immobiles sint. Numerus autem habet hoc proprium, quod non careat proportione, etiam cum magnitudines habeant *nullum suæ quantitatis commensum*. Rursus quidem ab unitate debemus persequi lateralis & diametralis rati-

ἀφη-

ἀφηγεῖσθαι. Ὀνομάσαι γὰρ δεῖ δύο μονάδας, τὴν μὲν πλευρὰν, τὴν δὲ διάμετρον, καὶ χρήσασθαι καθολικαῖς τισι προσθέσεσι, καὶ ἀεὶ ταῖς αὐταῖς, τῇ μὲν πλευρᾷ διάμετρον προστιθέντας, τῇ δὲ διαμέτρῳ δύο πλευράς, ἐπειδὴ, ὅσον ἡ πλευρὰ δὶς δύναται ἐν γραμμικοῖς, ἡ διάμετρος ἅπαξ. Γίνεται οὖν ἡ διάμετρος μονάδι μείζων τῆς πλευρᾶς· ἡ δ' ἐξ ἀρχῆς ἄνευ τῆς προσθήκης τὸ ἀπὸ τῆς μοναδικῆς διαμέτρου δυνάμει τετράγωνον μονάδι, ἔλαττον ἢ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς μοναδικῆς πλευρᾶς δυνάμει τετραγώνου. Ἐν ἰσότητι γὰρ οὖσαι αἱ μονάδες τὴν ἑτέραν τῆς λοιπῆς μονάδι ἐλάττονα ποιοῦσιν, ἢ διπλασίαν. Τῆς δὲ προσθήκης γενομένης, ὡς εἴρηται, ἔσται τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον, τοῦ ἀπὸ τῆς πλευρᾶς μονάδι μεῖζον, ἢ διπλάσιον. θʹ γὰρ καὶ δʹ. Πάλιν ἐὰν προσθῶμεν τῇ μὲν πλευρᾷ διάμετρον, τῇ δὲ διαμέτρῳ δύο πλευράς, ἔσται ζ καὶ ε. καὶ γίνεται τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου μονάδι ἔλαττον, ἢ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς πλευρᾶς. Ἔστι γὰρ μθʹ πρὸς κεʹ. Πάλιν εἰ αὐτὴ προσθήκη γίνοιτο, ἔσται τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου

A onis generationem; quandoquidem illam omnium, quæ sunt in numeris, rationum primam esse diximus. Nam debemus nominare duas unitates, quarum altera sit latus, altera diameter, & usurpare universales quasdam propositiones, semperque easdem, lateri quidem applicantes diametrum,
B diametro vero duo latera; quandoquidem diameter semel sumtus tantum valeat, quantum in linearibus valet latus bis sumtum. Est ergo diameter unitate major, quam latus; diameter autem denuo absque additione est potentiâ quadratum, quod fit à diametro singulari, unitate minus, quam du-
C plum potentiâ quadrati, quod fit à latere ab unitate facto. Nam unitates, quoniam sunt in æqualitate, faciunt alteram unitate minorem, quam reliquæ duplam. Cum autem fuerit facta adjectio, ut dictum est, quadratum, quod fit à diametro, erit majus unitate, quam duplum quadrati, quod fit à late-
D re. Sunt enim 9. & 4. Rursus si lateri adjecerimus diametrum, diametro autem duo latera, erunt 7. & 5. Et *quadratum* à diametro natum erit unitate minus, quam duplex *quadratum* lateris. Sunt enim 49 ad 25. Rursus si eadem

μονάδι μεῖζον ἢ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ A τῆς πλευρᾶς. Ἔστι γὰρ σπθ´ πρὸς ρμδ´. Καὶ δὴ ὁμοίως κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον τῆς προσθήκης γιγνομένης, ποτὲ μὲν μονάδι μεῖζον, ἢ διπλάσιον ἔσται τὸ ἀπὸ [τῆς διαμέτρου] τοῦ ἀπὸ (τῆς πλευρᾶς) ποτὲ δὲ μονάδι ἔλαττον. Καὶ οὕτω ῥηταὶ γίνονται πρὸς ἀλλήλους B πλευραί τε καὶ διάμετροι. Ἀλλ᾽ οὖν ἐπειδὴ ἐναλλὰξ ποτὲ μὲν δυνάμει μείζους εἰσὶν, ἢ διάμετροι διπλάσιαι πλευρῶν, ποτὲ δὲ μονάδι ἐλάττους ἢ διάμετροι, ἔσονται κατ᾽ ἐπίνοιαν πᾶσαι ὁμοῦ αἱ διάμετροι πασῶν ὁμοῦ τῶν πλευρῶν δυνάμει διπλάσιαι. C Ἀπίσωσις γὰρ γίνεται τοῦ μείζονος τῷ ἐλάττονι ἀναμιγέντος, διότι στάσις τοῦ ὑπερέχοντος πρὸς ὑπερεχόμενον ἡ ἰσότης ἐστί. Διόπερ κἀνταῦθα τὸ μονάδι μεῖζον ἢ διπλάσιον προστεθὲν τῷ μονάδι ἐλάττονι ἢ διπλασίῳ, ἀπισώσει τὸ πᾶν. Ὥστε ἀεὶ τὴν διάμετρον δυνάμει διπλασίαν εἶναι τῆς D πλευρᾶς, καθάπερ καὶ ἐπὶ τῶν γραμμικῶν δείκνυται. Καὶ τοσαῦτα μὲν ἡμῖν περὶ τῶν τοῖς ἐπιπέδοις ἀριθμοῖς συμβεβηκότων εἰρήσθω.

A fiat adjectio, erit *quadratum* diametri unitate majus, quam duplum quadrati à latere nati. Sunt enim 289. ad 144. Et ſimiliter facta ſecundum eandem rationem adjectione, aliquando unitate majus, aliquando unitate minus erit *quadratum*, quod fit à diametro, quam duplum *quadrati*, quod fit B à latere. Et ita latera ac diametri ad ſe invicem erunt rationales. Quandoquidem igitur alternatim dupla latera potentiâ aliquando ſunt majora *unitate*, quam diametri, aliquando unitate minora; erunt ſecundum mentis cogitationem omnes diametri ſimul *ſumti* omnium ſimul *ſumtorum* laterum C potentiâ dupli. Nam fit adæquatio majoris permixti cum minore; ideo conſtantia abundantis ad deficientem eſt æqualitas. Quamobrem quamvis hic unitate majus, quam duplum, ſit additum unitate minori, quam duplo, exæquabit tamen totum. Ita ut diameter ſemper ſit potentiâ duplus D lateris, quemadmodum etiam in linearibus demonſtratur. Et hactenus iſta dicta ſint nobis de planorum proprietatibus.

ΠΕΡΙ ΣΤΕΡΕΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.

DE Numeris solidis.

Στερεὸς δέ ἐστιν ἀριθμὸς, ὁ A τρίτον διάστημα παρὰ τὰ ἐν ἐπιπέδοις δύο προσειληφὼς, δηλονότι τετάρτου ὅρου προσγενομένου. Ἐν γὰρ τέσσαρσιν ὅροις τὸ τριχῇ διαστατὸν, ἕνεκα λαβόντος καὶ ληφθέντος καὶ τρίτου, καθ' ὃν λαμβάνεται, τέταρτος αὐτὸς ἦ. B Τῶν δὴ στερεῶν ἀριθμῶν εἰσιν οἱ μὲν ἰσογώνιοί τε καὶ ἰσοεπίπεδοι, καθ' ὁμοιότητα καὶ αὐτοὶ λαμβανόμενοι τῶν ἐν γραμμικοῖς. Καλοῦνται δὲ οὗτοι κύβοι καὶ τετράεδροι πυραμίδες, ὧν πάντῃ μεταλαμβάνεται ἡ βάσις. Οἱ δὲ παραλληλεπίπεδοι καὶ ἰσογώνιοι, C ἀνισοδιάστατοι δὲ, ὧν εἴδη πλινθίδες δὲ καὶ δοκίδες. Οἱ δὲ ἀνισεπίπεδοι καὶ ἀνισογώνιοι καὶ ἀνισοδιάστατοι, καλούμενοι σφηνίσκοι, ἑκάστου ὀνόματος καθ' ὁμοιότητα τεθέντος. Οἱ δὲ μικτοὶ πάσας μὲν γωνίας παρὰ μίαν ἴσας ἔχοντες. Πάντα δὲ ἐπι-

Numerus solidus est, qui præter duas, quæ sunt in planis, dimensiones assumpsit tertiam, accedente videlicet quarto termino. Nam in quatuor terminis consistit, quod in tres partes distat, propter accipientem, acceptum & tertium *terminum*, secundum quem sumitur, B quartus idem erat. Solidi autem numeri alij quidem sunt æqualium angulorum, & æqualium planorum, & æqualium intervallorum, qui & ipsi secundum linearium similitudinem sumuntur. Isti autem vocantur cubi & pyramides tetraëdri, cum quibus C undequaque basis communicat: Alij vero sunt æqualium planorum & æqualium angulorum, sed inæqualium intervallorum, cujus species sunt laterculi & trabeculæ. Qui vero habent inæqualia plana, & inæquales angulos & inæqualia intervalla, vocantur cunei; singulis nominibus secundum si-

πεδα πάλιν παρ' ἐνίσα πυραμίδες, αἱ ἀπὸ τετραγώνῳ βάσει χρωμένης ἀρχόμεναι μέχρις ἀπείρου, ὧν οὐκέτι μετάληψις ἔσται κατὰ τὴν βάσιν, ὡς ἐπὶ τῆς τριγώνῳ βάσει χρωμένης συνέβαινεν. Ἀναλογεῖ δὲ ἐν ἐπιπέδοις, τὸ μὲν ἐν τετραπλεύροις κέντρον λεγόμενον, τετράγωνον κύβῳ, τὸ δὲ παραλληλόγραμμον πλινθίδι ἢ δοκίδι, ἥν τινες στηλίδα καλοῦσι, τὸ δὲ τραπέζιον σφηνίσκῳ. Δεῖγμα δὲ τοῦ μὲν πάντῃ ἰσάκις ἴσως διεστηκμένου κύβου, ὅτε ή. καὶ ὁ κζ. καὶ ὁ ξδ'. καὶ ρκέ. καὶ σις'. ἐκ τοῦ δὶς δύο δίς, καὶ τοῦ τρὶς τρία τρίς, καὶ τετράκι τέσσαρα τετράκις, καὶ πεντάκι πέντε πεντάκις, καὶ ἑξάκι ἓξ ἑξάκις γινόμενοι. Ὧν πάντων κύβων καλουμένων, ὅσοι ἂν ἐπὶ τὸ αὐτὸ πάσῃ προβάσει καταλήγωσιν, ἔτι μᾶλλον καὶ σφαιρικοὶ λεγέσθωσαν, ἑνὶ πλείονι διαστήματι αὐξηθέντες ἀπὸ κυκλικῶν, καὶ αὐτῶν ὁμοιοκαταλήκτων ὄντων, ὡς ὁ ρκέ. ἀπὸ πλευρᾶς πεντάδος ὤν, καὶ ὁ σις'. ἀπὸ πλευρᾶς ἑξάδος. Κἂν ἐπὶ πλέον δὲ αὐξάνωνται οὗτοι, οὐδὲν ἧττον ἑκάτεροι ἐπὶ τὴν ἑαυτῶν πλευρὰν καταλή-

A militudinem positis; mixti vero omnes angulos uno intermedio æquales habent: Rursus autem omnia plana uno intermedio *habent* æqualia Pyramides, quæ, cum à pyramide quadratam basin habente incipiant usque in infinitum, non participant secundum basin, ut quidem fiebat in pyramide B habente basin triangulam. In planis autem quadratum, quod in quadrilateris vocarunt centrum, habet proportionem cum cubo, parallelogrammum *habet proportionem* cum laterculo & trabecula, quam quidam cippum vocant; trapezium autem cum cuneo. Specimen vero cubi æqualiter æ- C quali intervallo distantis est 8. & 27. & 64. & 125. 216. ex bis duobus bis, & ex ter tribus ter, & quater quatuor quater, & quinquies quinque quinquies, & sexies sex sexies compositi. Quorum dictorum cuborum quotquot in omni progressione habuerint eandem terminationem, debent etiam D sphærici vocari; quia una dimensione sunt facti majores, quam circulares, qui & ipsi habent eandem terminationem: ut *numerus* 125. à latere 5. ortus. item 216. à latere 6. Illi licet vel sæpius in se multiplicentur, nihilominus utrique habent

ξουσιν.

ξουσι. Ἡ δὲ μονὰς, ὥσπερ τὰ ἐν ἐπιπέδοις πάντα περιεῖχε, χωρὶς τοῦ ἑτερομηκικοῦ λόγου, οὕτω καὶ τὰ ἐν στερεοῖς. Πυραμιδική τε γὰρ ἔσται, ἐπὶ κορυφῆς θεωρουμένη παντὸς εἴδους πυραμίδος, δυνάμει στερεοῦ σημείου λόγον ἔχουσα καθ' ἕκαστον. Παντὸς γὰρ στερεοῦ ἀριθμοῦ αἱ γωνίαι μονάδες σημειώδεις ἔσονται, τῶν ἐν ἐπιπέδοις δυνάμει μείζονες, διότι στερεαί. Ἁπλοῦν μὲν γὰρ τὸ σημεῖόν ἐστι, πέρας ὂν τοῦ ἐφ' ἓν διαστατοῦ μεγέθους. Διπλοῦν δὲ δυνάμει ἐν ἐπιπέδοις, διὰ τὴν σύνεσιν τῶν δύο γραμμῶν ἐφ' ἓν σημεῖον· ἐν δὲ τοῖς στερεοῖς δυνάμει ἀόριστον, ἀρχόμενον ἀπὸ τριπλοῦ, διότι πρώτη σύνεσις τριῶν πλευρῶν στερεὰν γωνίαν τὴν πυραμιδικὴν ἀποτελεῖ. Καὶ μὴν σφαιρικὴ ἔσται ἡ μονὰς, ὥσπερ ἦν καὶ κυκλικὴ, τρὶς κατὰ τὸ ἑαυτῆς μέγεθος διαστᾶσα. Τῶν δὲ πάντῃ ἀνισοδιαστάτων ἀριθμῶν ὑπόδειγμα κοινὸν ἔστω ὁ ξ. Καὶ γὰρ ἐκ τοῦ τρὶς τέσσαρες πεντάκις ἐστὶ, καὶ ἀνάπαλιν, ἐκ τοῦ πεντάκι τέσσαρα τρὶς, καὶ ἐκ τοῦ τετράκι πέντε τρὶς, καὶ ἐκ τοῦ τετράκι τρία πεντάκις. Πα-

A bebunt eandem terminationem cum suo latere. Unitas vero, ut in planis omnia continet, exceptâ ratione altera parte longioris, ita & omnia in solidis. Pyramidalis enim erit, habens potentiâ rationem puncti solidi ad singulas *species pyramidis*, cum consideratur in verticis cacumine pyra-
B midis. Omnis enim solidi numeri anguli erunt unitates punctuales, potentiâ majores, quam planorum anguli, ideoque solidæ. *Unitas* enim vero simplex punctum est terminus magnitudinis in unam partem distantis: Duplex vero est potentiâ in planis, pro-
C pter duarum linearum concursum ad unum punctum; sed in solidis potentiâ est indeterminatum, & incipit à triplice; quia primus trium laterum concursus facit solidum angulum pyramidalem: Unitas quin etiam erit sphærica (ut etiam erat circularis) habens tres dimensiones, secundum sui magnitudinem. Numerorum autem undiquaque inæqualia intervalla
D habentium exemplum commune esto 60. Ille etenim ex ter quatuor quinquies, & vice versa ex quinquies quatuor ter, & ex quater quinque ter, & ex quater tribus quinquies componitur. Exem-

παραλληλεπιπέδων δὲ πλινθίδων A μὲν, ἰσάκις ἴσων ἐλαττονάκις οὐσῶν, ὁ ιη, ἐκ τοῦ τρὶς τρία δὶς ὤν, καὶ ὁ μη ἐκ τοῦ τετράκι τέσσαρες τρίς. Δοκίδων δὲ, ἅς τινες στηλίδας, ἰσάκις ἴσας μειζονάκις οὔσας, ὁ λϛ. ἐκ τοῦ τρὶς τρία τετράκις ὤν, καὶ ὁ μὲν ἐκ τοῦ τρὶς τρία πεντάκι. B Ἔνεστι γὰρ καὶ ἐπὶ τούτων, καὶ ἐπὶ τῶν πλινθίδων μὴ μόνον παρακειμένας, τοῦτ' ἔστι παρὰ μονάδας μειώσεις τε καὶ αὐξήσεις ποιεῖσθαι, ἀλλὰ καὶ διεστώσας, ἵνα μᾶλλον ἡ ὁμοιότης σχηματίσεως ἐμφαίνηται. Πυραμίδων δὲ λόγος ῥᾴων γέ- C νοιτο, καὶ εὐεφόδευτος εἰς τὴν τῶν πολυγώνων ἔκθεσιν ἀπὸ τριγώνων, κατὰ παραλλήλους στίχους, ὡς μικρῷ πρόσθεν διαγράψαιμεν, εἶτ' ἐφαρμόζοιμεν σωρηδὸν τοὺς ὁμογενεῖς ἀλλήλοις, εὐτάκτως μέχρις ὁποσονοῦν, ἵνα κορυφὴ μὲν πάντως D μονὰς ᾖ, καθ' ἑκάστην ἐπισωρείαν. Ὁμοιοσχήμων δὲ δυνάμει πᾶσα βάσις γίνεται. Διὰ μὲν οὖν τῶν τριῶν γ. ϛ. ι. ιε. κα. καὶ ἐφεξῆς τριγώνων, ἔσονται πυραμίδες αἱ τρίγωνον βάσιν ἔχουσαι αὗται δ. ι. κ. λε. νϛ. διὰ δὲ τῶν τετραγώνων τῶν δ. θ. ιϛ. κε. λϛ. αἱ τετρα-

plum autem parallelepipedorum laterculorum, qui æqualiter æquales sunt deficientes, *commune esto numerus*, 18. qui est ex ter tribus bis. & 48. ex quater quatuor ter. Trabecularum vero, quas quidam *vocarunt* cippos, quia æqualiter æquales sunt excedentes, *exemplum est*. 36. ex ter tribus quatuor; item numerus compositus ex ter tribus quinque. In trabeculis enim & laterculis licet facere deminutiones & augmentationes non solum contiguas, hoc est, quæ unitate differunt, sed etiam quæ intervalla habent; ut magis appareat similitudo formationis. Pyramidum ratio erit facilior, & bonam viam ostendet ad expositionem polygonorum; à triangulis secundum parallelas series, ut paulo ante, describamus: Deinde adaptemus cumulate homogeneos *numeros* inter se, bono ordine quotcunque volueris, ut semper unitas sit summia secundum singulas accumulationes. Omnis autem basis potestate habet similem figuram. Propter igitur tria triangula 3. 6. 10. 15. 21. & sequentia, habebunt triangulam basin hæ pyramides 4. 10. 20. 35. 56. propter autem quadrata 4. 9. 16. 25. 36. habebunt basin qua-

γώνου

γώνῳ βάσει χρώμεθα, ε. ιδ. λ. νε. ϟα. διὰ δὲ τῶν πενταγώνων τῶν ε. ιβ. κβ. λε. να. αἱ βάσει πενταγώνῳ χρώμεθα αἱ ϛ. ιη. μ. οε. ρκϛ. Τὸ δ' αὐτὸ καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς πολυγώνων ποιήσομεν. Ὡς γὰρ γνώμονας εἴχομεν τῶν πολυγώνων τοὺς ἐφεξῆς ἀπὸ μονάδος ἀριθμοὺς, οὕτως καὶ πυραμίδων ἐφεξῆς πολυγώνους καθ' ἕκαστον. Ἀνάλογος δ' ἔσται καὶ ἡ ποσότης τῶν ἐπιπέδων πρὸς τὰς πλευρὰς τὰς τῶν γνωμόνων. Καὶ ὡς ἐκείνων πλειοσοταγεῖς μὲν δύο παρὰ δύο ἦσαν ἄρτιοι καὶ πλειοσοὶ, ἀρτιοταγεῖς δὲ εἷς παρ' ἕνα, οὕτω κἀπὸ τούτων πλειοσοταγεῖς μία παρὰ τρεῖς ἀρτίας πλειοστὴ, καὶ εἰς πεντάδα καταλήγουσα, πλὴν τῇ δυνάμει. Καὶ γὰρ ἐν πέμπταις ἀπ' ἀλλήλων εἰσὶ χώραις· ἀρτιοταγεῖς δὲ δύο παρὰ δύο, συμπιπτουσῶν ἀναγκαίως ταῖς ἐν πλειοστοταγέσι περισσαῖς, τῶν καὶ ἐντεῦθεν ὁμοιοκαταλήκτων. Σύστημα δὲ ἐστὶν ἑκάστη τῆς ὑπὲρ αὐτὴν ἑτεροειδοῦς, καὶ τῆς τῶν εἰς ἐπίπεδον ἕνα βαθμὸν ὑποβεβηκυίας, ὡς καὶ ἐπὶ τῶν πολυγώνων συνέβαινεν. Οἷον ε τῆς δ. καὶ α. ἡ ϛ. τῆς ε. καὶ α. ἡ ζ. τῆς ϛ. καὶ α. καὶ

A dratam 5. 14. 30. 55. 91. Propter quinquangula 5. 12. 22. 35. 51. habebunt basin quinquangulam. 6. 18. 40. 75. 125. Idem autem faciemus in sequentibus polygonis. Quemadmodum sequentes ab unitate numeri erant in polygonis gnomones; ita & in pyramidibus *gnomones erunt* sequentes polygoni singuli.
B Quantitas autem planorum ad latera gnomonum erit proportionalis: & ut *plani*, cum impariter disponebantur, alternatim habebant duos pares & duos impares; cum vero pariter disponebantur, al-
C ternatim unum. Ita & *solidi*, cum impariter disponuntur, habent intermissis tribus paribus unum imparem, desinentem in quinarium, præter potentiam. Sunt etenim in quintis à se invicem regionibus: Pariter vero ordinati duobus intermissis incurrentium
D necessario in impares impariter ordinatos, præterea etiam eandem terminationem habentium. Compositio autem est ex singula altera forma, quæ est supra ipsam, & uno gradu inferior in plano; Quod & in polygonis accidit. Exempli gratiâ 5 est ex 4. & 1. 6. est ex 5. & 1. 7. ex 6. & 1. Rursus 14. ex 10 & 4. 18. autem ex 14. &

πάλιν

πάλιν ἡ ιδ΄ τῆς ι΄ καὶ δ΄. ἡ δὲ ιη΄ τῆς ιδ΄, καὶ δ΄. ἡ δὲ κβ΄ τῆς ιη΄ καὶ δ΄. Καὶ ἐφεξῆς ἀκολούθως, κατὰ τὸ βάθος καὶ τὸ πλάτος ἑκάστης τῶν πολυγώνων διαγραφῆς ἐφαρμόζοντες, ἀνάλογον εὑρήσομεν, ὅτι ἑκάστη πυραμὶς σύστημά ἐστι τῆς ὑπὲρ αὐτὴν, καὶ τῆς ὑπ᾽ ἐκείνην. Πρῶτον γὰρ οὐδὲν, εἶτα παρὰ ἅπαξ εἰς ἐπίπεδον, εἶτα παρὰ δὶς, εἶτα παρὰ τρὶς, καὶ ἐφεξῆς, καὶ τὰ ἄλλα κατὰ ταυτὰ ἀναλόγως συμπτώματα καὶ περὶ ταύτας εὑρήσομεν. Καὶ ἐν μὲν πλάτει διοίσουσιν ἀλλήλων ἰδίαις βάσεσιν, ἐν δὲ βάθει μετὰ τὴν ἰσότητα καὶ στίχον εὐθυγραμμικῶς ἐκκείμενον τετρὰς ἔσται ἡ διαφορὰ, στοιχεῖον οὖσα πυραμίδων ἐνεργείᾳ, εἶτα δεκὰς ἡ δευτέρα πυραμὶς, εἶτα εἰκοσὰς ἡ τρίτη πυραμὶς, καὶ ἐφεξῆς ἀκολούθως. Ἐὰν δέ τις πυραμὶς μὴ ἐπὶ μονάδι κορυφοῦται, ἀλλ᾽ ἐπὶ τὸν παρ᾽ αὐτῇ γνώμονα, κόλουρος καλεῖται· Ἐὰν δὲ μηδὲ ἐπ᾽ ἐκεῖνον, ἀλλ᾽ ἐπὶ τὸν ἑξῆς, δικόλουρος, καὶ ὁμοίως τρικόλουρος, καὶ τετρακόλουρος, καὶ ἀεὶ ἀκολούθως ὀνομασθήσεται, κατὰ τὴν ποσότητα τῶν ἀφαιρου-

A 4. Item 22 ex 18 & 4. Similiter etiam in sequentibus inveniemus proportionem, si secundum profunditatem & latitudinem quamque polygonorum descriptionem adaptaverimus; Quia omnis pyramis est compositio ejus *descriptionis*, quæ supra ipsam & infra ipsam est. Primo enim nihil, de-
B inde semel ad planum, deinde bis, deinde ter numeri intermittuntur, &c. Inveniemus etiam alia accidentia proportionaliter, secundum eadem, & circa easdem. Et in latitudine quidem inter se different proprijs basibus; in profunditate vero post æqualitatem & ordi-
C nem in recta linea expositum differentia erit quaternarius, qui est actu principium *omnium* pyramidum, deinde secunda pyramis denarius, deinde tertia pyramis vicenarius, & proportionaliter sequentes. Si vero aliqua pyramis non fastigatur in unitatem, sed in gnomonem illa omissa se-
D quentem, vocatur decurtata pyramis. Si vero neque ad illum, sed *modo* sequentem *pervenerit*, bis curta, similiter etiam ter curta, & quater curta, & semper convenienter vocabitur, secundum quantitatem gnomonum

μένων

μένων γνωμόνων. Ἰδιώματα δὲ καὶ κύβων πολλὰ εὑρήσομεν, ὥσπερ καὶ τῶν τετραγώνων. Καὶ γὰρ ἑκάστου ἀριθμοῦ, τῶν ἀπὸ μονάδος ἑαυτὸν πολυπλασιάσαντος καὶ τὸν ἐξ αὐτοῦ, γίνονται εὔτακτοι κύβοι. Καὶ εἰ τάξει οἱ ἀπὸ τετράδος τετράγωνοι τάξει τοὺς ἀπὸ δυάδος ἐφεξῆς ἀριθμοὺς ἕκαστος ἕκαστον μηκύνῃ, ἢ ὑπὸ ἑκάστου μηκύνοιτο, ὁμοίως γενήσονται εὔτακτοι κύβοι. Ἔτι οἱ περισσοὶ ἐπειδὴ ἔτι ὁμοποιοί εἰσι, καὶ τῆς αὐτῆς φύσεως, ὡς ἐδείχθη, εἰ συντιθοῖντο κατ' ἐκλογὰς ἀεὶ προσθέσει ἑνὸς, φύσονται κύβοι. Οἷον α΄. ὁ πρῶτος δυνάμει κύβος ἀσύνθετος. εἶτα δύο περισσοὶ γ΄. ε΄. ὁ η΄. κύβος δεύτερος. εἶτα τρεῖς περισσοὶ ζ΄. θ΄. ια΄. ὁ κζ΄. τρίτος κύβος. εἶτα δ΄. ιγ΄. ιε΄. ιζ΄. ιθ΄. ὁ ξδ΄. τέταρτος κύβος. Καὶ ἐπὶ τῶν ἐφεξῆς ὁμοίως. Πάλιν ἐν τῇ τῶν ἀναλόγων ἐκθέσει, οἱ μὲν τρίτοι τετράγωνοί εἰσιν, οἱ δὲ τέταρτοι κύβοι, οἱ δὲ ζ΄. κύβοι ἅμα καὶ τετράγωνοι. Πᾶς δὲ κύβος τῇ ἑαυτοῦ πλευρᾷ αὐξηθεὶς τετράγωνον ποιεῖ, ὃς ἔσται τοσουτοπλάσιος τοῦ κύβου, ὁσαπλάσιος ἔσται καὶ ὁ ἀπὸ τῆς κυβικῆς πλευρᾶς τετράγωνος.

A auferendorum. Inveniemus autem in cubis multas proprietates, ut etiam in quadratis. Nam & cum unusquisque ab unitate numerus se ipsum, & ab ipso multiplicatum multiplicaverit, oriuntur cubi bene ordinati. Et si quadrati ordine incipientes à quaternario, numeros à binario
B ordine sequentes singuli singulos produxerint, vel à singulis producantur, similiter orientur bene ordinati cubi. Præterea impares, quoniam habent eandem operationem, eandemque naturam, ut demonstravimus, si componantur secundum electiones semper uno apposito, na-
C scentur cubi. Verbi gratia 1. est primus potestate cubus incompositus: deinde duo impares 3. 5. est 8. secundus cubus. Deinde tres impares 7. 9. 11. est 27. tertius cubus. Deinde quatuor *impares* 13. 15. 17. 19. est 64 quartus cubus, & in sequentibus similiter. Rursus in expositione proportiona-
D lium tertij *numeri* sunt quidem quadrati, quarti sunt cubi, septimi vero sunt simul cubi & quadrati. Omnis autem cubus per sui ipsius latus multiplicatus facit quadratum, qui cubi erit totuplex, quotuplex quadratus, à la-

αὐτοῦ τῆς πλευρᾶς· Ὁ δὲ τετράγωνος, πλευρὰ καὶ αὐτὸς ἔσται τετραγωνικὴ τοῦ γενομένου ἐκ τε τοῦ κύβου καὶ τῆς αὐτοῦ πλευρᾶς. Πάλιν ὡς ἐκ δύο τετραγώνων μηκυνάντων ἀλλήλους τετράγωνος ἐγένετο, οὕτως ἐκ δύο κύβων κύβος. ἐκ δὲ κύβου ἑαυτὸν λαβόντος κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος. Καὶ ἐν τοῖς ἀνάλογον ἐὰν ὁ ἀριθμὸς μετὰ μονάδα κύβος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ κύβοι ἔσονται. Καὶ τεσσάρων ἀνάλογον ὄντων ἐὰν ὁ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ τέταρτος ἔσται, ἢ καὶ μετροῦντος κύβου κύβον, καὶ πλευρὰ πλευρὰν μετρήσει. Καὶ σχεδὸν τὰ συμβεβηκότα πάντα τετραγώνοις ἀναλόγως ἐνορασθήσεται καὶ τοῖς κύβοις. Ἐπιτρέψαντες οὖν τοῖς δι' αὑτῶν φιλοκαλήσουσι τὴν τῶν τοιούτων συμπτωμάτων ἀνεύρεσιν, ἐπὶ τὸν περὶ ἀναλογιῶν μεταβησόμεθα τόπον. Ἡ τοίνυν ἀναλογία λόγων ἐστὶ πλειόνων ὁμοιότης καὶ ταυτότης. Τί δὴ ποτ' ἐστὶ λόγος ὁ κατὰ ἀναλογίαν, ἐπεὶ πολλαχῶς ἐν τοῖς πρόσθεν διεσαφήσαμεν, ὅτι δυοῖν ὅρων ὁμογενῶν ἡ πρὸς ἀλλήλους ἐστὶ σχέσις· Ὁμογενῶν δὲ πρόσκειται, διότι τὰ ὑπὸ ταὐτὸ γένος συγκρίνειν προσήκει. Οἷον μνᾶν πρὸς τάλαντον,

A tere cubico *ortus*, erit ipſius lateris: Ipſe etiam quadratus erit latus quadratum ejus, quod fit ex multiplicatione cubi & ejus latere. Rurſus quemadmodum ex duobus quadratis ſe invicem multiplicantibus oritur quadratus; ita ex duobus cubis cubus: ſed ex cubo ſe ipſum multiplicante oritur ſimul cubus & quadratus. B Item in *numeris* proportionaliter *expoſitis*, ſi *numerus* unitatem ſecutus fuerit cubus, & reliqui erunt cubi. Cum quatuor termini fuerint proportionales, & eorum primus ſi fuerit cubus, etiam quartus erit cubus: Vel cum cubus cubum menſuraverit, etiam latus unius latus alterius menſurabit. C Imo fere omnia, quæ quadratis accidunt, proportionaliter etiam cubis ineſſe conſpicientur. Commendantes itaque horum accidentium inventionem illis, qui per ſe ipſos ſunt elegantiæ ſtudioſi, transgrediemur ad locum de proportionibus. Proportio igitur eſt plurium D rationum ſimilitudo & identitas. Quid vero ſit ratio ſecundum proportionem, quandoquidem in prioribus manifeſtavimus; eſt duorum ejuſdem generis terminorum ad ſe invicem habitudo. Adijcitur *ejuſdem generis*, quia

ἄν.

ὧν κοινὸν γένος τὸ βάρος, καὶ γραμμὴν πρὸς ἐπιφάνειαν ἢ στερεόν. Κοινὸν γὰρ αὐτῶν τὸ μέγεθος. Ἔστι δέ τινα καὶ κατὰ δύναμιν καὶ κατ᾽ ὄγκον καὶ ἄλλα τινὰ γένη συγκρινόμενα. Τὰ δὲ ἀνομογενῆ πῶς ἔχει πρὸς ἄλληλα, οὐ δυνατὸν εἰδέναι, οἷον πῆχυς πρὸς κοτύλην, πρὸς χοίνικα τὸ λευκόν. Ἓν δὲ γένος ἐστὶ καὶ τὸ ποσὸν καὶ ποσοῦ ὁ ἀριθμός, ὥστε γενήσεται καὶ τῶν ἐν ἀριθμῷ λόγων ἡ σύγκρισις, ἔσται αὐτῶν λόγος τις καὶ σχέσις ποιά. Κἂν μὲν ἐν ἰσότητι ὦσιν οἱ ὅροι, ἴσου πρὸς ἴσον ἔσται ὁ λόγος. Ἀδιάφορος γὰρ ἡ ἰσότης. Ἐν δὲ ἀνισότητι, κατὰ διαφορὰν καὶ διάστημα μὲν οὐ ταυτὸ ἔσται, καὶ ὁ λόγος διττός, καὶ ὅτι κατὰ τὸ ἄνισον δύο καὶ οὐχ ἕν, καὶ διάστημα μὲν ταυτὸν ἔσται, λόγος δ᾽ ἕτερος. Τοῦ γὰρ δύο πρὸς ἕν, καὶ τοῦ ἑνὸς πρὸς δύο διάστημα μὲν ταυτόν, λόγος δὲ διπλάσιός τε καὶ ἥμισυς, ὥστε ἕτερον λόγον εἶναι διαστήματος. Καὶ γὰρ ἐπὶ πλείοσιν ὅροις λόγου πολλάκις τοῦ αὐτοῦ ὄντος, διάστημα ἕτερόν ἐστιν, ὡς ἐπὶ τῶν δ΄. ϛ΄. θ΄. Ὅτι

A illa, quæ sunt sub eodem genere, conferri æquum est. Exempli gratia mina debet cum talento conferri, quibus commune genus est gravitas; item linea cum superficie & solido; Illis enim magnitudo communis est. Sunt etiam quædam, quæ & secundum potestatem & secundum molem aliaque
B quædam genera comparantur. Illa vero, quæ non sunt ejusdem generis, quomodo ad se invicem sese habeant, non possumus cognoscere; Verbi gratia, cubitus ad cotylam, albedo ad chænicem. Unum vero genus est & discreta quantitas & discretæ quantitatis numerus; quemad-
C modum fiet rationum in numero collatio, ita erit quædam ipsarum ratio & certa quædam habitudo. Et siquidem in æqualitate fuerint termini, erit ratio æqualis ad æquale. Nam æqualitas non habet differentiam: Si vero *termini fuerint* in inæqualitate, secundum differentiam intervallum non erit
D idem, & ratio bifaria. Et quia secundum inæqualitatem sunt duo & non unum, intervallum quidem erit idem, sed ratio diversa. Nam 2. ad 1. & 1. ad 2. intervallum quidem habent idem, rationem vero duplicem & dimidiam:

δὲ ἀνισότητος λόγος ἐν δέκα γένεσίν ἐστι, καὶ πέντε μὲν προλόγοις κατὰ τὸ μεῖζον, ὑπολόγοις δὲ τοῖς ἴσοις κατὰ τὸ ἔλαττον, καὶ ὅτι ἀπὸ ἰσότητος πάντες τὴν γένεσιν ἔχουσιν, ἐμάθομεν ἔμπροσθεν ἐν τῷ περὶ τῶν σχέσεων τόπῳ. Ἔστι δέ τις καὶ ἀριθμοῦ πρὸς ἀριθμὸν λόγος αὐτῷ λεγόμενος, διὰ τὸ μηδενὶ ὑποπίπτειν τῶν δέκα γενῶν, ὡς ἐπιδειχθήσεται ἐν τοῖς ἀρσενικοῖς ὁ τοῦ λείμματος λόγος ἐν ὅροις ἐν τοῖς σνς΄. πρὸς σμγ΄. Τῶν οὖν ἐν ἀριθμοῖς λόγων τοιούτων τινῶν ὄντων, ἡ ἀναλογία σύλληψις ἔσται πλειόνων ἐν ὁμοιότητι λόγων, ἐν ἐλαχίστοις τρισὶν ὅροις. Λέγεται γὰρ λόγος συνῆφθαι, ὅταν κοινὸς ὅρος ᾖ μέσος, πρὸς ἑκάτερον τῶν ἄκρων λόγον ἔχων. Ὁ γὰρ κοινὸς ὅρος τοῦ λόγου συνάπτει. Διεζεῦχθαι δὲ λέγεται λόγος λόγου, ὅταν μὴ ἔχωσι κοινὸν ὅρον. Τοῦτο δὲ ἐν τέταρσιν ὅροις γίνεται, διὸ καὶ δοκεῖ τὸ ἀνάλογον τῆς ἀναλογίας διαφέρειν. Τὸ μὲν γὰρ ἀνάλογον καὶ ἐν διαζευγμένοις ὅροις γίνεται, ἡ δὲ ἀναλογία κυρίως ἐπὶ τῶν τὸν κοινὸν ἐχόντων ὅρον τάττε-

A ita ut ratio ſit alia quam intervallum. Nam etiam in pluribus terminis cum ſæpe ratio ſit eadem, intervallum eſt diverſum: ut in 4. 6. 9. Didicimus autem in loco de habitudinibus, quod inæqualitatis ratio fit in decem generibus, quorum quinque ſunt prologi ſecundum majus: *quinque* vero B hypologi ſecundum minus æquales: Item quod ab æqualitate omnes ſint orti. Eſt vero etiam numeri ad numerum ratio quædam per ſe, quia nulli horum decem generum ſubijcitur, ut in maſculinis oſtendetur lemmatis ratio, in terminis 256 ad 243. Tales igitur quædam numeri rationes cum C fuerint, proportio erit comprehenſio plurium in ſimilitudine rationum, ad minimum in tribus terminis. Dicitur enim ratio cohærere & conjungi, quando medius eſt communis terminus, habens rationem ad utramque extremitatem. Nam communis terminus rationis connectit. Dicitur autem D ratio à ratione disjungi, quando non habent communem terminum. Hoc autem fit in quatuor terminis; quare etiam proportionatum à proportione videtur differre. Nam proportionatum etiam in terminis diſjunctis fit; proportio

ται.

ται. Τῆς δὲ ἀναλογίας ἐν τρισὶν ὅροις γιγνομένης, δεῖ ἔχειν τὸν πρῶτον ὅρον πρὸς τὸν δεύτερον λόγον, ὃν ὁ δεύτερος ἔχει πρὸς τὸν τρίτον, ἢ ἀνάπαλιν, διὸ καὶ οὕτως ὠνόμασται. Ἀνὰ γὰρ τὸν αὐτὸν λόγον ἔκκεινται οἱ ὅροι. Ἔσονται δὲ καὶ διαφοραὶ αὐτῶν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. Εἰ δὲ λόγος ἐστὶ καὶ ἐν ἰσότητι, δῆλον ὅτι καὶ ἀναλογία. Καὶ ταύτη στοιχειωδεστάτη ἡ ἐν μονάσιν, ἵνα καὶ ἀναλογικὴ μονὰς ὑπάρχει, εἶτ' ἡ ἐν δυάσι, καὶ τρίτη ἡ ἐν τριάσι, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως. Ἀφ' ὧν κατὰ τὰ εἰρημένα ἔμπροσθεν τρία προστάγματα εὐτάκτως φύονται αἱ ἐν ἀνισότητι ἀναλογίαι. Προληπτέον δὲ, ὅτι κυρίως ἀναλογίαν ἐκάλουν οἱ παλαιοὶ τὴν γεωμετρικὴν, κοινότερον δὲ ἤδη καὶ τὰς λοιπὰς πάσας μὲν γενικῶς μεσότητας. Ὅτι δὲ εὐλόγως συνεστάλη τὸ ὄνομα ἐπὶ τῆς γεωμετρικῆς, ἐν τῷ περὶ αὐτῆς ῥηθήσεται λόγῳ. Μόναι δὲ τὸ παλαιὸν τρεῖς ἦσαν μεσότητες ἐπὶ Πυθαγόρου, καὶ τῶν κατ' αὐτὸν μαθηματικῶν, ἀριθμητική τε καὶ γεωμετρικὴ, καὶ ἡ ποτὲ μὲν ὑπεναντία λεγομένη τῇ τάξει τρίτη· ὑπὸ δὲ τῶν περὶ τὸν Ἀρχύταν αὖθις καὶ Ἵπ-

A autem ordinatur proprie in illis, qui communem terminum habent. Oportet autem in trium terminorum proportione, ut primus terminus ad secundum habeat eandem rationem, quam secundus ad tertium; vel vice versa, unde analogia appellatur ex ἀνὰ & λόγος. Nam termini in
B eadem ratione exponuntur; imo etiam ipsorum differentiæ erunt in eadem ratione. Si ratio est in æqualitate, videlicet & proportio erit; & illa quidem simplicissima aut in unitatibus, ut quoque unitas fiat proportionalis, dein in binariis, & tertia in ternariis & convenienter sequentes
C *consistunt*. A quibus secundum tria prædicta præcepta nascuntur proportiones bene ordinatæ in æqualitate. Præsumenda autem est hæc opinio, quod veteres proportionem proprie vocarint Geometricam, communius autem reliquas omnes in genere medietates. Quod vero optima ratione
D hoc vocabulum significationem suam coarctaverit in geometrica *proportione*, dicetur in libro, qui de illa tractat. Olim autem Pythagoras, quique ejus sectam sequebantur mathematici, statuerunt tantum tres medietates,

πασον ἁρμονικὴ μετακληθεῖσα, ὅτι τοὺς κατὰ τὸ ἁρμοσμένον καὶ ἐμμελὲς ἐφαίνετο λόγους περιέχουσα. Ὑπεναντία δὲ πρότερον ἐκαλεῖτο, διότι ὑπεναντίον τι ἔπασχε τῇ ἀριθμητικῇ, ὡς δειχθήσεται. Ἀλλαγέντος δὲ τοῦ ὀνόματος οἱ μετὰ ταῦτα οἱ περὶ Εὔδοξον μαθηματικοὶ ἄλλας τρεῖς προσανευρόντες μεσότητας, τὴν τετάρτην ἰδίως ὑπεναντίαν ἐκάλεσαν, διὰ τὸ καὶ αὐτὴν ὑπεναντίον τι πάσχειν τῇ ἁρμονικῇ, ὡς δειχθήσεται. Τὰς δὲ λοιπὰς δύο ἁπλῶς κατὰ τὴν τάξιν προσηγέρευσαν, πέμπτην τε καὶ ἕκτην οἱ μὲν παλαιοί, καὶ οἱ μετ' ἐκείνους τοσαύτας ᾤοντο δυνατὸν εἶναι συστῆσαι μεσότητας, τοῦτ' ἔστιν ἕξ. Οἱ δὲ νεώτεροι τέσσαρας ἄλλας τινὰς προσανεῦρον, ἐκ τῶν ὅρων καὶ τῶν διαστημάτων προστεχνησάμενοι τὴν γένεσιν αὐτῶν. Ἡ μὲν οὖν πρώτη ἀριθμητικὴ μεσότης ἐστίν, ὅταν τῶν ὅρων ὁ μέσος ἔχῃ διάστημα πρὸς τοὺς ἑκατέρους ἄκρους καὶ ὑπεροχὴν, καὶ ὑπερέχηται ἴσῳ ἀριθμῷ, λόγους δὲ ἔχει διαφόρους πρὸς τοὺς ἄκρους, καὶ μείζονα μὲν πρὸς τὸν ἐλάττονα ὅρον, ἐλάττονα δὲ τὸν μείζονα.

A Arithmeticam & Geometricam; quamque quandoque illi vocant subcontrariam in ordine tertio: sed Archytas & Hippasus Harmonicam rursus vocant, quia rationes musicas & modulatas videtur continere. Prius vero vocabatur subcontraria, quia contrario modo est affecta, atque arithmetica, ut ostendetur. B Mutato nomine deinde mathematici, qui Eudoxum sequuntur, alias tres medietates invenerunt, & quartam proprie vocarunt subcontrariam, quia & ipsa est contrariæ naturæ, atque harmonica, ut ostendetur. Veteres autem duas reliquas simpliciter secundum ordinem C appellaverunt quintam & sextam; aliique post illos crediderunt tot medietates, hoc est, sex posse consistere. Recentiores adinvenerunt quatuor alias quasdam medietates, quarum generationem ex terminis & intervallis sunt commenti. Prima igitur medietas est arithmetica, quando medius D terminus ad utrumque extremum habet æquale intervallum, æqualem excessum & defectum; sed differentes rationes, majorem quidem rationem ad minorem terminum, sed minorem ad majorem, rationes autem quæque sibi cohæ-

runt.

συνεχεῖς δὲ τούτοις ἑτερογενῶς. Ὑποδείγματος δ' αὐτῆς, ἐκτεθέντος ἀπὸ μονάδος τοῦ ἐφεξῆς ἀριθμοῦ, καὶ ὡντινωνοῦν τριῶν ὅρων λαμβανομένων, εἴτε συνεχῶν εἴτε τὸν παρ' ἕνα, εἴτε τοὺς παρὰ δύο, ἢ τρεῖς, ἢ τέσσαρας, ἢ ὅσους τις ἂν θέλῃ, ὁ μέσος καθ' ἑκάστην ἐκλογὴν ἴσῳ ἀριθμῷ ὑπερέχει τὸν ἐλάττονα, καὶ ὑπερέχεται ὑπὸ τοῦ μείζονος.

A rent in diverso genere. Exempli *causa*, sequens ab unitate numerus exponatur, & qualescunque tres termini sumantur, sive sint contigui, sive unum, aut duo, aut tres aut quatuor, aut quot quis voluerit, intermittant, medius terminus secundum singulas electiones æquali numero superabit minorem B & a majori superabitur.

Γένεσις τῆς ἀριθμητικῆς μεσότητος.

α΄	α΄	α΄
α΄	β΄	γ΄
α΄	γ΄	ε΄
α΄	δ΄	ζ΄

οἷον. α΄. β΄. γ΄. καὶ α΄. γ΄. ε΄. καὶ β΄. δ΄. ϛ΄. Γεννᾶται δὲ ἐξ ἰσότητος οὕτω, πρῶτον ἴσον πρώτῳ, δεύτερον πρώτῳ καὶ δευτέρῳ, τρίτον πρώτῳ καὶ δευτέρῳ καὶ τρίτῳ. Πάλιν πρῶτον ἐκ πρώτου καὶ δευτέρου, δεύτερον ἐκ πρώτου καὶ δύο δευτέρων, τρίτον ἐκ πρώτου δύο δευτέρων καὶ τρίτου. Ἀλλ' ἐκ μὲν τῆς ἐπὶ μονάσι, διὰ τῆς προτέρας ἐφόδου, ἡ παρ' οὐδὲν τοὺς ὅρους ἔχουσα γεννᾶται. Ἐκ δὲ τῆς ἐν δυάσιν ἡ παρ' ἕν, ἐκ δὲ τῆς ἐν τριάσιν ἡ πα-

C Verbi gratia 1. 2. 3. &. 1. 3. 5. & 2. 4. 6. Generantur autem ex æqualitate hoc modo: primum æquale primo, secundum æquale primo & secundo, tertium primo & secundo & tertio. Rursus primum ex primo & secundo, secundum ex primo & duobus secundis, tertium ex primo, duobus secundis & tertio. D Imo vero ex *electione* unitatum, propter priorem rationem, oritur *medietas* habens terminos nihil interlinquentes; ex *electione* binariorum medietas *ha-*

ρὰ

ρα δύο, καὶ ἐν τετράσιν οἱ παρὰ τρεῖς, καὶ ἐφεξῆς ἀναλόγως. Κἂν μὲν διπλάσιος ὁ πρότερος ᾖ λόγος, ἡμιόλιος πάντως ὁ δεύτερος, τριπλάσιος δὲ ὁ τῶν ἄκρων· ἂν δὲ τριπλάσιος, ἐπιδιμερὴς τρίτων, πενταπλάσιος δὲ ὁ τῶν ἄκρων, κἂν τετραπλάσιος ἐπιτριμερὴς τετάρτων, ἑπταπλάσιος δὲ ὁ τῶν ἄκρων, καὶ ἑξῆς ἀναλόγως. Ἴδιον δὲ τῆς μεσότητος ταύτης, τὸ ὑποδιπλάσιον εἶναι τὸν μέσον ὅρον τῶν δύο ἄκρων. Καὶ πάλιν ὡς ἕκαστος ὅρος ἔχει πρὸς ἑαυτὸν, οὕτω καὶ ἡ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν ὑπεροχὴν, τοῦτο δέ ἐστι τὸ ἐν ἴσῃ ὑπεροχῇ τοὺς ὅρους εἶναι. Αἱ δὲ ἀπὸ μονάδος κατὰ τρεῖς ὅρους λαμβανόμεναι συζυγίαι, ποιήσουσι πολυγώνων τοὺς δευτέρους ἐνεργείᾳ, τριάδι πάντας ἀλλήλων ὑπερέχοντας. Ἐκ μὲν γὰρ τῆς α΄. β΄. γ΄. ὁ δεύτερος ἐνεργείᾳ τρίγωνος γίνεται ὁ ἕξ. ἐκ δὲ τῆς α. γ΄. ε. ὁ δεύτερος ἐνεργείᾳ τετράγωνος ὁ θ΄, ἐκ δὲ τῆς γ΄. δ΄. ε. ὁ δεύτερος ἐνεργείᾳ πεντάγωνος ὁ ιβ΄. καὶ ἑξῆς ἀκολούθως. Ἐὰν δὲ οἱ ὅροι παρ' ἕνα ἐκλεγῶσιν ἀπὸ μονάδος, οὐκέτι ἄρξει τῶν πολυγώνων ὁ τρίγωνος, μετα-

A *bens terminos* unum *interlinquentes*, ex ternariorum duos, ex quaterniorum tres, & ex sequentium proportionaliter. Si quidem dupla ratio fuerit prior, erit semper sesquialtera secunda, tripla extremorum: si vero tripla, bipartiens tertias, quintupla autem extremorum; si quadrupla, tripar-
B tiens quartas, sed septupla extremorum; & proportionaliter sequentes. Proprium autem est hujus medietatis, quod medius terminus sit duorum extremorum subduplex. Rursus quemadmodum unusquisque terminus se habet ad se ipsum, ita excessus ad excessum; hoc est, quod termini
C sunt in eodem excessu. Combinationes vero ab unitate, quæ secundum tres terminos sumuntur, facient secundos actu polygonos, ternario omnes à se invicem differentes. Nam ex 1. 2. 3 est secundus actu trigonus 6. ex 1. 3. 5 secundus actu quadratus, nimirum 9. Ex 3. 4. 5. secundus
D actu pentagonus 12. & ex sequentibus similiter. Si vero termini ab unitate eligantur uno intermisso, nunquam triangulus erit principium polygonorum, sed pro eo quadratus erit primus polygonorum. Nam primus erit 9. ex 1. 3.

τήσε-

στήσεται δὲ ἡ ἀφήγησις εἰς τετράγωνον. Πρῶτος γὰρ ἔσται ὁ θ´ ἐκ τῆς α´. γ´. ε´. συζυγίας. Οἱ δὲ ἑξῆς γενόμενοι λόγον τινὰ οὐκ ἄτακτον ἕξουσιν. Ἐὰν δὲ παρὰ δύο παράλειψιν ἡ ἐκλογὴ γίνηται, ἵν' ᾖ α´. δ´. ζ´. ἄρξει πεντάγωνος ὁ ιβ´. Ἐὰν δὲ κατὰ τριῶν παράλειψιν, ἔσται ἐκ τῶν α´. ε´. θ´. ἑξάγωνος ιε´. καὶ οὕτω μέχρι παντὸς ἀκολούθως τῇ αὐτῶν τῶν πολυγώνων γενέσει. Διότι μὲν γὰρ οἱ τρίγωνοι ἐγίνοντο ἐκ τῶν παρ' οὐδέν, ἄρξει ἐν τῇ πρώτῃ συστάσει τῶν πολυγώνων τρίγωνος ὁ ϛ´. Διότι δὲ ἐκ τῶν παρ' ἕνα ἐγίνοντο οἱ τετράγωνοι, ἀφηγεῖται ἐν τῇ δευτέρᾳ συστάσει ὁ θ´ τετράγωνος. Καὶ ἔτι ἐκ τῶν παρὰ δύο οἱ πεντάγωνοι, καὶ τοῦτο δι' ὅλου ἔσται ἀκολούθως. Ἐπεὶ δὲ ἑξάδος ἀποτελεστική ἐστιν ἡ πρώτη παρ' οὐδὲν ἀπὸ μονάδος συζυγία, ἡ πρώτη α´. β´. γ´. εἰδοποιήσει τὰς ἑξῆς αὐτῇ, μηδενὸς ὅρου κοινοῦ λαμβανομένου, μηδὲ μὴν παραλειπομένου, ἀλλὰ μετὰ τὴν α´. β´. γ´. λαμβανομένης τῆς δ´. ε´. ϛ´. εἶτα ζ´. η´. θ´. καὶ ἑξῆς ἀκολούθως. Πᾶσαι γὰρ αὗται ἑξάδες γενήσονται, μεταλαμβανούσης τὸν μονάδος τόπον ἀεὶ τῆς δεκάδος, τοῦτ' ἔστιν, εἰς μονάδα

A 5. combinatione: sequentes ita facti habebunt rationem quandam bene ordinatam. Sin secundum duorum prætermissionem fiat electio, ut sit 1.4.7. primus *polygonorum* erit pentagonus 12. Si vero secundum trium prætermissionem; ex. 1.5.9. orietur hexagonus 15., & ita in universum progredimur, secundum
B convenientiam ipsorum polygonorum generationis. Quia trigoni fiebant ex *numeris* nullo intermisso sequentibus, in prima polygonorum constitutione primus erit trigonus 6. Quia vero ex *numeris* uno intermisso sequentibus fiebant quadrati, erit in secunda constitutione primus quadratus 9. I-
C tem ex *numeris* duo intermittentibus pentagoni; & ita convenienter in omnibus eveniet. Quoniam vero prima combinatio, quæ ab unitate procedens nihil interlinquebat, 1.2.3. potest prima perficere senarium, dabit formam sequentibus senariis: ita tamen, ut communis aliquis terminus non assuma-
D tur, nec tamen relinquatur. Sed post *copulationem* 1.2.3. assumatur *copulatio* 4.5.6. deinde 7.8.9. & similiter sequentes. Nam omnes illæ senarios producent, si semper denarius ponatur loco unitatis, hoc est, ad unitatem reducatur. Ita

T ἀναγο-

ἀναγομένης. Οὕτω γὰρ αὐτὴν καὶ δευτερωδουμένην μονάδα καλεῖσθαι ἐλέγομεν πρὸς τῶν Πυθαγορείων, καὶ τριωδουμένην τὴν ἑκατοντάδα, καὶ τετρωδουμένην τὴν χιλιάδα. Ἡ μὲν γὰρ δ. ε. ς΄. ποιεῖ ἀριθμὸν τὸν ιε. ἀναγομένης δὲ τῆς δεκάδος εἰς μονάδα, ὁ πέντε προσλαβὼν αὐτὴν ἑξὰς γίνεται. Πάλιν ἡ ζ΄. η. θ΄. συνθεῖσαι ποιεῖ τὸν κδ΄ ἀριθμὸν, οὗ τὰ κ. εἰς δύο μονάδας ἀναγαγὼν προστίθημι τῷ δ΄, καὶ ἔχω πάλιν ἑξάδα. Πάλιν ι. ια. ιβ΄. συνθεὶς ποιῶ λγ΄. ὧν τὰ λ τριάς ἐστιν, ἣν προσθεὶς τοῖς τρισὶν, ἔχω ὁμοίως ἑξάδα· Καὶ τοῦτο ὁμοίως ἔσται δι' ὅλου. Καὶ ἡ μὲν πρώτη ἑξὰς οὐκ ἔχει μετάθεσιν δεκάδος εἰς μονάδα, ὡς ἂν εἰδοποιὸς καὶ στοιχεῖον τῶν μετ' αὐτὴν ὑπάρχουσα, ἡ δὲ δευτέρα μιᾶς μονάδος μετάθεσιν ἕξει, ἡ δὲ τρίτη δυοῖν, καὶ ἡ τετάρτη τριῶν, καὶ ἡ πέμπτη τεσσάρων, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως. Ὅσαι δ' ἂν ὦσιν αἱ μετατιθέμεναι δεκάδες, τοσαῦται καὶ αἱ ἐννεάδες ἀφαιρεθήσονται ἐκ τοῦ ὅλου συστήματος, ἵνα τὸ λοιπὸν ὁμοίως ἑξὰς ᾖ. Τοῦ γὰρ ιε, μιᾶς δεκάδος ἔχοντος μετάθεσιν, ἐὰν ἀφέλω μίαν ἐννεάδα, λειφθήσεται

A dixímus denarium à Pythagoreis vocari unitatem ſecundi limitis, centenarium unitatem tertii limitis, & millenarium quarti limitis. Nam 4. 5. 6. copulatio facit numerum 15. Si vero denarius ad unitatem referatur, & quinque eandem aſciverit ſibi, orietur ſenarius. Rurſus 7. 8. 9. compoſiti B efficiunt numerum 24., cujus 20 ad duas unitates reduco, & eaſdem appono 4., habeo iterum ſenarium. Rurſus 10. 11. 12. Si compoſuero, habeo 33. ex quibus 30 ſunt ternarius, quem ubi appoſuero 3, habeo ſimiliter ſenarium; idemque ſemper ſimiliter eveniet. Et primus quidem ſena- C rius non habet denarii permutationem in unitatem, quia eſt forma & elementum ſequentium ſenariorum; ſed ſecundus *ſenarius* habebit unius unitatis permutationem, tertius duarum, quartus trium, & quintus quatuor, & ſequentes proportionaliter. Quot autem fuerit denarii permutandi, D tot etiam novenarii auferentur ex tota ſumma, ut reliquatur ſimiliter ſenarius. Si enim ad 15, qui numerus habet unius denarii mutationem, aufero unum novenarium, rurſus relinquetur ſenarius; & idem in omnibus continget.

ἑξὰς

ἐξαῦ πάλιν, καὶ τοῦτο δι' ὅλου συμβήσεται. Καὶ πλέονα δ' ἄν τις εὕροι παρακολουθήματα γλαφυρὰ τῇ ἀριθμητικῇ μεσότητι, ἅπερ ἑκόντες τὰ νῦν παραλείπομεν, στοχαζόμενοι τῆς κατὰ τὴν εἰσαγωγὴν συμμετρίας. Ταύτην δ' εἶπεν ὁ Πλάτων μεσότητα, ἴσῳ μὲν κατ' ἀριθμὸν ὑπερεχομένην, ἴσῳ δὲ ὑπερέχουσαν. Ἡ δὲ δευτέρα μεσότης ἡ γεωμετρικὴ μόνως ἀναλογία κέκληται, διότι λόγον τὸν αὐτὸν οἱ ὅμοιοι περιέχουσιν, ἀνὰ τὸν αὐτὸν λόγον διεστῶτες. Ὃν γὰρ λόγον ἔχουσιν οἱ ὅροι πρὸς ἀλλήλους, ἢ ἀπ' ἐλάττονος ἐπὶ μείζονα διὰ τοῦ κοινοῦ, ἢ ἀνάπαλιν, τοῦτον ἔχει ἡ διαφορὰ πρὸς διαφοράν. Αἴτιον δ' ἔτι κατ' ἴσην διαφορὰν, οὐ διαστέσονται οἱ ὅροι, ὡς ἐπὶ τῆς προτέρας, δυνατόν τε καὶ ἐν τέτταρσιν ὅροις τὸ ἀνάλογον γενέσθαι, διεζευγμένων τῶν λόγων. Καὶ ἵνα τὸ Πλατωνικὸν ἐνθάδε προσαρμόσωμεν τῇ ἀναλογίᾳ,
,, λεκτέον. Ὁπόταν γὰρ ἀριθμῶν
,, τριῶν, εἴτε ὄγκων, εἴτε δυνάμεων
,, τι κοινωνεῖ τὸ μέσον, ὅτι περ τὸ πρῶ-
,, τον πρὸς αὐτὸ, τοῦτο πρὸς τὸ ἔσχα-
,, τον. Καὶ πάλιν αὖθις, ὅτι τὸ ἔσχα-

A Plures etiam aliquis poterit invenire venustas sequelas arithmeticæ medietatis, quas nunc sponte præterimus, ut habeamus rationem modi in *nostra* introductione. Sed Plato dixit hanc esse medietatem, quæ quidem æquali numero deficiat, & æquali superet. Secunda vero medietas, B quæ est geometrica, solum vocatur proportio, quia similes æqualem rationem continent, & eadem ratione distant. Quam enim rationem termini habent ad se invicem, sive a minori ad majorem per communem *terminum*, sive vice versa *à majori ad minorem*, eandem *rationem* habet differentia ad C differentiam. Præterea secundum eandem differentiam cujus differunt termini, ut in priore *medietate*, efficit ut proportio possit esse in quatuor terminis, cum rationes sunt disiunctæ. Et ut hic regulam Platonis adaptemus proportioni, debemus legere: *Quando enim ex tribus numeris, sive mas-* D *sis, sive potentiis aliquid communicat medius terminus, ut primus ad medium, ita medius ad ultimum se habeat. Et iterum, ut ultimus ad medium, ita medius ad primum se habeat; tunc necessario eveniet, ut medius tantum valeat, quantum primus*

„ τον πρὸς τὸ μέσον, τὸ μέσον πρὸς
„ τὸ πρῶτον, τότε τὸ μέσον μὲν πρῶ-
„ τον καὶ ἔσχατον γινόμενον, τὸ δὲ ἔσχα-
„ τον καὶ τὸ πρῶτον. ἂν μέσα ἀμφό-
„ τερα, ταῦθ' οὕτως ἐξ ἀνάγκης τὰ
αὐτὰ εἶναι συμβήσεται. Καὶ πρὸ Πλάτωνος δὲ τὰ αὐτὰ διειλήφασι Πυθαγορικοὶ περὶ αὐτῆς. Τίμαιός τ' οὖν ὁ Λοκρὸς ἐν τῷ περὶ φύσεως κόσμου καὶ ψυχᾶς, [ἀφ' οὗπερ ἐφοδιασθέντα Πλάτωνα, τὸν διὰ τοῦτο φερώνυμον Τίμαιον συντάξαι λέγουσιν, ὧν ἐστιν καὶ ὁ τοὺς σίλλους ποιήσας Τίμων,
„ λέγων οὕτως. Πολλῶν δ' ἀργυρίων
„ ὀλίγην ἠλλάξατο βίβλον, ἔνθεν
ἀφορμηθεὶς τιμαιογραφεῖν ἐπεχείρει] οὕτω πῶς φησι. Τριῶν
„ γὰρ ὡντινωνοῦν ὅρων ὅταν καὶ τὰ
„ διαστήματα κατὰ τὸν αὐτὸν λό-
„ γον ἐστάθη, ποτ' ἄλλα, τότε δὴ τὸ
„ μέσον ῥυσμῷ δίκας ὁρήμεθα πρὸς
„ τὸ πρῶτον, ὅτι περ τὸ τρίτον πρὸς
„ αὐτὸ, κἂν πάλιν καὶ παραλλάξ.
Ἔστι δὲ ἡ γεωμετρικὴ ἀναλογία τοῦ συνεχοῦς ποσοῦ, τουτ' ἔστι τοῦ πηλίκου, κατὰ λόγους ἴσους καὶ ὁμοίους διεστῶσα. Ἡ δὲ ἀριθμητικὴ διῃρημένου ποσοῦ, οὐκέτι μὲν λόγοις, ἀριθμοῖς δὲ ἴσοις κατὰ τὰς ὑπεροχὰς διεστῶσα, καὶ ἐν μὲν ταύτῃ λό-

A *& ultimus; ultimus vero & primus quantum utrumque medii.* Et hæc de
medietate ante Platonem comprehenderunt Pythagorici. Timæus itaque Locrus de natura mundi & anima (à quo Platonem institutum, propterea vere suo nomini respondentem Timæum ordinasse dicunt, inter quos est Ti-
B mon, qui composuit irrisorium poema σίλλους vocatum ita loquens: *Multarum pulcherrimarum rerum pretio parvum librum emit, conatus Timæum in scribendo assectari*) ita quodammodo loquitur. *Quando trium qualiumcunque terminorum intervalla sunt secundum eandem rationem con-*
C *stituta, & sunt diversa, tunc equidem tractu justitiæ videmus medium se habere ad primum, ut tertius ad medium: imo etiamsi alternetur & convertatur terminorum situs.* Consistit autem geometrica proportio in quantitate continua, quam vocant πηλίκον, secundum æquales & si-
D miles rationes distans: sed arithmetica in discreta *quantitate*, non quidem rationibus, sed numeris æqualibus secundum excessus distans; & in illa proportione rationes sunt diversæ, intervalla

γει ἕτεροι, διαστήματα δὲ ταὐτά. Ἐν δὲ τῇ γεωμετρικῇ ἀνάπαλιν λόγοι μὲν οἱ αὐτοί, διαφοραὶ δὲ ἕτεραι. Γεννᾶται δὲ καὶ αὕτη ἀπὸ ἰσότητος τῆς ἐπὶ τῶν σχέσεων τρισὶ τοῖς αὐτῶν προστάγμασι. Πάντες γὰρ ἐκεῖ τρεῖς ὅροι κατὰ ταύτην ἀναλογοῦσι τὴν μεσότητα, ἔχοντες οὕτως. Ὡς ὁ μείζων πρὸς τὸν μέσον, ὅτε μέσος πρὸς τὸν ἐλάττονα, καὶ ἡ τοῦ μείζονος παρὰ τὸν μέσον ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τοῦ μέσου παρὰ τὸν ἐλάττονα. Ἴδιον δ' αὐτῆς τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου ἴσον ἀποτελεῖν, ἐὰν τρεῖς ἢ καθόλου περισσοὶ ὦσιν οἱ ὅροι, εἰ δὲ τέσσαρες ἢ ὅλως ἄρτιοι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν μέσων ποιήσει. Καὶ ἐπὶ μὲν ταύτης κατ' ἔγκρασιν οἱ ὅροι ἀλλήλους μηκύνουσιν, ἐπὶ δὲ τῆς ἀριθμητικῆς κατὰ σύνθεσιν· ὅτι τοιοῦτο τὸ διῃρημένον ποσὸν καὶ τὸ πλῆθος, περὶ ὃ πάλιν ἰδίως ἡ ἀριθμητικὴ καταγίνεται, ὡς ἐν ἀρχῇ τῆς εἰσαγωγῆς ἡμῖν εἴρηται. Ἐν μὲν οὖν πολλαπλασίοις ἀνάλογον ἐκθέσεσι παντοίαις πάμπολλα αὐτῆς εὑρήσομεν ὑποδείγματα, ἐν δὲ ἐπιμορίοις καὶ ἐπιμερέσιν ἀεὶ καὶ μᾶλλον σπανιώτερα, κατὰ τὴν

A vero eadem: in Geometrica vero vice versa rationes sunt eædem, sed differentiæ diversæ. Illa oritur ex æqualitate habitudinum, per ipsarum præcepta. Ibi enim omnes tres termini secundum illam medietatem sunt proportionales, & ita se habent: Ut major terminus ad medium, ita medius ad
B minorem, & majoris ad medium excessus ad excessum medii ad minorem. Proprium est Geometricæ proportionis, illud quod fit ab extremis terminis facere æquale illi, quod fit à medio, si tres vel generaliter impares fuerint termini; si vero quatuor vel in genere pares fuerint, ortum ab ex-
C tremis faciet æquale facto à mediis. Et in hac proportione termini se invicem producunt secundum permixtionem: Sed in arithmetica secundum compositionem, quia talis est discreta quantitas & multitudo, circa quam proprie rursus versatur arithmetica, ut nos in principio intro-
D ductionis diximus. In multimodis quidem multiplicibus proportionaliter expositionibus invenimus plurima ejus exempla; sed in superparticularibus & superpartientibus semper rariora, secundum partium nominis pro-

τοῦ μερικοῦ ὀνόματος πρόοδον. Τὸ A δὲ αἴτιον προφανὲς, ὅτι πολλαπλασιάζεσθαι μὲν πᾶς ἀριθμὸς δυνατὸς, μέρη δὲ πάντα δέξασθαι οὐ πᾶς. Ἀλλ' ἡμίσεια οἱ παρ' ἕνα, τρίτα δὲ οἱ παρὰ τὰ δύο, τέταρτα δὲ οἱ παρὰ τρεῖς, πέμπτα δὲ οἱ παρὰ τέσσαρας, καὶ ἑξῆς ἀεὶ καὶ μᾶλλον ὀλιγώτεροι ἔσονται, διὰ τὴν σπανιό- B τητα τῶν ἐπιδεχομένων τὸ μόριον ἀριθμῶν, καθὸ ἐπιμόριον ἐπιμερεῖς γενήσονται, πολὺ μᾶλλον σπανιώτεραι αἱ ἀναλογίαι γενήσονται, διὰ τὴν τοῦ τρίτου πρόσθεσιν ὅρου. Οὐ γὰρ ὁ πρὸς τῷ ὅρῳ τῷ μέσῳ φέρ' εἰπεῖν καὶ ἥμισύ τινος ἔχων, καὶ αὐτὸς πάντως ἥμισυ ἔχει, οὐδὲ ὁ σὺν C τρίτῳ μέρει περιέχων τινὰ, καὶ αὐτὸς τρίτον ἔχει, καὶ ἐπὶ τῶν ἑξῆς μερῶν παραπλησίως. Ἀλλ' ἵνα ἀναλογία γένηται, ἀνάγκη τοὺς περιεκτικοὺς ὅρους τῶν λόγων, πυθμένας ἀλλήλους πολυπλασιάσαι, οἵπερ καὶ ἐμφανισθήσονται ταῖς διαφοραῖς τῆς ἀναλογίας. ἵνα δὲ κοινόν D τι ὑπόδειγμα λάβωμεν πυθμενικῶν ἀναλογιῶν, κατὰ πάντα τὰ εἴδη τοῦ ἐπιμορίου, ἀρξαμένου ἀπὸ ἡμιολίου, καὶ πρὸς τούτοις πολλαπλασίων τοῦ πρώτου, τοῦτ' ἔστι διπλα-

A gressum. Causa autem hujus rei manifestissima est, quod omnis numerus possit multiplicari, non vero omnis omnes partes suscipere; sed *numeri*, uno intermisso sequentes *suscipiunt* dimidias partes; duobus intermissis sequentes partes tertias, tribus intermissis quartas, quatuor intermissis quintas; Et B semper sequentes erunt pauciores, propter raritatem numerorum portionem suscipientium; quemadmodum superparticulare fiunt superpartientes, multo rariores fient proportiones, propter tertii termini appositionem. Non enim, verbi gratia, qui ad medium terminum habet alicujus dimi- C dium; idem semper habet dimidium; neque qui cum tertia parte aliquem continet numerum, & ipse habet tertiam partem, & in reliquis partibus eodem prope modo. Verum ut oriatur proportio, necesse est ut termini, qui rationes continent, suas quisque radices multiplicent, quæ & in D proportionis differentijs apparebunt. Ut autem commune quoddam exemplum radicalium proportionum habeamus, secundum omnes species superparticularis, qui incipit à sesquialtero; & præterea multiplicium primi, hoc est

σίου,

σίου, ἐκθετέον κἀνταῦθα στιχηδὸν ταύτους τε καὶ ἑτέρους ἑκατέρους ἀπὸ τῆς οἰκείας ἀρχῆς, καὶ συναρμοστέον κατ' ἐμπλοκὴν αὐτοὺς, ὡς καθ' ἑκάστην συζυγίαν τριῶν ὅρων εἶναι, καὶ κατὰ συνέχειαν τε ἀεὶ τῆς προτέρας συζυγίας τοῦ ὑστάτου ἄρχοντος τῆς μετ' αὐτήν. Κατὰ γὰρ τὴν ἀδιάζευκτον ἐκλογὴν, ἕκαστοι τρεῖς ὅροι ἀπὸ μονάδος παραδείξουσι τὸ ζητούμενον. Ἡ δὲ τρίτη μεσότης, ἡ καλουμένη ἁρμονική ἐστιν, ὅταν τριῶν ὅρων ἀνίσων, ὡς ἔχει ὁ μείζων ὅρος πρὸς τὸν ἐλάχιστον, οὕτως ἡ ὑπεροχὴ μειζόνων ὅρων πρὸς ὑπεροχὴν ἐλαττόνων, τοῦτ' ἔστιν, ἡ τοῦ μείζονος παρὰ τὸν μέσον ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τοῦ μέσου παρὰ τὸν ἐλάττονα. Ἑτέρα δέ ἐστιν αὕτη παρὰ τὰς πρὸ αὐτῆς, ὅτι ὁ μέσος ὅρος οὔτε ἀριθμῷ τῶν ἄκρων ἴσῳ ὑπερέχει καὶ ὑπερέχεται, οὔτ' ἐν λόγῳ ἐστὶν ὁμοίῳ πρὸς αὐτούς. Πυθμένες δὲ αὐτῆς β. γ'. ϛ'. ἢ γ'. δ'. ϛ'. Κατὰ γὰρ τὸν τούτων πολλαπλασιασμὸν, ἢ ἐπιμοριασμὸν ἐάν γε ἐπιδέχωνται, ἄλλαι πολλαὶ φύσονται. Καλοῦσι δέ τινες τὴν μεσότητα ταύτην ἐστηκυῖαν, ὅτι ἐν μόνοις τοῖς

A duplicis, debemus etiam hic ordine exponere *eosdem* & *alteros*, utrosque à proprio principio; & secundum implicationem eosdem apte componere, ut tres termini sint in unaquaque combinatione, & in continuitate terminus prioris combinationis ultimus sit principium sequentis. Nam se-
B cundum inseparatam electionem singuli tres termini ab unitate demonstrabunt illud, de quo quæritur. Tertia medietas, quæ vocatur Harmonica, est, quando trium inæqualium terminorum major ita se habet ad minimum, ut majorum excessus se habet ad excessum minorum, hoc est, excessus, quo major medium exce-
C dit, ad excessum, quo medius minorem. Est autem hæc diversa à prioribus medietatibus, quia medius terminus neque æquali numero extremos superat & ab iisdem superatur, neque ad eosdem se habet in simili ratione. Radices ejus sunt 2. 3. 6. vel. 3. 4. 6. Nam si secundum horum multiplicationem sive superparticu-
D laritatem suscipiantur, multæ aliæ nascentur harmonicæ medietates. Quidam vero hanc medietatem vocant constantem, quia in solis dictis radicalibus termi-

ειρη-

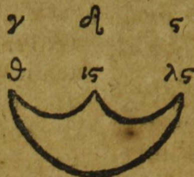
εἰρημένοις πυθμενικοῖς ὅροις, ὥσπερ ἑστῶσι καὶ πρωτοτύποις φαίνεται. Ἐπὶ γὰρ τῆς ἀριθμητικῆς καὶ γεωμετρικῆς ἀπείρους συζυγίας ἔνεστι συντάττεσθαι. Ἀλλ' οὖν ἐν ἀμφοτέραις ταῖς πυθμενικαῖς οἵτε ἄκροι ἐν διπλασίῳ καὶ τριπλασίῳ λόγῳ εἰσὶ πρὸς ἀλλήλους, καὶ αἱ τῶν μειζόνων πρὸς τοὺς μέσους διαφοραὶ πρὸς τὰς τῶν μέσων πρὸς τοὺς ἐλάττονας. Ἁρμονικὴ δὲ κέκληται ἡ μεσότης, ὅτι σπερματικῶς τοὺς ἐναρμονίους λόγους ἐστὶν ἰδεῖν αὐτῇ. Οἷον ἐν τῇ γ΄. δ΄. ς΄. Τὸ δὲ διὰ τεσσάρων λεγόμενον συμφωνήσεων, ὅπερ ἐλάχιστόν ἐστι τῶν ἄλλων συμφώνων διαστημάτων, ἐν ἐπιτρίτῳ λόγῳ θεωρούμενον, ἐν ὅροις ἐστὶ τοῖς ἐλάττοσι, τοῦτ' ἔστι τῷ δ΄. πρὸς γ΄. Τὸ δὲ διὰ ε΄. ὅπερ ἑξῆς μετὰ τὸ διὰ τεσσάρων ἐστὶν ἐν ἡμιολίῳ λόγῳ ὂν ἐν τοῖς μείζοσιν ὅροις, τοῦτ' ἔστι τῷ ς΄. πρὸς τὸ δ΄. Τὸ δὲ διὰ πασῶν σύστημα ἓν ἀμφοτέρων τῶν προειρημένων, καὶ ἐν διπλασίονι λόγῳ θεωρούμενον ἐν τοῖς ἄκροις, τοῦτ' ἔστι τῶν ς΄ πρὸς τρία. Καὶ ἔτι ἡ τοῦ ς΄ διαφορὰ παρὰ τὸν δ΄ πρὸς τὴν τοῦ δ΄. παρὰ τὸν τρίτον ὁμοίως ἐν διπλασίῳ λόγῳ ἐστί, κατὰ τὴν διὰ πασῶν συμφωνίαν.

A nis, tanquam constantibus & primigeniis formis, apparet. Nam in arithmetica & geometrica medietate infinitæ combinationes possunt coordinari: sed in utrisque his radicalibus combinationibus extremitates non solum in dupla & tripla ratione sunt, verum etiam majorum ad
B medios differentiæ ad differentias mediorum ad minores sunt *in dupla & tripla ratione*. Vocatur vero hæc medietas harmonica, quia possumus seminaliter in illa videre rationes musicas. Ut in 3. 4. 6. Quod autem in concentibus vocant διὰ τεσσάρων, est minimum omnium consonorum interval-
C lorum, consideratur in ratione sesquitertia in terminis minoribus, hoc est in 4 ad 3. Sed διὰ πέντε, quod sequitur post διὰ τεσσάρων, est in ratione sesquialtera consistens in terminis majoribus, hoc est in 6 ad 4. Διὰ πασῶν vero, quod componitur ex ambobus dictis, in ratione du-
D pla consideratur in extremis terminis, hoc est 6 ad 3. Præterea etiam differentia, quam habet 6 ad 4, ad differentiam, quam habet 4 ad 3, similiter consistet in ratione dupla, secundum concentum διὰ πασῶν. Imo etiam

Καὶ

Καὶ μὴν καὶ ἡ δύναμις τῶν ἄκρων ἐπ' ἀλλήλους γενομένων τὰ ιη'. πρὸς τὴν τοῦ μέσου ἐφ' ἑαυτὸν γενομένου τὴν δέκα ἕξ, ἐν ἐπογδόῳ λόγῳ οὖσαν, περιέχει τὸ τονιαῖον διάστημα. Ἐν γὰρ τοῖς πρωτοτύποις ὅροις τοῖς γ'. δ'. ς'. οὐκ ἐνῆν τὸν λόγον τοῦ διαστήματος τούτου ἀναφανῆναι, διότι οὐδεὶς αὐτῶν ὀγδόου μέρους ἐστὶ παρεκτικὸς, καθ' ὃ ἄλλος τις αὐτοῦ ἔσται ἐπόγδοος. Πάλιν ἡ δύναμις τοῦ μεγίστου ἐστὶ τριπλασία, ὁ δὲ τριπλάσιος λόγος περιέχει τὴν διὰ πασῶν ἅμα καὶ διὰ πέντε συμφωνίαν, ἡ δὲ δύναμις καθ' αὑτὸν τοῦ μεγίστου πρὸς τὴν δύναμιν τοῦ ἐλαχίστου λόγον ἕξει τετραπλάσιον, ὃς περιέχει τὴν δὶς διὰ πασῶν συμφωνίαν. Πάλιν δ' ἐξ ἄλλης ἀρχῆς δύναμις τοῦ μὲν ἐλαχίστου πρὸς τὸν μέσον ιβ', τοῦ δ' αὐτοῦ πρὸς τὸν μέγιστον ιη'. τοῦ δὲ μέσου πρὸς τὸν μέγιστον κδ'. Ἴδια δὲ τοῦ μὲν τρία καθ' ἑαυτὸν θ'. τοῦ δὲ δ'. ις'. τοῦ δὲ ς'. λς'. Καί ἐστιν ἐν μὲν ἐπιτρίτῳ λόγῳ τῷ διὰ τῶν τεσσάρων περιέχοντι, τάτε κδ' τῶν ιη'. καὶ τὰ ιβ'. τῶν θ'. Ἐν δὲ ἡμιολίῳ, τῷ διὰ πέντε, τάτε ιη' τῶν ιβ'. καὶ τὰ κδ'. τῶν ις'. καὶ τὰ λς'. τῶν κδ'.

A potentia extremorum per se invicem multiplicatorum 18, ad potentiam medii in se multiplicati 16, est in ratione sesquioctava, & continet intervallum toni magnitudinem æquans. Nam in primigeniarum formarum terminis 3. 4. 6. non poterat manifestari ratio hujus intervalli, quia
B nullus *terminus* potest exhibere partem octavam, secundum quam alius quis esset ejus sesquioctavus. Rursus potentia maximi termini est tripla, & ratio tripla continet concentum διὰ πασῶν & simul διὰ πέντε; sed potentia maximi per se ipsum *multiplicati* ad potentiam minimi ha-
C bebit rationem quadruplam, quæ continet concentum δὶς διὰ πασῶν. Ex alio rursus principio potentia minimi ad medium est 12, & ejusdem ad maximum 18; medii ro ad maximum 24. Sed propria potentia 3 per se *multiplicandi* est 9. 4 est 16. 6. vero, 36. Et quidem in ratione sesquitertia, quæ
D concentum διὰ τῶν τεσσάρων continet, sunt 24 ad 18. & 12 ad 9. Sed in ratione sesquialtera, quæ continet διὰ πέντε, sunt 24, ad 16. & 36 ad 24.



Ἐν δὲ τριπλασίῳ λόγῳ, ἵνα τὸ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε συστῇ, ὁ λς΄ πρὸς τὸν ιβ΄. Ἐν δὲ τετραπλασίῳ, ἵνα τὸ δὶς διὰ πασῶν φανῇ, λς΄. πρὸς θ΄. Ἐν δὲ ἐπογδόῳ, πρὸς τὴν τοῦ τονιαίου διαστήματος ἔμφασιν, τὰ ιη΄ τοῦ ις΄, ὡς προσερρήθη. Καὶ ἡ ἑτέρα δὲ πυθμενικὴ μεσότης ἡ β΄. γ΄. ς΄. αὐτόθεν μὲν ἔχει τὸν τριπλάσιον λόγον ἔν τε τοῖς ἄκροις πρὸς ἀλλήλους, καὶ ταῖς διαφοραῖς πάλιν πρὸς ἀλλήλους, ἐν ᾧ λόγῳ ἐστὶν ἡ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε μικτὴ συμφωνία, ὅπερ οὐχ ὑπῆρχε τῇ προτέρᾳ μεσότητι γ΄. δ΄. ς΄. Εἰ δὲ καὶ πολλαπλασιάσαιμεν τούς τε ὅρους καθ᾽ ἑαυτοὺς καὶ ἐπ᾽ ἀλλήλους, καὶ διαφορὰς καθ᾽ ἑαυτὰς καὶ ἐπὶ τοὺς ὅρους καὶ ἐπ᾽ ἀλλήλας, φύσονται ἡμῖν πλείους συμφωνιῶν λόγοι, ὥς ἐνεστί τινα δι᾽ ἑαυτοῦ φιλοκαλήσαντα κατανοῆσαι. Προσαρμοσθείη δ᾽ ἂν κἀπὶ ταύτης τῆς μεσότητος οἰ-

A In ratione vero tripla, ut concentus διὰ πασῶν & διὰ πέντε conspirent, sunt 36 ad 12. In ratione vero quadrupla, ut appareat concentus δὶς διὰ πασῶν, sunt 36 ad 9. in ratione vero sesquioctava, ut intervallum toni magnitudinem æquans repræsentetur, sunt 18 ad 16, ut jam diximus. Altera vero B radicalis medietas 2. 3. 6. habet protinus rationem triplam in extremis terminis ad se invicem, & in differentiis ad se invicem; in qua ratione concentus διὰ πασῶν & διὰ πέντε est mixtus; quod non contigit priori medietati 3. 4. 6. Si vero etiam multiplicaverimus terminos, *quemque* per se ipsum & *om*-C *nes* per se invicem, differentias etiam quamque per se ipsam, & cum terminis, & cum se invicem, generabimus plures concentuum rationes, quas aliquis elegantiæ studiosus per se ipsum potest perspicere. Accommodanda vero est ad hanc medietatem apte definitio Platonis: *Harmonica medietas est*,

κείως

κείως τὸ πλατωνικόν. Ἁρμονικὴ γάρ ἐστιν ἡ μεσότης, ἡ ταυτῷ μέρει τῶν ἄκρων αὐτῶν ὑπερέχουσά τε καὶ ὑπερεχομένη, ὅπερ ἄλλῃ οὐ συμβέβηκεν. Ἐπί τε γὰρ τῆς β΄. γ΄. ς΄. ὁ μέσος ὅρος τῷ αὐτῷ μέρει τῶν ἄκρων, τοῦτ' ἐστιν ἡμίσει ὑπερέχει καὶ ὑπερέχεται, ὑπερέχει μὲν τοῦ ἐλάττονος, ὑπερέχεται δ' ὑπὸ τοῦ μείζονος. Ἐπί τε τῆς γ΄. δ΄. ς΄. πάλιν ὁ μέσος ὅρος τῷ αὐτῷ μέρει τρίτῳ τῶν ἄκρων ὑπερέχει μὲν τοῦ τρία, ὑπερέχεται δὲ ὑπὸ τοῦ ς΄. Μονάδι γὰρ καὶ δυάδι. Ὑπεναντία δὲ τῇ ἀριθμητικῇ μεσότητι αὕτη ἐνομίσθη ὑπὸ τῶν περὶ Πυθαγόραν, διότι ἐκείνη τὸν μέσον ὑπερεχόμενόν τε καὶ ὑπερέχοντα εἶχεν ἰδίῳ αὐτοῦ μέρει, οὐκέτι τῶν ἄκρων ἐν τῷ αὐτῷ. Ἴσῳ γὰρ ὑπερέχει καὶ ὑπερέχεται ἀριθμῷ ἢ μονάδι, ἐπὶ δὲ τῆς ἁρμονικῆς οὐκ ἴσῳ. Ἐπεὶ δὲ βούλονταί τινες ὑπεναντίαν ἀμφοτέραις ἀριθμητικῇ τε καὶ γεωμετρικῇ ταύτην ἐκδέχεσθαι, ἔφαμεν δὲ ἡμεῖς τῇ ἀριθμητικῇ μόνῃ ὑπεναντίον τι πάσχειν, συλλήψεται ἡμῖν κἀκεῖνο. Ἐφέξει γὰρ τὸ μικτόν τι παθοῦσαν φαίνεσθαι τὴν γεωμετρικήν, καὶ μεσότητος λόγον ἔχειν πρός τε ἀριθμητικὴν καὶ

A *quæ eadem parte extremos superat terminos ab iisdemq; superatur*; quod alii medietati non contingit: in 2.3.6. enim medius terminus eadem parte extremitatum, hoc est, dimidia superat & superatur; superat quidem minorem, superatur vero à majore. Et in medietate 3.4.6. rursus medius terminus eadem tertia B parte superat tria, & superatur a 6. Unitate enim *superat* & binario *superatur*. Subcontrariam vero Arithmeticæ medietati existimant hanc Pythagorei, quia in arithmetica medietate medius terminus superat & superatur propria sui parte, non vero eadem extremorum. Superat enim & supera-C tur æquali numero vel unitate *in arithmetica*, sed in harmonica inæquali. Quoniam vero quidam volunt illam subcontrariam utrisque, arithmeticæ nimirum & geometricæ succedere, nos autem diximus soli arithmeticæ habere subcontrarias qualitates, proderit hoc nobis *ad probandum*. Ne enim D geometrica mixtas qualitates habere videatur, obstat, quod habeat rationem medietatis ad arithmeticam & harmonicam, quæ semper est sit extremitas. Nam utriusque

ἁρμονικὴν, ὡς ἀεὶ ἀκρότητα. Τὰ γὰρ ἑκάτερα ἰδιώματα ἐφ' ἑαυτῆς ἀναμίξει. Ἣν μὲν γὰρ τῆς ἁρμονικῆς ἴδιον, τὸ τὸν μέσον ὅρον ὑπερέχειν τε καὶ ὑπερέχεσθαι μέρει αὐτῶν τῶν ἄκρων ποιότητι τῷ αὐτῷ, εἰ καὶ μὴ ποσότητι, οὐδέποτε δὲ τοῦ μέσου. Τῆς δὲ ἀριθμητικῆς ἀνάπαλιν οὐκέτι τῶν ἄκρων, ἀλλὰ τοῦ μέσου, καὶ ποσότητι τῷ αὐτῷ. Ἐπὶ δὲ τῆς γεωμετρικῆς ὁ μέσος ὅρος ᾧ ὑπερέχει καὶ ὑπερέχεται μέρει, ἐκεῖνο οὔτε μόνων τῶν ἄκρων ἐστὶν, οὔτε μόνου τοῦ μέσου, ἀλλὰ καὶ μέσου καὶ ἄκρων. Τοῦ μὲν γὰρ ἑτέρου τῶν ἄκρων ὑπερέξει αὐτοῦ μέρει, ὑπερεχεθήσεται δὲ ὑπὸ θατέρου τοῦ ἐκείνου μέρει. Τὸ δὲ αὐτὸ ἔσται ποιότητι, εἰ καὶ μὴ ποσότητι τὸ μέρος, ὡς ἐπὶ τῆς ἁρμονικῆς. Πολλάκις δὲ καὶ πλείοσι μέρεσιν ὑπερέξει τε καὶ ὑπερεχεθήσεται, ἐπὶ ποιότητι πάλιν τοῖς αὐτοῖς, ὥστε καὶ κοινόν τι ἕξει πρὸς τὴν ἁρμονικὴν, τὸ μόνον ποιότητι ταυτὸν εἶναι τὸ μέρος, μηκέτι δὲ ποσότητι, καὶ κατὰ τοῦτο οὐκ ἔσται αὐτῇ ὑπεναντία ἡ ἁρμονική. Πάλιν ἐν μὲν τῇ ἀριθμητικῇ κατὰ μὲν τοὺς μείζονας ὅρους οἱ ἐλάττονες λόγοι ἐφαίνοντο, κατὰ δὲ τοὺς ἐλάτ-

A proprietates in se permiscebit; quia proprie harmonicæ medietatis medius terminus superabat & superabatur eadem extremorum terminorum parte, quoad qualitatem, etiamsi non quoad quantitatem, neque medii *parte*. Sed vice versa arithmetica habet hoc proprium, *quod superet & su-* B *peretur* eadem quantitate, non extremorum, sed medii parte. In Geometrica vero pars, qua medius terminus superat & superatur, non est solorum extremorum, neque solius medii, sed & medii & extremorum. Superabit enim alterum extremorum sui ipsius parte, & superabitur ab altero C ejusdem parte. Erit autem pars ista eadem quoad qualitatem, licet non quoad quantitatem, ut in harmonica. Sæpe etiam pluribus partibus superabit & superabitur, quæ in qualitate rursus sint eædem, ita ut cum harmonica habeat commune, quod pars sit eadem solum in qualitate, nunquam D in quantitate, & secundum hoc harmonica illi non est subcontraria. Præterea in arithmetica proportione minores rationes apparent secundum majores terminos, & majores secundum minores; contra evenit in harmonica,

τοιας

τονας οἱ μείζονες. Ἐν δὲ τῇ ἁρμονικῇ ὑπεναντίως, μείζονες μὲν ἐν τοῖς μείζοσιν, ἐλάττονες δὲ ἐν τοῖς ἐλάττοσιν. Ἐν δὲ τῇ γεωμετρικῇ, ὡσανεὶ μέση αὐτῶν οὔσῃ, οὔτε ἐλάττονες οὔτε μείζονες, ἀλλ' ἴσοι. Διὰ δὴ ταῦτα εὐλόγως ἂν μόνη τῇ ἀριθμητικῇ ὑπεναντία ἡ ἁρμονικὴ λέγοιτο, οὐκέτι δὲ καὶ τῇ γεωμετρικῇ. Ἴδιον δὲ ἔχει ἡ ἁρμονική, τὸ ὑπὸ μέσου καὶ συνάμφω τῶν ἄκρων εἶναι διπλάσιον τοῦ ὑπὸ μόνων τῶν ἄκρων γινομένου. Γεννᾶται δὲ παραγγέλματι τούτοις, πάλιν ἀπὸ ἰσότητος πρῶτον ἐκ μονάδων εἶτα τριάδων, καὶ ἐφεξῆς, πρῶτον ἐκ πρώτου καὶ δευτέρου, δεύτερον δὲ ἐκ πρώτου δύο δευτέρων, τρίτον δὲ ἐκ πρώτου δὶς δευτέρου, δεύτερον δ' ἐκ δὶς πρώτου καὶ δὶς δευτέρου. Τρίτον δὲ ἐξ ἅπαξ πρώτου δὶς δευτέρου, τρὶς τρίτου. Ἀπὸ μὲν γὰρ ἰσότητος τῆς ἐν μονάσιν ἔσονται κατὰ τὰ εἰρημένα παραγγέλματα αἱ πυθμενικαὶ δύο μεσότητες ἡ β. γ. ς. καὶ ἡ γ. δ. ς. ἀπὸ δὲ τῆς ἐν δυάσιν αἱ τριπλάσιαι καὶ ἐφεξῆς. Ἀπὸ πασῶν δὲ τῶν γινομένων πλάσεων τὰ ἰδιώματα τῆς ἁρμονικῆς παρακολουθήσει. Καθάπερ δὲ ἐπὶ τοῦ κανόνος τῆς ἐξάψεων μουσῶν ὁ ὑπαγωγεὺς μεθιστάμενος ποικί-

A nimirum majores rationes in majoribus terminis, minores in minoribus: In Geometrica vero, utpote quę est harum proportionum media, sunt neque majores neque minores, sed æquales rationes. Quare optima ratione possumus dicere, harmonicam soli arithmeticæ esse subcontrariam, non etiam B Geometricæ. Habet vero harmonica hoc proprium, quod à medio & ambobus extremis factum sit duplum facti à solis extremis. Nascitur vero hæc medietas per talia præcepta: iterum ex æqualitate primum ex unitatibus deinde ternariis & sequentibus: primum ex primo & secundo, secundum ex C primo duobus secundis, tertium ex primo bis secundo: sed secundum ex bis primo & bis secundo, tertium ex semel primo, bis secundo, ter tertio. Nam ab æqualitate, quæ in unitatibus consistit, secundum prædicta præcepta erunt duæ medietates radicales 2. 3. 6. & 3. 4. 6. Sed ab æqualitate, quæ in binariis D consistit, erunt triplices & sequentes: ab omnibus autem formis sequentur proprietates medietatis harmonicæ. Quemadmodum vero in regula *organi*, in quo sunt

λας συμφωνίας ἀποτελεῖ, τὸν αὐτὸν τρόπον δυνατόν ἐστι δύο ὅρων δοθέντων, εἴτε ἀρτίων εἴτε περισσῶν, καὶ τῶν αὐτῶν διαμενόντων, ἄλλην καὶ ἄλλην μεσότητα, νῦν μὲν ἀριθμητικὴν ἀποτελεῖν, νῦν δὲ γεωμετρικήν, νῦν δὲ τὴν τῇ ἀριθμητικῇ ὑπεναντίαν, τουτέστιν ἁρμονικήν. Ἰδοὺ γὰρ ἐν μὲν τοῖς ἀρτίοις ὅροις τῷ τε μ̄. καὶ τῷ ῑ. ὁ μὲν κ̄ε. ὅρος μεσότης γενόμενος ἀριθμητικὴν ἀποτελεῖ, ᾗ καὶ τὰ ἰδιώματα πάντα παρακολουθήσει. Ὁ δὲ κ̄. γεωμετρικὴν σὺν τοῖς ἰδιώμασιν αὐτοῦ. Ὁ δὲ ις´ ἁρμονικὴν μετὰ τῶν προσηκόντων συμπτωμάτων.

A annexiones permanentes, instrumentum pulsans, dum permutatur, varios edit concentus; eodem modo, si dentur duo termini sive pares sive impares, iidemque permaneant, possumus facere varias medietates, videlicet arithmeticam, geometricam, & arithmeticæ subcontrariam, hoc est, harmonicam.
B Ecce enim in terminis paribus 40. & 10. Numerus 25, qui est terminus medietatis, facit arithmeticam medietatem, quam etiam omnes proprietates sequentur. Sed 20. facit geometricam, cum ipsius proprietatibus; 16 harmonicam, cum convenientibus accidentibus.



Ἐὰν δὲ περισσοῖς ὅροις τῷ τε μ̄ε καὶ τῷ ε, ὁ αὐτὸς κ̄ε μεσεμβοληθεὶς ὁμοίως ποιήσει τὴν ἀριθμητικήν.

C In imparibus autem terminis 45. & 5. idem *numerus* 25 medius interjectus facit arithmeticam me-

Αἴτιον δ' ὅτι ὅσον προσέλαβεν ὁ
μείζων πρὸς τοσούτων, ἀφῃρέθη
ὁ ἐλάττων, ὥστε κατ' ἴσην πάλιν
ὑπεροχὴν τὸν μέσον ὑπερέχειν τε καὶ
ὑπερέχεσθαι. Τοῦτο γὰρ ἦν ἴδιον ἀρι-
θμητικῆς. Ὁ δὲ ιέ μεσεμβοληθεὶς γε-
ωμετρικὴν ποιήσει. Ὁ δὲ θ' τὴν ἁρ-
μονικήν. Ἐλάττονας δὲ ἀριθμοὺς τῶν
ἐκκειμένων ἄκρων, κατά τε τὸ πε-
ρισσὸν εἶδος καὶ ἄρτιον, παρεκτικοὺς τῶν
τριῶν μεσοτήτων, οὐκ ἄν τις εὕροι,
ἀλλ' οὗτοι ἂν εἶεν οἱ πυθμενικοὶ καὶ
ἐλάχιστοι. Καὶ αἱ δὲ μὲν αἱ τρεῖς
μεσότητες πρὸς τῶν παλαιῶν μό-
ναι λόγου ἠξιοῦντο, διαφοραῖς
χρώμεναι πρὸς ἀλλήλους καὶ ἰδιό-
τησι καθ' αὑτὰς ταῖς εἰρημέναις,
ἐφηρμόζοντο δὲ ὑπ' αὐτῶν καὶ τῇ
κοσμικῇ συστάσει καὶ ἁρμονίᾳ, ὡς
ἐν ἄλλοις δείξομεν. Αἱ δὲ ἐπὶ
ταύταις τρεῖς ἀπ' Ἀρχύτου καὶ Ἱπ-
πάσου διαδοχῆς καὶ αὐταὶ ἠξιώ-
θησαν, ὧν ἡ πρώτη, τετάρτη δὲ
συναριθμουμένη τῶν ἐξ ἀρχῆς τριῶν,
ἰδίως ὑπεναντία, ὡς ἔφαμεν, κέκλη-
ται, διὰ τὸ ὑπεναντίον τι πάσχειν
τῇ ἁρμονικῇ, διὰ τοὺς ἐκφθέντας
αὐτῇ τῶν συμφωνιῶν λόγους. Ἔστι
δ' οὖν ἡ τετάρτη μεσότης τοιαύτη,
τριῶν ὅρων ὡς ἔχει ὁ μείζων πρὸς

A dietatem. Ratio est, quia quantum
major terminus supra medium
accepit, tantum minori est abla-
tum; ita ut rursus secundum
æqualem excessum medius plus &
minus accipiat: Hoc enim pro-
prium est arithmeticæ. Sed
medius interjectus facit geome-
tricam: 9 autem harmonicam.
B Nemo vero secundum imparem
& parem speciem, poterit invenire
minores his extremis expositis
numeros, qui tres medietates ex-
hibeant; sed illi erunt radicales
& minimi. Et hæ quidem tres
medietates à veteribus judicaban-
tur solæ dignæ, de quibus dispu-
tarent (quia habent differentias
C ad se invicem, & in se ipsis etiam
proprietates, quas diximus) &
ab iisdem adaptabantur mundanæ
constitutioni & harmonicæ, ut
in aliis demonstrabimus. Trium
vero sequentium medietatum,
quas Archytas & Hippasus cen-
suerunt dignas, quæ admitteren-
tur, prima, sed quarta, si cum tribus
D prioribus connumeretur, pro-
prie subcontraria, ut diximus, vo-
cata est, quia habet subcontrarias
harmonicæ affectiones, propter
concentuum rationes, quæ in illa
conspiciuntur. Est igitur quarta
medietas talis: in tribus terminis

τὸν

τὸν ἐλάττονα, οὕτως ἕξει ἡ τῶν ἐλαττόνων ὅρων διαφορὰ πρὸς τὴν τῶν μειζόνων. Ὑπεναντία δὲ τῇ ἁρμονικῇ εἴρηται, διότι ἐν ἐκείνῃ ἡ τῶν μειζόνων ὅρων διαφορὰ πρόλογος ἦν, ἐπὶ δὲ ταύτης ἡ τῶν ἐλαττόνων. Τοὺς δὲ ἄκρους τοὺς αὐτοὺς διατηροῦσιν ἀμφότεραι, κατά τε τὰς πυθμενικὰς καὶ τὰς τούτων πολλαπλασίας.

A ut se habet major ad minorem; ita minorum terminorum differentia se habebit ad differentiam majorum. Dicitur autem harmonicæ subcontraria, quia in harmonica majorum terminorum differentia erat prologus, in illa vero differentia minorum: Utræque medietates servant eosdem
B extremos terminos, secundum radicales & earum multiplices.



Ὑποδείγματα δὲ ταύτης ἔσται β΄. ε΄. ς΄. γ΄. ε΄. ς΄. Ἴδιον δὲ τὸ πολλαπλάσιον ἀποτελεῖν τὸ ὑπὸ τῶν μειζόνων ὅρων τοῦ ὑπὸ τῶν ἐλαττόνων. οὔτε δὲ τῷ αὐτῷ μέρει τῶν ἄκρων αὐτῶν ὁ μέσος ὅρος ὑπερέξει τε καὶ ὑπερεχθήσεται, ὡς ἐπὶ τῆς ἁρμονικῆς, οὔτε τῷ ἑαυτοῦ μέρει, ὡς ἐπὶ τῆς ἀριθμητικῆς, οὔτε ἅμα τῷ τε ἑαυτοῦ καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν ἄκρων, ὡς ἐπὶ τῆς γεωμετρικῆς. Ἀλλ᾽ ἔσται τις ἰδιότης κατὰ τὴν ὑπεροχὴν ἑαυτῆς. Γεννᾶ-

C Exempla hujus erunt 2. 5. 6. & 3. 5. 6. Hujus proprium est, à majoribus terminis factum efficere multiplex facti à minoribus. Neque enim medius terminus superabit & superabitur eadem parte eorundem extremorum, ut in harmonica; neque sui ipsius parte, ut in arithmetica: Neque simul
D sui ipsius parte & alterius extremorum, ut in Geometrica; sed erit quædam proprietas secundum ipsius excessum. Oritur autem hæc ex æqualitate, quæ primo consistit in unitatibus, deinde

ται

ται δὲ αὕτη ἐξ ἰσότητος πρώτως τῆς ἐν μονάσιν, εἶτ' ἐν δυάσι καὶ τριάσι, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως. Πρῶτον ἐκ πρώτου καὶ δευτέρου. Δεύτερον δὲ ἐξ πρώτου, δύο δευτέρων, δύο τρίτων. Τρίτον δὲ ἐξ ἅπαξ πρώτου, δὶς δευτέρου, τρὶς τρίτου, καὶ φύσεται ἡ ἐν τριπλασίῳ λόγῳ τοὺς ἄκρους ἔχουσα. Ἵνα δὲ ἡ ἐν διπλασίῳ ἔχουσα γένηται, ποιητέον πρῶτον ἐκ πρώτου, δύο δευτέρων. Δεύτερον δὲ ἐκ πρώτου, δύο δευτέρων, δύο τρίτων. Τρίτον δὲ ἐξ ἅπαξ πρώτου, δὶς δευτέρου, τρὶς τρίτου. Αἱ μὲν οὖν εἰρημέναι πρωτότυποι φύσονται ἐκ τῆς ἀπὸ δυάδων, καὶ τριπλάσιαι ἐκ τῆς ἀπὸ τριάδων, καὶ ἑξῆς ἀκολούθως. Ἡ δὲ πέμπτη ὑπεναντίον μέν τι καὶ αὕτη πάσχει τῇ γεωμετρικῇ, ἁπλῶς δὲ πέμπτη εἴρηται, διὰ τὸ προειλῆφθαι τῷ ὀνόματι τὴν πρὸ αὐτῆς. Ἔστι δ' οὖν τριῶν ὅρων, ὡς ὁ μέσος πρὸς τὸν ἐλάχιστον, οὕτως ἡ αὐτῶν τούτων διαφορὰ πρὸς τὴν τῶν μειζόνων. οἷον β'. δ'. ε'. ὑπηναντίωται δὲ τῇ γεωμετρικῇ, διότι ἐπὶ μὲν ἐκείνης ἦν ἡ τῶν μειζόνων ὅρων διαφορὰ πολλαπλασία τῆς τῶν ἐλασσόνων. Ἐπὶ δὲ ταύτης ἀνάπαλιν ἡ τῶν ἐλασσόνων τῆς τῶν μειζόνων, ἐν μέν τοι τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἐν ᾧ καὶ οἱ λε-

A in binariis & ternariis, & similiter sequentibus. Primus terminus ex primo & secundo, secundus ex primo, duobus secundis & duobus tertiis, tertius ex semel primo, bis secundo; & ter tertio; & hæc medietas habet extremos terminos in ratione tripla; Ut vero habeat in ratione dupla, faciendus est primus B ex primo & duobus secundis; secundus ex primo, duobus secundis & duobus tertiis; tertius ex semel primo, bis secundo, ter tertio. Itaq; primigeniæ formę, de quibus diximus, nascentur ex illa, quæ est à binarijs, triplices à ternariis, & similiter sequentes. Quinta medietas & ipsa habet subcontrarias geo- C metricæ affectiones; simpliciter autem dicitur quinta, quia præcedens nomine fuit prior. Consistit illa in tribus terminis, quemadmodum *se habet* medius ad minimum, ita ipsorum horum differentia *se habet* ad *differentiam* majorum, ut verbi gratia. 2.4.5. Contraria est geometricæ, quia in ge- D ometrica majorum terminorum differentia erat multiplex differentiæ minorum: Sed vice versa in hac minorum differentia est multiplex differentiæ majorum, & quidem in eadem ratione,

χθέντες ὅροι. Ἴδιον δὲ ἔχει, τὸ διπλάσιον ἀποτελεῖν τὸ ἀπὸ τοῦ μέσου, τοῦ ὑπ᾽ ἐλαχίστου καὶ μέσου, καὶ ἔτι τὸ ὑπὸ τῶν μειζόνων ὅρων τοῦ ὑπὸ τῶν ἄκρων. Καὶ ταύτης δ᾽ αἱ πολλαπλάσιαι τὰ αὐτὰ ἕξουσι παρακολουθήματα. Γεννᾶται δὲ ἐκ τριῶν ἴσων ὅρων, πρῶτος ὅρος ἐκ πρώτου καὶ δευτέρου, μέσος ἐκ δύο πρώτων, δύο δευτέρων, μείζων ἐκ τοῦ πρώτου, δύο δευτέρων, δύο τρίτων. Ἡ δὲ ἕκτη, ὅταν, ὡς ὁ μέγιστος τῶν τριῶν ὅρων πρὸς τὸν μέσον, ἔχῃ οὕτω καὶ ἡ τῶν ἐλαττόνων ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τῶν μειζόνων. Διὰ ταῦτα δὲ, δι᾽ ἅπερ καὶ ἡ πρὸ αὐτῆς τῇ γεωμετρικῇ ἠναντίωται, οἷον α. δ´. ϛ´. Κἀνταῦθα δὲ πρόλογός ἐστιν ἡ τῶν ἐλαττόνων ὅρων διαφορὰ τῆς γεωμετρικῆς πρόλογον ἐχούσης τὴν τῶν μειζόνων ὅρων πρὸς ἀλλήλους, καὶ συνάμφω τῶν διαφορῶν πρὸς ἀλλήλους ἡμιόλιοί εἰσι· τοιοῦτοι γενήσονται καὶ οἱ τὸ ἴδιον τῆς μεσότητος ἀποδιδόντες λόγοι. Τὸ γὰρ ἀπὸ τοῦ μεγίστου ϛ´ ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ ὑπὸ τῶν μειζόνων ὅρων, καὶ αὐτὸ τοῦτο ἀπὸ τοῦ μέσου. Καὶ αὕτη δ᾽ ἂν γεννηθείη ἐκ τριῶν ἐν ἰσότητι ὅρων οὕτω. Πρῶτος πρώτῳ ἴσος, δεύτερος δυσὶ

A in qua sunt dicti termini. Proprium vero habet, quod à medio factum faciat duplex facti à minimo & medio; item factum à majoribus terminis *faciat duplex* facti ab extremis. Et hujus medietatis multiplices habebunt easdem consequentias. Oritur autem hæc ex tribus æqualibus terminis, B primus terminus ex primo & secundo; medius ex duobus primis & duobus secundis, major ex primo, duobus secundis & duobus tertiis. Sexta medietas est, cum, ut trium terminorum maximus se ad medium, ita etiam se habuerit excessus minorum ad excessum majorum: propter eandem C rationem, propter quam præcedens *quinta* est contraria geometricæ; verbi gratia 1.4.6. Hic vero etiam minorum terminorum differentia est prologus, cum in geometrica prologus sit majorum ad se invicem differentia; & utræque differentiæ ad se invicem habent rationem sesquialteram; quales D etiam erunt rationes, quæ edunt proprietatem hujus medietatis. Nam factum à maximo termino 6, habet sesquialteram proportionis habitudinem ad factum à maximis terminis; idem factum à maximis terminis ad factum à

πρώτοις

πρώτοις, δυσὶ δευτέροις, τρίτος ἐξ ἅπαξ πρώτου, δὶς δευτέρου, τρὶς τρίτου. Ἡ μὲν οὖν πρωτότυπος ἀπὸ μονάδων ἐστὶν, αἱ δὲ ταύτης πολλαπλάσιαι ἀπὸ δυάδων καὶ τριάδων, καὶ τῶν ἑξῆς ἰσοτήτων. Εἴρηται δὲ περὶ τῶν ἑξῆς ταῖς πρώταις τριῶν μεσοτήτων, αἷς καὶ οἱ ἀπὸ Πλάτωνος μέχρις Ἐρατοσθένους ἐχρήσαντο, ἄρξαντος, ὡς ἔφαμεν, τῆς εὑρέσεως αὐτῶν Ἀρχύτα καὶ Ἱππάσου τῶν μαθηματικῶν. Τὰς δ' ὑπὸ τῶν μετὰ ταῦτα νεωτέρων περὶ Τεμνωνίδην καὶ Εὐφράνορα τοὺς Πυθαγορικοὺς προσφιλοτεχνηθείσας τέσσαρας, οὔτε παραλείπειν ἄξιον. Ἀφιλόκαλον γὰρ τὸ τοιοῦτο. Οὔτε μὴν ἐπεκτείνειν τὸν περὶ αὐτῶν λόγον, διὰ τὸ μηδὲν οὕτω σεμνὸν αὐτὰς ἔχειν. Μηδὲ ποικίλλειν, ὡς τὰς πρὸ αὐτῶν, διόπερ ἐν ἐπιδρομῇ ῥητέον περὶ αὐτῶν, στοχαζομένους ἅμα καὶ τῆς τοῦ βιβλίου συμμετρίας. Ὠνομάσαμεν δὲ αὐτὰς ἁπλῶς οὕτως, ἑβδόμην καὶ ὀγδόην, καὶ ἐνάτην καὶ δεκάτην.

A medio. Oritur hæc medietas ex tribus terminis in æqualitate constitutis: hoc modo. Primus est æqualis primo, secundus duobus primis & duobus secundis, tertius ex semel primo, bis secundo, ter tertio. Est igitur primigenia forma *hujus medietatis* ab unitatibus; sed ejus multiplices sunt B a binariis & ternariis & sequentibus æqualitatibus. Diximus de tribus medietatibus, quæ primas sequuntur, quibus etiam à Platone usque ad Eratosthenem sunt usi; prima, ut disseruimus, inventio est ipsorum Archytæ & Hippasi mathematicorum: Quas vero quatuor postea juniores C Temnonides & Euphranor commentariis suis addiderunt, neque præterire debemus. Nam ille foret elegantiæ contemtus: Neque sermonem super illas extendere; quia sic illæ nihil gravitatis haberent: neque varie fingere, ut præcedentes; quamobrem de illis quasi in transitu est dicen- D dum, ut simul etiam ad proportionem hujus libri collimemus. Vocavimus autem illas simpliciter, hoc modo: Septimam, octavam, nonam, decimam.

Περὶ τῆς ἑβδόμης μεσότητος.

De Septima medietate.

A Καὶ ἔστιν ἡ μεσότης ἑβδόμη, ὅταν ὡς ὁ μέγιστος πρὸς τὸν ἐλάχιστον, ἔχῃ οὕτως ἡ αὐτῶν διαφορὰ πρὸς τὴν τῶν ἐλαττόνων, οἷον ϛ´. η´. θ´. Γένεσις δὲ αὐτῆς ἐκ τῆς τετάρτης γ´. ε´. ϛ´. Τὰ γὰρ ἐκείνης ἄκρα συνθεὶς ταύτης μέγιστον τάσσων, ἐκ δὲ ἐλαχίστου καὶ μέσου τὸν ταύτης ποιῶν μέσον, τὸν δ᾽ ἐκείνης μέγιστον ταύτης ἐλάχιστον.

Est autem septima medietas, quando, ut maximus terminus se ad minimum, ita se habeat maximi & minimi differentia ad *differentiam* minorum: verbi gratia. 6.8.9. Generatur ex quarta 3.5.6. Nam qui hujus extremos terminos componit, facit illius medietatis maximum; ex hujus vero minimo & B medio oritur illius medius; hujus autem maximus fit illius minimus.



C Παρακολουθεῖ δὲ ταύτῃ, τὸ ἔχειν τὸν αὐτὸν λόγον τὸ ὑπὸ τῶν μειζόνων ὅρων, πρὸς τὰ ὑπὸ τῶν ἐλαττόνων, ὅνπερ καὶ ὁ μέγιστος ὅρος πρὸς τὸν ἐλάχιστον ἔχει, καὶ ἡ τῶν ἄκρων διαφορὰ πρὸς τὴν τῶν ἐλαττόνων. Ἡ δὲ ὀγδόη θεωρεῖται, ὅταν ὡς ὁ μέγιστος πρὸς τὸν ἐλάχιστον ἔχῃ, οὕτω καὶ ἡ αὐτῶν D

Huic consequens est, quod à majoribus terminis factum ad factum à minoribus, habeat eandem rationem, quam habet maximus terminus ad minimum, & extremorum differentia ad differentiam minorum. Octava medietas conspicitur, quotiens quemadmodum maximus terminus se habet ad minimum, ita etiam eo-

τούτων

τούτων ὑπεροχὴ πρὸς τὴν τοῦ μεγίστου παρὰ τὸν μέσον ἀντιστρόφως τῇ πρὸ αὐτῆς. οἷον ς΄. ζ΄. θ΄.

Arundem excessus ad excessum majoris ad medium: converso more præcedentis. ut 6. 7. 9.



Γένεσις δὲ καὶ ταύτης ἐκ τῆς πέμπτης, τῆς β΄. δ΄. ε΄. Συνθεὶς γὰρ τοὺς μεγίστους αὐτῆς ὅρους ποιῶ τὸν ταύτης μέγιστον, τοὺς δ᾽ ἄκρους τὸν ταύτης μέσον τάσσω, τοὺς δὲ ἐλάττονας πάλιν συνθεὶς ἐκείνης ἔχω τὸν ταύτης ἐλάττονα. Παρακολουθεῖ δ᾽ αὐτῇ τό, ὡς ὁ μέγιστος πρὸς ἐλάχιστον ἔχει, οὕτω καὶ τὸ ὑπὸ τῶν μειζόνων ὅρων ἔχειν, πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ἐλαττόνων. Ἡ δὲ ἐνάτη, ὅταν, ὡς ὁ μέσος ὅρος πρὸς τὸν ἐλάχιστον ἔχῃ, οὕτως ἡ διαφορὰ τῶν ἄκρων πρὸς τὴν τῶν ἐλαττόνων. Οἷον δ΄. ς΄. ζ΄.

B Generatur autem hæc ex quinta medietate 2. 4. 5. Nam si composuero maximos ejus terminos, facio hujus maximum; si vero ejus extremos, ordino hujus medium; si rursus ejus minores, habeo hujus minorem. Huic consequens est, ut, quemadmodum se habet maximus ad minimum, ita factum C à majoribus terminis ad factum a minoribus se habeat. Nona medietas est; quando, quemadmodum medius terminus ad minimum se habet, ita extremorum differentia ad differentiam minorum. ut 4. 6. 7.



Ἴδιον δὲ ἔχει, τὸ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἶναι τὸ ὑπὸ τῶν μειζόνων πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων, ἐν ᾧπερ καὶ μέσος πρὸς ἐλάχιστον, καὶ διαφορὰ δὲ ἄκρων πρὸς διαφορὰν ἐλαττόνων. Γεννήσουσιν δὲ καὶ ταύτην ἐκ τῆς ἕκτης α. δ. ς. Συνθεὶς γὰρ αὐτῆς τὰ ἄκρα, ποιῶ τὸν ταύτης μέγιστον, μέσον δὲ τάσσω τὸν ἐκείνης μέγιστον, ἐλάχιστον δὲ τὸν μέσον. Ἔσονται δὴ τῇ τάξει ταῖς ἀπὸ τῆς ἑβδόμης τρισὶ μεσότησιν αἱ γενέσεις ἀπὸ τῶν πρὸ αὐτῶν τριῶν, τετάρτης τε καὶ πέμπτης καὶ ἕκτης. Ἡ δ' ἐπὶ πάσαις δεκάτη ἐστὶν, ὅταν ὡς ὁ μέγιστος ἔχῃ πρὸς τὸν ἐλάσσονα, οὕτω καὶ ἡ τῶν ἄκρων διαφορὰ πρὸς τὴν τοῦ μεγίστου παρὰ τὸν μέσον. Οἷον γ. ε. η.

A Proprium est hujus medietatis, quod factum à majoribus terminis ad factum ab extremis habeat eandem rationem, quam medius ad minimum, & differentia extremorum ad differentiam minorum. Oritur autem hæc ex sexta 1. 4. 6. Nam si illius extremitates composuero, facio hujus maximum, B & pro illius maximo colloco hujus medium, pro medio hujus minimum. Tres quidem à septima ordine sequentes medietates habebunt generationes à tribus præcedentibus, nimirum quarta, quinta, sexta. Omnium ultima est decima, quando, ut medius ad minimum, ita extremorum C differentia ad differentiam maximi & medii se habuerit. Ut 3. 5. 8.



Ἴδιον δὲ ταύτης, τὸ ἐν ἐπιμερεῖ λόγῳ θεωρεῖσθαι καὶ πυθμένειν γε, ἀλλ'

D Proprium habet hæc medietas, quod consideretur & radices suas

οὐκ ἐν πολλαπλασίῳ ἢ ἐπιμορίῳ. Καὶ παρακολουθεῖ αὐτῇ, τὸ ὑπὸ τῶν ἐλαττόνων ἑτερόμηκες ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν λεχθεισῶν διαφορῶν ἀποτελεῖν. Αἴτιον δ᾽, ὅτι οἱ αὐτοί εἰσιν ἀριθμοί. Γεννᾶται δὲ καὶ αὕτη ἐκ τῆς ἁρμονικῆς, τῆς β΄. γ΄. ς΄. ἥτις πρὸ τῶν εἰρημένων ἐστὶ τριῶν μέσων, ἵνα συνεχεῖς ἀπὸ συνεχῶν, καὶ εἰ μὴ εὐτάκτων τὴν γένεσιν ἔχωσι. Συνθεὶς γὰρ τοὺς ἄκρους ἐκείνης, ποιῶ τὸν ταύτης μέγιστον, ἐκ δὲ τῶν ἐλασσόνων τὸν μέσον ταύτης τάσσω, τὸν γὰρ μέσον ἐφ᾽ ἑαυτοῦ ἐλάχιστον ταύτης φυλάσσω. Δέκα δὴ τῶν πασῶν ἡμῖν ἀναφανεισῶν μεσοτήτων, οὐδὲ τὸ τυχὸν ἐγκώμιον ἔσται τῆς δεκάδος, καὶ τοῦτο πρὸς τὸ μηδένα τέλειον λόγον ἐκφυγεῖν αὐτήν, ἀλλ᾽ ὡσανεὶ δεχάδα τινὰ οὖσαν, τοὺς τῶν ὄντων ἁπάντων λόγους εἰς ἑαυτὴν ἀναδέχεσθαι, καὶ διὰ τοῦτο ΠΑ͂Ν καὶ ὍΛΟΝ καὶ ΟΥ̓ΡΑΝῸΝ πρὸς τῶν παλαιῶν ἐπωνομάσθαι, ὡς ἐν τῷ περὶ αὐτῆς λόγῳ πειρασόμεθα δεῖξαι, ὅταν καὶ τῶν ἄλλων ἀπὸ μονάδος μέχρις αὐτῆς ἀριθμῶν ἑκάστου ἐπανθήματα, εὐθὺς ἑξῆς μετὰ τὴν δε εἰσαγωγὴν δεικνύωμεν. Τὰ νῦν δὲ περὶ τῆς τελειοτάτης ἀναλογίας ῥητέον, ἐν

A collocaverit in ratione superbipartiente; non vero in multiplice vel superparticulari. Huic consequens est, quod ante-longius factum à minoribus terminis faciat æquale facto à dictis differentiis. Ratio est, quia numeri sunt iidem. Oritur vero illa ex harmonica, nimirum 2. 3. 6. Quæ B præcedit dictas tres medias: ut continuæ à continuis, etiam si non bene ordinatis, habeant generationem. Si igitur hujus extremos composuero, facio illius maximum; ex hujus minimis illius medium ordino; hujus medium per se servo pro illius minimo. Omnes equidem decem me- C dietates cum nobis sunt declaratæ, non erit vulgaris laus denarii, propterea quod nullam perfectam rationem subterfugit, sed tanquam qui esset aliquis receptator, omnium entium rationes in se suscipit, ideoque cognominatus est à veteribus *Universum*, *Totum*, *Cœlum*, ut in libro qui de D illo tractat, conabimur demonstrare, quando etiam aliorum ab unitate ad denarium singulorum numerorum flosculos statim post hanc introductionem ostendemus. Nunc vero disserendum de perfectissima proportione, quæ

τέσσαρ-

τέσσαρσιν ὅροις ὑπαρχούσης, καὶ ἰδίως μουσικῆς ἐπικληθείσης, διὰ τὸ τοὺς μουσικοὺς λόγους τῶν καθ' ἁρμονίαν συμφωνιῶν τρανότατα ἐν αὐτῇ περιέχεσθαι. Εὕρημα δ' αὐτὴν φασὶν εἶναι Βαβυλωνίων, καὶ διὰ Πυθαγόρου πρώτου εἰς Ἕλληνας ἐλθεῖν. Εὑρίσκονται γοῦν πολλοὶ τῶν Πυθαγορείων αὐτῇ κεχρημένοι, ὥσπερ Ἀρισταῖος ὁ Κροτωνιάτης, καὶ Τίμαιος ὁ Λοκρὸς, καὶ Φιλόλαος καὶ Ἀρχύτας οἱ Ταραντῖνοι, καὶ ἄλλοι πλείους, καὶ μετὰ ταῦτα Πλάτων ἐν Τιμαίῳ, λέγων
,, οὕτως. Μετὰ δὲ ταῦτα συνεπλη-
,, ροῦτο τά τε διπλάσια καὶ τὰ τρι-
,, πλάσια διαστήματα, μοίρας
,, ἐκεῖθεν ἀποτέμνων, καὶ τιθεὶς εἰς τὸ
,, μεταξὺ τούτων, ὥς τε ἐν ἑκάστῳ
,, διαστήματι δύο εἶναι μεσότητας,
,, τὴν μὲν ταὐτῷ μέρει τῶν ἄκρων αὐτῶν
,, ὑπερέχουσάν τε καὶ ὑπερεχομένην.
,, Τὴν δ' ἴσῳ μὲν κατ' ἀριθμὸν ὑπερ-
,, έχουσαν, ἴσῳ δὲ ὑπερεχομένην.
,, Ἡμιολίων δὲ καὶ ἐπιτρίτων διαστά-
,, σεων διὰ πασῶν τῷ τοῦ ἐπογδόου
,, λείμματι συνεπληροῦτο. Καὶ τοῖς ἐφεξῆς, ἅπερ δῆλα πάντα ἔσται μετὰ τὴν τῆς ἀναλογίας ταύτης παράδοσιν. Ἔστιν οὖν ἡ μουσικὴ καλουμένη ἀναλογία ἐν ὅροις τέσσαρσι, δύο μὲν ἄκροις δύο δὲ μέσοις, ὥστ' ἐμπεπλέχθαι διαφό-

A in quatuor terminis consistit, & proprie musica cognominatur, quia manifestissime in se continet musicas harmonicorum concentuum rationes. Illam vero inventam dicunt à Babyloniis, & per Pythagoram primum devenisse in Græciam. Quare multi Pythagorei inveniuntur, qui illa sunt usi, ut B Aristæus Crotoniates, Timæus Locrus, Philolaus & Archytas Tarentini, & plures alii, post hos etiam Plato in Timæo, ubi ita disserit. *Postea vero complebat dupla & tripla intervalla, dum hinc partes abscindit, & ponit in medio istorum: ita ut in unoquoque intervallo sint duæ medietates, una quæ eadem extremorum termino-* C *rum parte superat & superatur; altera quæ æquali numero superat & æquali superatur: Ex sesquialteris vero & sesquitertiis distantiis symphoniam conficiebat* διὰ πασῶν, *per limma sesquioctavæ.* Et his sequentia, quæ omnia erunt manifesta, ubi istius proportionis tradita fuerit explicatio. Est igitur musica pro- D portio, quæ in quatuor terminis consistit, duobus quidem extremis & duobus mediis; ut

ρους

ρους ὄντας τοὺς λόγους τῶν μέσων ὅρων πρὸς τοὺς ἄκρους, κατὰ τὰς ἐν ἁρμονίαις συμφωνίας διεστώσας. Ἐπεὶ γὰρ τὰ κατὰ μουσικὴν ἐν ἁρμονίᾳ συμφωνία γίνεται φθόγγων δυοῖν, ἢ καὶ πλειόνων οὐχ ὁμοφώνων, ὑπὸ μίαν πλῆξιν κατακριναμένη, καὶ τῇ ἀκοῇ ἐνοειδῶς προσπιπτόντων, ἐλάχιστον δὲ καὶ πρῶτον τῇ ἀκοῇ αἰσθητὸν σύμφωνον διάστημά ἐστι τὸ διὰ τεσσάρων. Ἐν τοσαύτῃ γὰρ αἱ περιέχουσαι αὐτὸ χορδαὶ ἀποστάσει εἰσὶν ἀπ' ἀλλήλων. Ἔστι δὲ τοῦτο ἐν ἐπιτρίτῳ λόγῳ, μετὰ μιᾶς χορδῆς προσληφθείσης τὸ μὲν ὅλον διάστημα παρὰ τὴν αὐτὴν αἰτίαν διὰ πέντε κέκληται. Ἐν λόγῳ δὲ καὶ αὕτη ἡμιολίῳ τυγχάνει, διαφορὰ δὲ τούτου πρὸς τὸν ἕτερον τὸ περιεχόμενόν ἐστι διάστημα, ὑπὸ τῆς προσληφθείσης πέμπτης χορδῆς τονιαῖον ὑπάρχον, καὶ ἐν ἐπογδόῳ λόγῳ τυγχάνον. Ὥστε τὸ μὲν διὰ ε, τοῦ διὰ τεσσάρων τόνῳ ὑπερέξει, ὁ δὲ ἡμιόλιος λόγος ἐπιτρίτου ἐπογδόῳ. Καὶ ταῦτα μὲν ἀσύνθετα διαστήματα, καὶ ἁπλῶς ἐν συμφώνοις κατείληπται, ἐξ ὧν συντιθεμένων τὰ μείζονα κατακορεστέραν ἤδη τὴν συμφωνίαν

A ita mediorum terminorum rationes, quæ sunt differentes ad extremos, sint permixtæ in modulamine distantium temperamentorum. Quandoquidem enim secundum Musicam in harmonia fiat consonantia [de qua judicamus, cum semel aër sono percutitur] duorum vel plurium dissimilium B & imparium sonorum & in auditum uniformiter cadentium; consonum intervallum, quod auditus possit sentire, minimum & primum est διὰ τεσσάρων. In tanta enim à se invicem distantia sunt voces & fides, per se sonum edentes & intervallum continentes. Est vero hoc intervallum in ratione C sesquitertia; postea una insuper accepta chorda totum intervallum propter eandem causam vocatur διὰ πέντε. Illa etiam analogia est in ratione sesquialtera, differentia vero unius ad alterum est intervallum, quod ab illis continetur, & quoniam propter accedentem quintam chordam æquat D toni magnitudinem, est in ratione sesquioctava. Ita Symphonia διὰ πέντε Symphoniam διὰ τεσσάρων tono superabit; sed ratio sesquialtera rationem sesquitertiam sesquioctavâ. Et hæc incomposita intervalla simplici-

ἀποδίδωσι, καὶ πρῶτον γε τὸ διὰ πασῶν καλούμενον, ὅπερ ἐξ ἀμφοτέρων ἐκείνων σύνθετόν ἐστι ἐπικληθὲν καὶ αὐτὸ οὕτως, ὅτι πάσας ἐμπεριέχει τὰ ἁπλᾶ σύμφωνα ἀποτελούσας χορδάς. Καὶ ἔστιν ἐν λόγῳ διπλασίῳ. Παντὸς γὰρ ἐπιτρίτου καὶ ἡμιολίου λόγου σύστημά ἐστιν ὁ διπλάσιος. Ἐξ αὐτοῦ δὲ πάλιν τοῦ διπλασίου καὶ ἑκατέρου τῶν ἐξ ἀρχῆς τὸ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε. Τὸ δὲ διὰ πασῶν ἅμα καὶ διὰ τεσσάρων λεγόμενον οἱ Πυθαγορικοὶ μὲν σύμφωνον οὐκ ᾤοντο εἶναι. Διαφεῦγον πολλαπλάσιόν τε καὶ ἐπιμόριον λόγον καὶ ἔτι ἐπιμερῆ· Εἰς δὲ μικτὴν σχέσιν ἐκπίπτον ἐστί. Καὶ γὰρ ὡς ὀκτὼ πρὸς ἰδιότητα μὲν ϛʹ τοῦ γʹ διπλάσια, τοῦ δὲ ἡ τοῦ ϛʹ ἐπίτριτα. Εἰς δ' οὖν τὸ παρὸν κατὰ τοὺς νεωτέρους νομίζεσθαι καὶ αὐτὸ σύμφωνον σαφηνείας ἕνεκα τῶν ἑξῆς. Μεθ' ὃ πάλιν τὸ διὰ πασῶν ἅμα καὶ διὰ πέντε σύμφωνόν ἐστιν, ἐν τριπλασίῳ λόγῳ ὄν, διότι ἐκ διπλασίου καὶ ἡμιολίου ὁ τριπλάσιος λόγος σύγκειται. Διπλάσια μὲν γὰρ τὰ ϛʹ τῶν γʹ, ἡμιόλια δὲ τὰ θʹ τῶν ϛʹ. ἅπερ πρὸς γʹ ἐν τριπλασίῳ λόγῳ ἐστίν. Ἐ-

A ter in concentu sunt deprehensa, ex quibus compositis majora reddunt puriorem symphoniam; & quidem primam διὰ πασῶν, quæ ex illis duabus est composita, & ita vocata, quia continet omnes chordas simplicem concentum perficientes, & est in ratione dupla. Omnis enim sesquitertia &
B sesquialtera ratio inter se composita est dupla. Ex ratione vero dupla & alterutera priorum est symphonia διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε; Quæ autem vulgo dicitur διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων, Pythagorici negaverunt esse Symphoniam. Quia non habet neque multiplicem, neque superpar-
C ticularem, neque etiam superpartientem rationem. Sed mutatur in mixtam habitudinem. Etenim ut octo ad proprietatem 6 & 3 est dupla, ita est sesquitertia *ad proprietatem* 8 & 6. In præsentia itaque secundum juniores ille judicatur concentus, ut clarius explicentur sequentes. Postea rursus διὰ πασῶν
D simul & διὰ πέντε est concentus in ratione tripla, quia ratio tripla componitur ex dupla & sesquialtera. Sunt enim 6 dupla 3. Sed novem sesquialtera 6, & ad 3 in ratione tripla. Si vero ratio dupla per se componatur, facit con-

αὐτῷ

αὐτῷ δὲ καὶ τὸ διπλάσιον συντεθὲν ποιεῖ τὸ δὶς διὰ πασῶν σύμφωνον διάστημα, ἐν λόγῳ ὂν τετραπλασίῳ. Δὶς γὰρ ὁ διπλάσιος λόγος τετραπλάσιός ἐστι. Τὰς δὲ πέντε οὕτω μείζονας συμφωνίας συμβαίνει γίνεσθαι, προσπλεκομένων πάλιν τῇ δὶς διὰ πασῶν τῶν ἐξ ἀρχῆς ἁπλῶν διαστημάτων, ἃ νῦν παρίεμεν ἑκόντες, ὡς εὐκαιρότερον ὂν ἐν αὐτῇ τῇ μουσικῇ εἰσαγωγῇ περὶ αὐτῶν τεχνολογεῖν. Τὰς δὲ ἐπιτάσεις καὶ ἀνέσεις τῶν χορδῶν, κατὰ τοὺς εἰρημένους λόγους γινομένας, πρῶτον Πυθαγόραν ἱστοροῦσι συμμετρήσασθαι. Παριόντα γὰρ εἴς τι χαλκοτυπεῖον καὶ ἐκ τῆς τῶν ῥαιστήρων καταφορᾶς, συμφώνου ἀπηχήσεως ἐπακούσαντα συσταθμήσασθαι τὰ βάρη, καὶ εὑρόντα καὶ ἐν λόγοις τοῖς εἰρημένοις μεγαλοφυῶς περινοῆσαι, καὶ ποικίλαις ὕλαις ἐφαρμόσαι τοὺς αὐτοὺς λόγους. Νῦν μὲν μήκεσι χορδῶν ἰσοπαχῶν μὲν, κατὰ δὲ τὴν κολόβωσιν συμμετρηθεισῶν πρὸς ἀλλήλας, ἢ ἀνάπαλιν ἰσομήκων μὲν, ἀναλόγως δὲ παχυνθεισῶν. νῦν δὲ κατὰ μὲν τὰ προειρημένα διαφόρων οὐσῶν, καθὰ δὲ μόνην

A ſonans δὶς διὰ πασῶν intervallum in ratione quadrupla. Bis enim dupla ratio facit quadruplam. Ad hunc igitur modum quinque majores Symphoniæ oriuntur, ſi rurſus concentui δὶς διὰ πασῶν annectantur priora ſimplicia intervalla, quæ nunc dedita opera præterimus, utpote opportunius B de illis diſputabimus in muſica introductione. Narrant vero chordarum intenſiones & remiſſiones, quæ fiunt ſecundum dictas rationes, primum Pythagoram inter ſe commenſuraſſe. Cum enim perveniſſet ad fabri cujuſdam ærarii officinam, & ex malleorum ictu audiviſſet concordem diſſo- C nantiam, libraſſe pondera ejuſdem quantitatis, & ea cum inveniſſet in dictis rationibus, magno anomi excogitaſſe, variiſque materiis eaſdem rationes adaptaſſe. Nunc quidem longitudinibus chordarum æque craſſarum, ſed ſecundum amputationem apte ad ſe invicem commenſuratarum; D vel contra æque longarum ſed proportionaliter craſſarum: quæ aliquando eſent differentes ſecundum prædicta, ſed ſecundum ſolam tentionem differenter commenſæ; ſæpe vero etiam ſecundum duo dictarum & tres differentias

τὰς ἐπιτάσιν διαφόρως συμμετρηθεισῶν, πολλάκι δὲ καὶ κατὰ δύο τῶν εἰρημένων καὶ τρεῖς διαφορὰς τὰς ἐξέτασιν ἀναλαμβανουσῶν. Ἤδη καὶ ἐπὶ τῶν συρίγγων καὶ αὐλῶν, καὶ ὅλως ἐμπνευστῶν τὸ ἀνάλογον ἐφαρμόζειν αὐτῷ ῥᾶστον ἦν. Κακεῖ γὰρ ἀκολούθως τοῖς ἐνταῦθα ταῖς τε μήκη καὶ αἱ κοιλώσεις, κατὰ τοὺς εἰρημένους λόγους συμμετρούμεναι, τὰς συμφωνίας ἀπετέλουν, τῆς μὲν εὐρύτητος καὶ μακρότητος τῶν αὐλῶν ἀναλογούσης πάχει καὶ μήκει καὶ ἀνέσει χορδῆς, στενότητός τε καὶ βραχύτητος λεπτότητί τε καὶ ἐπιτάσει καὶ βραχύτητι. Τὰς δ' αἰτίας, δι' ἃς τοῦτο συνέβαινε, κατ' οἰκεῖον τόπον ἐν αὐτῇ τῇ μουσικῇ εἰσαγωγῇ σαφηνιοῦμεν. Τὰ νῦν δὲ, ὡς ἐν ἐπιδρομῇ θεωρητέον ἐπ' ἀριθμῶν τοὺς εἰρημένους λόγους ἵνα τοίνυν ἐπίτριτον ἀποστήσῃ τις λόγον, ἀριθμοῦ δεῖ τρίτον ἔχοντος. Ὁ γὰρ τούτου ἐπίτριτος πάντως ἥμισυ ἕξει, ὅπως καὶ ὁ τούτου ἡμιόλιος πρὸς τὸν ἐξ ἀρχῆς διπλάσιον ὡς ἔχει ἐπὶ τῶν ς'. η'. ιβ'. Ἢ πάλιν ἵνα ἡμιόλιον λόγον ποιήσω, ἀριθμοῦ δεῖ ἥμισυ ἔχοντος, ἵν' ὁ ἡμιόλιος αὐτοῦ γενόμενος τρίτον ἀναγκαίως ἔχων, ὑπεπίτριτον λόγον πρὸς ἄλλον

A examinarentur. Præterea facile poterat accommodare proportionem fistulis & tibiis, & in genere instrumentis omnibus, quæ spiritu aguntur. Illic enim his consequenter longitudines & cavitates, secundum dictas rationes commensuratæ, perficiunt illas consonantias; dum latitudo &
B longitudo tibiarum est proportionalis cum crassitudine & longitudine & remissione chordæ, angustia & brevitas cum tenuitate, intentione & brevitate. Causas vero, ob quas hoc contingat, in proprio loco, nimirum in ipsa musica introductione manifestabimus. Nunc vero, tanquam in transitu,
C considerandæ sunt dictæ rationes numerorum; ut itaq; aliquis constituat sesquitertiam rationem, illi opus erit numero, qui habet tertiam partem. Hujus enim sesquitertia semper habebit dimidiam partem, ut & illius sesquialtera ad priorem habeat duplam rationem; quod contingit in 6.8.12. Vel rur-
D sus ut faciam rationem sesquialteram, opus est numero, qui habeat dimidiam partem, ut ejus sesquialtera, cum extenditur, habeat necessario tertiam partem, & respectu alte-

ἄλλον τινὰ ὅρον παρεχῇ, ὃς τοῦ ἐξ ἀρχῆς ἔσται πάλιν πολλαπλάσιος, ὡς ἔχει ἐπὶ τῶν ϛʹ. θʹ. ιβʹ. Εἰ δὴ τηρήσαιμεν τοὺς ἄκρους ὅρους ἑστῶτας, ἐπειδὴ καὶ οἱ αὐτοί εἰσιν ἐν ἀμφοτέραις ταῖς μεσότησι, τὸν ϛʹ λέγω καὶ τὸν ιβʹ. τοὺς δὲ μέσους ἅμα τάξαιμεν μεταξὺ αὐτῶν, ἔσται ἡ εἰρημένη διὰ τεσσάρων ὅρων μουσικὴ ἀναλογία ἡ ϛʹ. ηʹ. θʹ. ιβʹ. Ὃς διπλάσιος ἔσται τοῦ ἐξ ἀρχῆς ϛʹ. ἢ πάλιν ἡμιόλιον μὲν ἔχει τὸν θʹ πρὸς τὸν ἐπίτριτον τὸν ιβʹ, ὃς πάλιν ἔσται τοῦ ἐξ ἀρχῆς διπλάσιος. Καὶ αὕτη ἐστὶν ἡ προειρημένη ἐμπλοκὴ τῶν μέσων ὅρων πρὸς τοὺς ἄκρους. Ὅτι δ' ἀναγκαῖον ἦν πρῶτον τάξαι τὸν ϛʹ πρὸς τὴν τῶν λόγων ἀπόστασιν, ἐντεῦθεν ἂν μάθοιμεν. Μονάδα μὲν γὰρ οὐχ οἷόν τ' ἦν, ἐπειδὴ ἀμερὴς ὑπόκειται, καὶ οὔτε τρίτον ἔχει. Ἀλλ' οὐδὲ δυάδα, διότι ἥμισυ μὲν ἔχει, τρίτον δ' οὐχ ἔχει. οὐδὲ μὴν τὴν τριάδα, τρίτον μὲν ἔχουσαν, ἥμισυ δ' οὐκ ἔχουσαν, οὐδὲ τετράδα, διὰ τὰ αὐτὰ τῇ δυάδι. Τρίτου γὰρ καὶ αὕτη ἐστέρηται. Τὴν δὲ πεντάδα, διὰ τὰ αὐτὰ τῇ μονάδι, οὔθ' ἥμισυ, οὔτε τρίτον ἔχουσαν. Πρῶτος δὴ καὶ ἐλάχιστος ἡμῖν ὁ ϛʹ χρησιμεύσει

A rius cujuſdam termini exhibeat rationem ſubſeſquitertiam, quæ reſpectu prioris rurſus erit multiplex, ut contingit in 6. 9. 12. Si vero conſervaverimus extremos terminos permanentes, quoniam in ambabus medietatibus ſunt iidem, puto 6 & 12. medios vero ſimul in medio ipſarum ordina- B verimus, erit illa in quatuor terminis muſica proportio, nimirum 6. 8. 9. 12. Qui *numerus* erit duplus prioris 6. vel rurſus ſeſquialterum habet 9 ad ſeſquitertium 12, qui rurſus erit duplus prioris. Et hæc eſt prædicta mediorum terminorum ad extre- C mos implicatio. Quod autem in rationum diſtantia neceſſe ſit ordinari primo 6, hinc diſcimus, quia ordinari non poteſt unitas. Nam præſupponitur eſſe indiviſibilis, neque dimidiam neque tertiam partem habet. Nec poteſt binarius: nam dimidiam quidem partem habet, ſed non tertiam. D Neque ternarius. Nam tertiam quidem habet, ſed non dimidiam. Neque quaternarius. Nam illi eadem quæ binario contingunt; utpote & ipſa non habet tertiam partem. Neque quinarius, quæ cum unitate neque dimidiam neque tertiam partem

πρὸς τὰς τῶν λόγων ἀποστάσεις, ἀποτέλεσμα ὢν τῶν δύο πρώτων ἀριθμῶν, καὶ ἡμίσεος καὶ τρίτου ἐπιδεκτικῶν, λέγω δὲ τοῦ β´ καὶ γ´. Πρὸς δὴ τὸν ϛ´ ὁ μὲν η´ ἐπίτριτος ὤν, περιέξει τὴν διὰ τεσσάρων συμφωνίαν. Καὶ πάλιν τοῦ ϛ´ ὁ θ´ ἡμιόλιος ὢν περιέξει τὴν διὰ πέντε. Πρὸς δὲ τὸν θ´ ὁ ιβ´ τὴν διὰ τεσσάρων, ἐπίτριτος ὢν αὐτοῦ, πρὸς δὲ τὸν ἐξ ἀρχῆς ϛ´ πάλιν τὴν διὰ πασῶν. τὴν δὲ ὑπεροχὴν τοῦ διὰ πέντε πρὸς τὸ διὰ τεσσάρων, τὸ τονιαῖον διάστημα περιέξουσιν οἱ μέσοι ὁ θ´ πρὸς η´, ἐν ἐπογδόῳ λόγῳ ὄντες, διότι ἡμιόλιος λόγος τοῦ ἐπιτρίτου ἐπογδόῳ ὑπερέχει, ὡς εἴρηται. Καὶ ἡ διαφορὰ δὲ μειζόνων ὅρων τοῦ ιβ´ καὶ τοῦ η´ τὸν ἡμιόλιον λόγον περιέξει, ὅς ἐστι τῆς διὰ πέντε συμφωνίας, καὶ κατ᾽ ἐμπλοκὴν ἡ διαφορὰ τοῦ ιβ´ καὶ η´, πρὸς διαφορὰν τοῦ θ´ καὶ ϛ´, τὸν ἐπίτριτον ἕξει λόγον τῆς διὰ τεσσάρων συμφωνίας. Τὸν δὲ διπλάσιον ἥ τε τοῦ η´ καὶ ϛ´ διαφορὰ πρὸς τὴν τοῦ η´ καὶ θ´ διαφορὰν, καὶ ἡ τοῦ ιβ´ καὶ η´ διαφορὰ πρὸς τὴν τοῦ η´ καὶ ϛ´ διαφοράν. Καὶ ἔτι ἡ τοῦ ιβ´ καὶ ϛ´ διαφορὰ πρὸς τὴν τοῦ θ´ καὶ ϛ´ διαφοράν. Καθ᾽ ἑκάστην γὰρ συζυγίας λόγος ἐστὶ τῆς διὰ πασῶν

A habet. Primus itaque & ultimus 6 nobis utilis erit ad rationum distantias, utpote qui est effectus ex duobus primis numeris, qui dimidiam & tertiam partem suscipiunt, puto 2. & 3. Equidem 8 ad 6 habet rationem sesquitertiam, & continebit concentum διὰ τεσσάρων. Iterum 9 ad 6
B habet rationem sesquialteram, & continebit concentum διὰ πέντε. Sed 12. ad 9. sesquitertius, continebit διὰ τεσσάρων, sed ad 6. denuo concentum διὰ πασῶν. Excessus vero διὰ πέντε ad διὰ τεσσάρων, erit intervallum toni magnitudinem æquans, in
C mediis terminis 9 ad 8, qui sunt in ratione sesquioctava: quia sesquialtera ratio sesquitertiam superat sesquioctava, ut jam dictum est. Differentia etiam majorum terminorum 12 & 8 habebit rationem sesquialteram, quæ pertinet ad concentum διὰ πέντε; & secundum implicati-
D onem differentia 12 ad 8 ad differentiam 9 & 6 habebit rationem sesquitertiam in concentu διὰ τεσσάρων. Habebunt vero rationem duplam differentia 8 & 6 ad differentiam 8 & 9. item differentia 12 & 8 ad differentiam 8 & 6.

συμ-

συμφωνίας ὁ διπλάσιος. Τὸν δὲ A τριπλάσιον λόγον περιέξει τῇ διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε συμφωνίᾳ, ἡ διαφορὰ τοῦ τε θ' καὶ ϛ' πρὸς διαφορὰν θ' καὶ η'. ἡ καὶ διαφορὰ τοῦ ιβ' καὶ ϛ'. πρὸς διαφορὰν τοῦ η' καὶ ϛ'. Τὸν δὲ τετραπλάσιον λόγον τῆς δὶς διὰ πασῶν συμφωνίας ἡ τοῦ ιβ' καὶ η' ἡ διαφορὰ πρὸς τὴν τοῦ θ' καὶ η' διαφοράν. B Καὶ πλείονας δ' ἄν τις εὕροι λόγους τῶν συμφωνιῶν διαστημάτων, πολλαπλασιάσας τοὺς ἐκκειμένους τέσσαρας ὅρους ἐπί τε αὐτοὺς ἕκαστον, καὶ ἐπ' ἀλλήλους, καὶ ἔτι ἐπὶ τὰς αὐτῶν διαφοράς, καὶ τὰς διαφορὰς τὰς καθ' ἑαυτάς τε καὶ ἐπ' ἀλλήλας. Ὡς ἔνεστι κατὰ τὸ φι- C λόκαλον δι' αὐτοῦ ἕκαστον πειραθέντα κατανοῆσαι. Ἔστιν οὖν πάλιν μουσικὴ μεσότης, ὅταν ἐν τέσσαρσιν ὅροις ὡς ᾖ ὁ μέγιστος πρὸς τὸν παρ' αὐτόν, οὕτω ὁ τῶν μέσων ἐλάττων πρὸς τὸν ἐλάχιστον. Ὡς δ' ὁ μέγιστος πρὸς τὸν τῶν μέσων ἐλάττονα, οὕτως ὁ τῶν μέσων μείζων πρὸς τὸν D ἐλάχιστον. Παρακολουθεῖ δὲ αὐτῇ, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων πρόμηκες ἴσον ἀποτελεῖν, τῷ ὑπὸ τῶν μέσων γινομένῳ ἑτερομήκει. Περιέχει δὲ καὶ τὰς πρωτίστας τρεῖς μεσότητας μόνη,

A Præterea etiam 12 & 6 differentia ad differentiam 9 & 6. Nam omnis conbinatio, in concentu διὰ πασῶν habet rationem duplam. Sed rationem triplam continebit concentus διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε. Ut differentia 9 & 6 ad differentiam 9 & 8: & differentia 12. & 6 ad diffe- B rentiam 8 & 6. Rationem vero quadruplam in concentu δὶς διὰ πασῶν habebit differentia 12 & 8 ad differentiam 9 & 8. Plures etiam aliquis inveniet conſonantium intervallorum rationes, ſi multiplicaverit quatuor expoſitos terminos per ſe quemque, & omnes per ſe invicem; C prætrea etiam ipſorum differentias, per ſe unamquamque, & omnes per ſe invicem; quemadmodum quis poterit per ſe animadvertere, qui elegantiæ ſtuduerit. Eſt itaque rurſus muſica medietas, quando in quatuor terminis ut ſe habet maximus ad ſequentem, ita mediorum mi- D nor ad minimum. Item ut maximus ad mediorum minorem, ita mediorum major ad minimum: Ejus conſequens eſt, quod antelongius ab extremis factum efficiat æquale altera parte longiori facto à mediis. Sola etiam in ſe

ἀριθ-

ἀριθμητικὴν μὲν ἐν ὅροις τοῖς ιβ΄. θ΄. ϛ΄. Ἴσως γὰρ ὁ μέσος ὑπερέχει καὶ ὑπερέχεται. Ἁρμονικὴν δὲ ἐν ὅροις τοῖς ιβ΄. η΄. ϛ΄. Τῷ γὰρ αὐτῷ μέρει τῶν ἄκρων αὐτῶν ὁ μέσος ὑπερέχει τε καὶ ὑπερέχεται. Τὴν δὲ γεωμετρικὴν ἐν διαζεύξει. Ἔστι γὰρ ὡς ιβ΄ πρὸς η΄, θ΄ πρὸς ϛ΄, ὥστε τὴν ταυτότητα τῶν λόγων διὰ τῶν δ΄ ὅρων ἀποδοθῆναι. Καὶ τοῦτο μὲν ἡμῖν πέρας τῆς εἰσαγωγῆς ἔστω τὸ παρὸν τῆς κατὰ πυθαγόρειον Νικόμαχον. Αὖθις δὲ θεοῦ διδόντος ἐντελεστέραν σοι καὶ αὐτὴν ταύτην τὴν ἀριθμητικὴν εἰσαγωγήν, ὥστε καὶ ἤδη ἕξιν παρακολουθητικὴν διὰ ταύτης ἐσχηκότι ποιήσαντες παρέξομεν. Καὶ ὅσα δὲ ἄλλα ἐπανθεῖ τοῖς ἀπὸ μονάδος μέχρι δεκάδος ἀριθμοῖς κατὰ τὸν φυσικὸν λόγον καὶ τὸν ἠθικόν, καὶ ἔτι πρὸς τούτων τὸν θεολογικὸν καταταξάντες συμφιλολογήσομεν, ἵνα ἀπ᾽ αὐτῶν εὐμαρεστέρα σοι λοιπὸν καὶ ῥάστη τῶν ἑξῆς τριῶν εἰσαγωγῶν, μουσικῆς λέγω καὶ γεωμετρικῆς καὶ σφαιρικῆς ἡ παράδοσις γένηται.

A continet primas tres medietates, arithmeticam quidem in terminis. 12. 9. 6. Medius enim æqualiter superat & superatur. Harmonicam vero in terminis 12. 8. 6. Medius enim eadem extremorum parte superat & superatur. Sed geometricam in disjunctione. Nam ut 12 ad 8. ita 9 ad 6. B ita ut in quatuor terminis sit rationum identitas. Et hic in præsentia nobis sit terminus introductionis, quam tradidit Pythagoreus Nicomachus. Inposterum Deo dante exhibebimus hanc eandem tibi arithmeticam introductionem perfectiorem, & efficiemus etiam, ut per eandem pos-C sis habere habitudinem intelligentia consequendi, & quæcunque alia effulgent in numeris, ab unitate usq; ad denarium, secundum rationem naturalem & moralem, præterea etiam Theologicam in ordinem relatam una differemus; ut per illas tibi deinde tres sequentes introducti-D ones musica, puto, geometrica & astronomica promptius & facilius tradantur.

Τέλος τοῦ τετάρτου λόγου, περιέχοντος ἀριθμητικὴν Νικομάχου.

FINIS LIBRI QUARTI,
Qui continet Arithmeticam Nicomachi.

DESCRIPTVM
EX
Duobus Regiis codicibus
FRAGMENTVM

ΙΑΜΒΛΙΧΟΥ
ΠΕΡΙ ΕΙΜΑΡΜΕΝΗΣ

IAMBLICHI
DE
FATO.

Opera & versione

SAMUELIS TENNULII.

Οὐκέτι δὴ οὖν ὅσου ἀπορεῖς, A
δεσμοῖς ἀλύτοις ἀνάγκης, ἣν εἱμαρμένην καλοῦμεν, ἐνδέδυται πάντα. Ἔχει γὰρ ἀρχὴν οἰκείαν ἡ ψυχὴ τῆς εἰς τὸ νοητὸν περιαγωγῆς, καὶ τῆς ἀποστάσεως μὲν ἀπὸ τῶν γινομένων, ἐπὶ δὲ ὂν καὶ τὸ θεῖον συναφῆς. Οὐδ' αὐτοῖς τὴν εἱμαρμένην ἀνήψαμεν, B
οὓς ὡς λυτῆρας τῆς εἱμαρμένης ἐντε

Non equidem ignoras, quod omnia necessitatis, quam fatum vocamus, indissolubilibus vinculis sint induta. Habet etenim anima proprium principium adductionis ad intelligibile, quæ quidem est distantia ab illis, quæ fiunt, sed conjunctio cum divinis & illis, quæ revera sunt. Nos vero non subjicimus illos fato, quos tanquam fati solutores in

ἱεροῖς καὶ ξοάνοις θεραπεύομεν. Ἀλλ' οἱ μὲν θεοὶ λύουσι τὴν εἱμαρμένην, αἱ δ' ἀπ' αὐτῶν ἔσχαται φύσις, καθήκουσαι καὶ συμπλεκόμεναι τῇ γενέσει τοῦ κόσμου καὶ τῷ σώματι, τὴν εἱμαρμένην ἐπιτελοῦσιν. Εἰκότως ἄρα τοῖς θεοῖς ἁγιστείαν πᾶσαν εἰσάγομεν, ὅπως ἂν μόνοι διὰ πειθοῦς νοερᾶς τῆς ἀνάγκης ἄρχοντες, τὰ ἀπὸ τῆς εἱρμαρμένης ἀποκείμενα κακὰ ἀπολύωσιν. Ἀλλ' οὐδὲ πᾶν δέχεται ἐν τῇ φύσει τῆς εἱρμαρμένης, ἀλλ' ἔστι καὶ ἑτέρα τῆς ψυχῆς ἀρχὴ, κρείττων πάσης φύσεως καὶ γνώμης, καθ' ἣν καὶ θεοῖς ἑνοῦσθαι δυνάμεθα, καὶ τῆς κοσμικῆς τάξεως ὑπερέχειν, ἀϊδίου τε ζωῆς καὶ τῆς ὑπερουρανίων θεῶν τῆς ἐνεργείας μετέχειν. Κατὰ δὴ ταύτην οἷοί τε ἐσμὲν καὶ ἑαυτοὺς λύειν. Ὅταν γὰρ δὴ τὰ βελτίονα τῶν ἐν ἡμῖν ἐνεργῇ, καὶ πρὸς τὰ κρείττονα ἀνάγηται αὐτῆς ἡ ψυχὴ, τότε χωρίζεται παντάπασι τῶν κατεχόντων αὐτὴν εἰς τὴν γένεσιν, καὶ ἀφίσταται τῶν χειρόνων, ζωήν τε ἑτέραν ἀνθ' ἑτέρας ἀλλάττεται, καὶ δίδωσιν ἑαυτὴν εἰς ἄλλην διακόσμησιν, τὴν προτέραν ἀφεῖσα παντελῶς.

A templis & simulacris colimus. Sed Dii solvunt fatum, & ultimæ ab illis naturæ, quæ generationi mundi & corpori conveniunt & implicantur, peragunt & sequuntur decreta fatorum. Iure ergo Deos omni sanctitate prosequimur, ut, qui soli per intelligentem persuadendi vim imperant necessita-
B ti, dissolvant mala à fato destinata. Non omnia vero, quæ sunt in natura rerum, fatum admittunt; sed est aliud animæ principium, omni natura & decreto potentius, secundum quod possumus etiam cum Diis uniri, & mundanam constitutionem superare, esse etiam participes æternæ vitæ
C & Cælestium Deorum actus: imo secundum illud nos ipsos solvere possumus. Quando enim melior potiorque pars nostri anima fuerit operata, & adducta ad ea quæ sunt præstantiora, tunc ab iis, quæ eam ad generationi serviendum detinent, separabitur, & recedet à pejoribus; aliamque
D vitam cum alia commutabit, imo se ipsam, postquam prius institutum prorsus dimisit, alii informandam atque ornandam tradet. Quid igitur, dum Dii omnia versant & continent, aliquis se potest ipsum solvere, & putare

Ti

Τὶ οὖν οἷόν τε ἐστὶ διὰ τῶν πολευόντων θεῶν λύειν ἑαυτὸν, καὶ τοὺς αὐτοὺς ἡγεῖσθαι μοιρηγέτας καὶ δεσμοῖς ἀλύτοις τοὺς βίους δεσμεύοντας. Κωλύει μὲν ἴσως οὐδὲν καὶ τοῦτο, εἰ τῶν θεῶν πολλὰς περιεχόντων οὐσίας καὶ δυνάμεις ἐν ἑαυτοῖς, ἐνυπάρχουσιν ἐν αὐτοῖς ἄλλαι τε ἀμήχανοι ἔσαι τε διαφοραὶ καὶ ἐναντιώσεις. Οὐ μὴν ἀλλὰ καὶ τοῦτο ἔνεστι λέγειν, ὡς ἐν ἑκάστῳ τῶν θεῶν καὶ τῶν ἐμφανῶν εἰσί τινες οὐσίαι νοηταὶ καὶ ἀρχαὶ, δι' ὧν γίνεται ἡ ἀπὸ τῆς γενέσεως τῶν κόσμων ταῖς ψυχαῖς ἀπαλλαγή. Εἰ δ' ἄρα τις καὶ δύο γένη περικοσμίων τε καὶ ὑπερκοσμίων θεῶν ἀπολείποι διὰ τῶν ὑπερκοσμίων, ἔσαι ταῖς ψυχαῖς ἡ ἀπόλυσις. Ταῦτα μὲν οὖν ἐν τοῖς περὶ θεῶν ἀκριβέστερον λέγεται. Τίνες τε εἰσὶν ἀναγωγοὶ καὶ κατὰ ποίας αὐτῶν δυνάμεις πῶς τε τὴν εἱμαρμένην λύουσι. Καὶ διὰ τινῶν ἱερατικῶν ἀνόδων τάξις τε ὁποία τῆς κοσμικῆς ἐστι φύσεως, καὶ ὅπως ἡ νοερὰ ταύτης ἐπικρατεῖ τελειοτάτη ἐνέργεια. Ὥς τε οὐδ', ὅπερ ἐκ τῶν ὁμηρικῶν σὺ παρέθηκας, τὸ τρεπτοὺς εἶναι τοὺς θεοὺς, ὅσιόν ἐστι φθέγγεσθαι. Νόμοις γὰρ ἀ-

A Deos fatorum arbitros ac Duces, atque indissolubilibus vitas vinculis ligantes. Hoc etiam æque nihil obstat; si, cum Dii multas in se contineant essentias & potentias, sunt in ipsis aliæ spontaneæ quales differentiæ & contrarietates. Nequidem vero hoc etiam licitum
B est dicere, quod in singulis Diis etiam manifestis sint quædam essentiæ & principia intelligibilia, per quæ animæ liberentur à generatione mundorum. Si vero etiam quis duo genera mundanorum & supramundanorum Deorum relinquat, animæ liberabuntur per
C supramundanos. Hæc igitur sunt, quæ de Diis perfecte & certe possunt dici. Quidam etiam volunt nos ducere ad mysteria, & inquirere, secundum quas potentias Dii solvant fatum, perque quos sacros ascensus fiat talis mundanæ naturæ ordinatio, & isti quo-
D modo imperet intelligens perfectissima operatio; ita ut non possit dici, quod ex Homericis afferebas, Deos esse mutabiles. Sanctæ enim religionis opera jam dudum sunt definita legibus, incontaminatis & intelligentibus

χράντοις καὶ νοεροῖς ὥρισται πάλαι τὰ ἔργα τῆς ἱερᾶς ἁγιστείας, τάξει τε μείζονι καὶ δυνάμει λύεται τὰ καταδεέστερα εἰς βελτίονα, τῶν μεθισταμένων ἡμῶν λῆξιν ἀπόστασις γίνεται τῶν καταδεεστέρων, καὶ οὐ παρὰ τὸν ἐξ ἀρχῆς τι θεσμὸν ἐπιτελεῖται ἐν τῷ τοιῷδε. ἵνα μεταστραφῶσιν οἱ θεοὶ κατὰ τὴν εἰς ὕστερον γιγνομένην ἱερουργίαν. Ἀλλ' ἀπὸ τῆς πρώτης καθόδου κατέπεμψεν ὁ θεὸς τὰς ψυχὰς, ἵνα πάλιν εἰς αὐτὸν ἐπανέλθωσιν. Οὔτε οὖν ἀναβολή τις γίνεται διὰ τῆς τοιαύτης ἀναγωγῆς, οὔτε μάχονται αἱ κάθοδοι τῶν ψυχῶν. Ὥσπερ γὰρ καὶ ἐν τῷ παντὶ τῇ νοερᾷ οὐσίᾳ ἡ γένεσις καὶ τὸ πᾶν συνήρτηται, οὕτω καὶ ἐν τῇ τῶν ψυχῶν διακοσμήσει τῇ περὶ γένεσιν αὐτῶν ἐπιμελείᾳ συμφωνεῖ καὶ ἡ ἀπὸ γενέσεως λύσις.

A & majore ordinatione & potentia imperfectiora ſolvuntur in meliora; cum nos ſortitionem ſubmovemus, oritur imperfectiorum diſceſſus; & nihil perficitur ſecundum primam legem in talibus, ut Dii ſecundum posteriorem rei divinæ peractionem mutarentur. Sed Deus ex prima B migratione animas demiſit, ut rurſus ad illum revertantur. Non igitur fit aliqua cunctatio per talem ſubductionem, neque animarum aſcenſus ſunt repugnantia. Ut enim in univerſo procreatio & omnia ſunt annexa eſſentiæ intelligenti; ita & in animarum formatione cura C earum procreandarum & mortis ſolutio inter ſe conſpirant.

DE

Τοῦ αὐτοῦ, ὅπῃ τὸ θεῖον εὐχῆς ἀντιλαμβάνεται.

Ejuſdem JAMBLICHI,

Quomodo Dii opem ferant precibus.

A Εἰ δέ σοι ἄπιστον εἶναι καταφαίνεται, πῶς φωνῆς ἀκούει τὸ ἀσώματον. Καὶ ὡς αἰσθητοῦ προσδεήσεται καὶ δι' ὤτων τὰ λεγόμενα ὑφ' ἡμῶν ἐν ταῖς εὐχαῖς, ἑκὼν ἐπιλανθάνῃ τῆς τῶν πρώτων αἰτίων περιουσίας, ἔν τε τῷ εἰδέναι καὶ τῷ περιέχειν ἐν ἑαυτοῖς τὰ ὑφ' ἑαυτῶν πάντα. B Ἐν ἑνὶ γὰρ δή που συνήλειφεν ἐν ἑαυτοῖς ὁμοῦ τὰ ὅλα. οὔτε δὴ οὖν διὰ δυνάμεων, οὔτε δι' ὀργάνων εἰσδέχονται εἰς ἑαυτοὺς οἱ θεοὶ τὰς εὐχάς. Ἐν ἑαυτοῖς δὲ περιέχουσι τῶν ἀγαθῶν τὰς ἐνεργείας τῶν λόγων, καὶ μάλιστα ἐκείνων, οἵτινες διὰ τῆς ἱερᾶς ἁγιστείας ἐνιδρυμένοι τοῖς θεοῖς καὶ συνηνωμένοι τυγχάνουσι. C Ἀτεχνῶς γὰρ τηνικαῦτα αὐτὸ τὸ θεῖον πρὸς ἑαυτὸ σύνεστι, καὶ οὐδ' ὡς ἕτερον πρὸς ἕτερον κοινωνεῖ τῶν ἐν ταῖς εὐχαῖς νοήσεων.

QVoniam tibi videtur, eſſe incredibile, quomodò incorporea natura poſſit vocem audire; ſi quidem ut ſenſili natura indigent omnia, etiam quæ per aures à nobis in precibus dicuntur, ita ſponte obliviſcuntur *Dii* priorum cauſarum copiæ & in cognoſcendo & in comprehendendo omnia in ſe, quæ ſunt ab illis. *Reſpondeo*: Dii quoniam in momento temporis omnia in ſe complectuntur, recipiunt ad ſe preces non per potentias neque per organa; verum in ſe ipſis habent bonarum precum operationes, imprimis earum, quæ per ſanctam religionem in Diis collocantur & cum iis uniuntur. Dii enim tum vere ipſi ſunt ſecum, & ſibi interſunt; neque, ut aliæ *eſſentiæ*, ſecum communicant cogitationes, quas habent de precibus.

Horum fragmentorum, humaniſſime lector, ſenſus quanquam haberi videatur in libro de myſteriis Ægyptiorum; tamen quia in duobus Regiis & Palatino MSſ. ſeparata habebantur, etiam ſic protuli. Vale & his fruere.

Explicatio

IOACHIMI CAMERARII
Papebergensis

IN DUOS LIBROS

NICOMACHI GERASENI
PYTHAGOREI

Deductionis

Ad Scientiam Numerorum.

ET NOTÆ

SAMUELIS TENNULII

IN

ARITHMETICAM

JAMBLICHI CHALCIDENSIS.



DAVENTRIÆ.

Typis WILHELMI WIER, CIↃ IↃCLXVII.

Vossius in astrologis latinis posterioribus, sic judicabat de Camerario.

QVid nunc memorem præclara Camerarii merita de universa politiori literatura, ac tot oratoribus, historicis, poëtis emendatis ac illustratis? Profecto vir hic nunquam satis laudatus, si alius quisquam, vere Germaniæ suæ Phœnix fuit; non gentis suæ Iudicio solum, sed etiam exterarum. Quantis enim præconiis eum extollunt Iovius, Turnebus, Lipsius, & optimus ac doctissimus quisque! Vsque adeo ut, qui eum non maximi faciat, is certissimo indicio vel inter indoctos & improbos referri mereatur. Natus vir tantus fuit anno CIƆ IƆ: *denatus* CIƆ IƆ LXXXIV.

Explicat.

Explicatio
IOACHIMI CAMERARII
Papenbergensis
IN NICOMACHI GERASENI
Pythagoræi deductionis Ad
Scientiam numerorum, ex duobus Libris, Priorem.

PROOEMIUM susceptæ operæ causam exponit. Nimirum, distinguendum esse veras & constantes naturas atque res, quæ sint corporis expertes (Græce ὄντως καὶ κυρίως ὄντα vocantur) ab ijs quæ sint & ipsæ res quidem atque naturæ, sed nomine seu verbo tantum, quæ scilicet corporis molem habeant, & subijciantur sensibus cum illæ alteræ intelligentia solum animi comprehendantur. Sapientia autem est illarum certarum atque constantium, non harum caducarum & fluxarum, cujus studium nominatum est philosophia, ejusque definitio: scientia in rebus & naturis veritatis. Scientiam vero definierunt: Comprehensionem rei subjectæ non allucinantem, & immotam, pertinet tamen hæc ad eas quoque quæ nomine res sunt participantes veras illas, sed non proprie, verum quodam respectu atque casu. Eam igitur considerationem atque tractationem contendentibus ad finem convenire & necessariam esse ait: Quæ est scilicet commoditas seu felicitas vitæ, ut contingere aliter quam per studium sapientiæ nequit. Rerum deinde docet esse autor, alias conjunctas, ut unum quiddam sint, atque consertas. Ut animantem, stirpem, Mundum ipsum. Quorum omnium proprium, inquit, est ut magna appellentur. Aliæ sunt discretæ & applicatæ, quasique coacervatæ: Quæ vocantur multa. Ut grex, populus cœtus, acervus. Horum generum duum, cum scientia sit, sciendum determinata hæc sub

ſcientiam cadere. Nam infinitorum nulla eſt ſcientia. Sunt autem magna & multa per ſe & ſimpliciter infinita. Illa diminutione, hæc incremento. Quapropter multa definienda ſunt copia, id eſt, eo quod ποσόν id eſt, quantum dicimus, & magna mole, id eſt, eo quod πηλίκον, ſive quam grande. Rurſum quod quantum dicimus id conſideratur aut per ſe atque ſolum, ut quadratum, par, impar: aut comparatione ad alterum, ut duplex, dimidium, majus, minus, ſeſqui, tertiâ parte amplius. Prioris eſt Arithmetice ſcientia. Poſterioris Muſice. Jam quod quam grande ſit, quærimus, in eo ſpectatur ſtatus ac quies, & habet ſcientiam cujus nomen eſt Geometria. Spectatur & converſio ac motio, & habet ſcientiam, quæ vocatur Sphærice. Atque patet ſine his ſapientiam non poſſe conſtitui, neque ſtudium hujus. Utilitatem autem non putat autor quærendam in hoc ſtudio vulgarem, adducens locum ex Rerumpublicarum Platonis libro ſeptimo: Nimirum ut Arithmetice adhibeatur ad rationes explicandas contrahendaque negotia in ſocietate hominum: Geometria ad caſtra metanda, ad deſignationes ædificiorum, ad agrorum menſuras: Sphærice & Aſtronomia ad temporum diſtinctiones, quas cognoſci prodeſt ad agriculturam & navigationes & actiones alias hominum opportunas: Muſice ad celebritates dierum feſtorum & cæteras hilaritates. Docetque reprehendi hoc à Platonico Socrate, & oſtendi fructus uberiores ac ſpecioſiores: quod oculi animorum his diſciplinis illuſtrentur, & in eis quaſi ignes ſopiti excitentur, ut iam aſpicere ad lucem veritatis, & res ipſas naturamque per ſe contemplari valeant. Eſt autem harum diſciplinarum quatuor Prima velutique parens Arithmetice. Quâ ſublatâ evaneſcunt & cæteræ. Sed non contra, ſublatis cæteris, & jam hæc ipſa evaneſcit. Ut ſi non ſint tria aut quatuor, non poterit eſſe triquetra aut quadrata figura. Sed figuris his ſublatis, nihilo tamen minus tria ac quatuor remanent. Jam Muſices concentus numeris indicantur & diſtinguuntur, & habent rationes inter ſe, quæ numeris notantur. Nam concentus διὰ τεσσάρων, Rationem habet, quæ eſt ejus, quod tertiâ parte amplius dicitur. διὰ πέντε, ſeſqui. διὰ πασῶν, duplicem. διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε ſimul, triplicem. Δὶς διὰ πασῶν, quadruplicem.

EXPO-

EXPOSITORVM DESIGNATIONES

Sunt tales

Quod quantum dicitur, eſt:

- Continuum ſeu concretum.
  - Immobile, Geometria.
  - Mobile, Aſtronomia.
- Diviſum ſeu diſcretum.
  - per ſe, Arithmetica.
  - Relatum ad aliud, Muſica.

2–3	Ἡμιόλιος, διὰ πέντε
3–4	Ἐπίτριτος διὰ τεσσάρων.
4–6	Ἡμιόλιος.
6–8	ἐπίτριτος.
2–4	Διπλάσιος διὰ πασῶν.
2–6	Τριπλάσιος, διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε
2–8	Δὶς διὰ πασῶν τετραπλάσιος

DE Sphæricâ autem ſeu Aſtrologia res manifeſtior eſt. Hæc enim ſcientia, tam Geometria quam Muſica poſterior, numeris explicat cum alia tum copia horum motus ſiderum, & ortus, occaſus, progreſſiones, regreſſiones, celeritates & apparentes ſpecies ſeu facies.

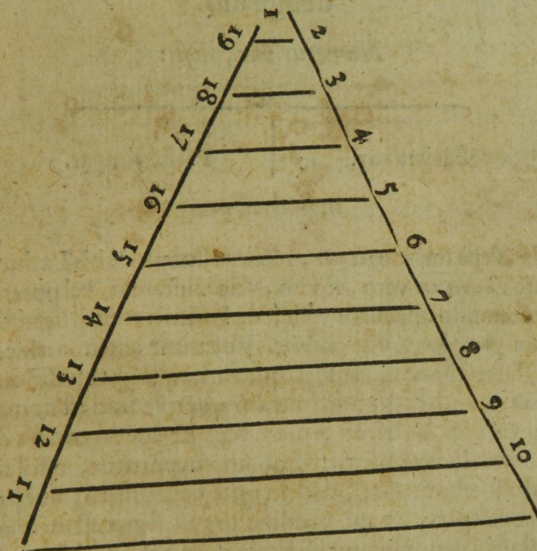
Quapropter Arithmetices artificioſa tractatio, primas tenet, inſtar parentis atque nutricis. Numeri autem conſideratio præcipua eſt ab omni materiâ liberi illius, ſecundum quem tanquam exemplarem creando conformata fuêre univerſa: Tempus, motus, cœlum, ſidera, evolutiones cunctæ, & quem ſcientia comprehendit atque explicat, qui ipſe quidem concinantur: ſed ex ſeſe non aliunde. Inſunt enim in hoc primæ ſpecies duæ complectentes naturam copiæ, ſeu ejus, quod dicimus quantum, diverſæ inter ſeſe, generis tamen ejuſdem: Impar & Par, viciſſim in ſe ipſis divina efficientia mirificè, nec ſeparabili formæ ſimilitudine concinnatæ.

Numerus autem eſt definita multorum copia. Aut, coetus collectus ex ijs, quæ ſingula unum ſunt. Aut copiæ multorum fluxio compoſita de ſingulis unis. Prima numeri diviſio eſt in numerum parem & imparem. Vulgares autem definitiones utriuſque notæ ſunt. Pythagorica eſt aliquanto ſubtilior, & ideo obſcurior. Hoc autem ſibi illa vult: Eſſe quandam reciprocam affectionem, ejus, quod quantum (in quo copia ſpectatur) & ejus quod quam grande (cujus moles eſt) dicimus. Jam numerus Par cum dividitur in duas partes æquales. In hac ſectione habente partes duas, id eſt bis dimidium, oſtendit ſe, de quo quæritur, quam grande ſit, ſimul maximum, ſimul in copia in qua quantum nominatur, minimum. Eſt enim dimidium pars, ſeu partio, una altera. Quod Græcè διυοσὸν vocatur, denominatum à duobus. Quemadmodum τὸ τρίτον, Pars tertia, à tribus. τὸ τέταρτον, Pars quarta, à quatuor. Eſt autem omnium partium, una altera pars major. Et ideo hac conſideratione dimidium eſt in numero maximum, cum quæritur quam grande ſit. Eſt vero numerus duum, minimus numerorum, & ita copiæ conſideratione æqualis diviſio numeri paris minimum complectitur. Nam unum numerus ſimpliciter non eſt. Definitio, quam autor antiquam appellat, ea verbis quodammodo rem involvit. Neque aliud dicit, quam parem numerum, & in ambos pares, & impares ambos dividi poſſe. Imparem vero ſemper in Imparem & Parem. Jam illa definitio, quam vocat autor mutuam, & ipſa plana atque aperta eſt.

Theorema de dimidiâ parte numeri, nihil requirit niſi notitiam συν-

θέσε-

θέσεως, id est, compositionis, cum numerus ad numerum additur. Hæc enim est σύνθεσις. Vnum singulare est Individuum, fons & origo numeri, neque propriè & evidenter numerus tamen. Itaque duo quoque naturam habent numeri singularem, quæ non possunt aliter quam in duo secari. Et accidit his, ut compositione & multiplicatione eadem copia existat: Id quod aliis nullis evenit: designantur autem quasi scalarum gradus quidam, serie procedentium numerorum, ad denarium usque limitem hoc modo.



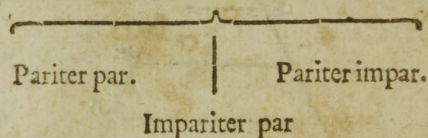
Ex hac designatione animadverti potest compositionis procedendo & recedendo, & utrumque ordinem complectendo consensio. Itaque 2. & 19. tam multa sunt, quam 10. & 11. Itemque 3. & 18. Tam multa, quam 9. & 12. Et similiter sese res habet de interjectis medijs, super & infra, cæteris.

 Duo

Duo ſunt numeri genera, ſicut dictum eſt: Paris & Imparis. Sub hæc aliæ formæ ſubjiciuntur. Nam aut eſt numerus pariter par, aut pariter è contrario impar. Inter quos medius reperitur impariter par. Sumatur exemplum pariter paris. 64. Pariter imparis 18. Impariter paris. 24. In enim pariter imparis ſtatim prima in duas partes diviſione impares numeri reperiuntur. In impariter autem pari pluribus quidem diviſionibus locus eſt, ſed non poteſt tamen perveniri ad unum.

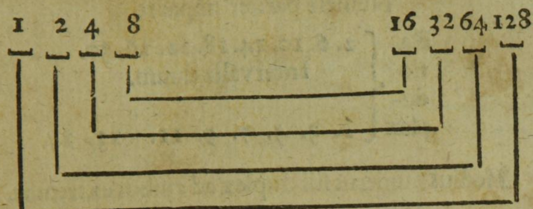
His ſubjicitur talis quædam deſignatio.

Numerus par, Eſt:



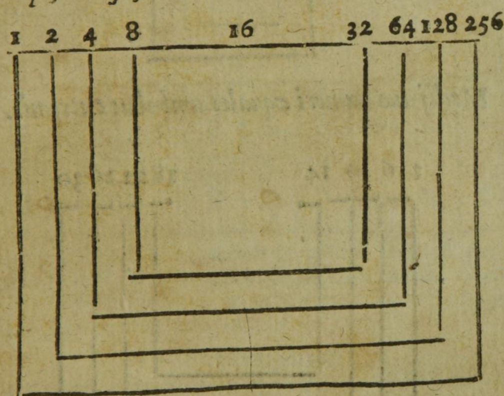
Cum fiat ſæpè mentio μερῶν, rectè poſſumus de his Latino nomine partium uti: δύναμιν vero, ſi vim, vel facultatem, vel potentiam aliquis interpretando appellare velit, de Latini nominis ſignificatione, rei naturam perſpicere vix poterit. Vocarunt autem artifices hac in diſciplinâ, lateris hanc multiplicationem. Itaque in expoſitione numerorum ἀνάλογον id eſt proportione, δύναμις quadrati eſt numeri. Ut in dupla 2.4. 16. &c. In tripla. 3.9.27. &c. Et ita in cæteris deinceps. Cum igitur hic locus obſcurè admodum exponatur, nihil aliud dici exiſtimandum eſt, quam: Quod in quolibet numero, qui pariter par eſt, unaquæque pars, ex multitudine unius (quæ eſt ποσότης τῶν μονάδων) conſtans, denominetur ab altera quapiam in eodem. Et quod item hæc denominationem ab illa, quam ipſa denominavit, recipiat. Hoc eſt, quod mutuo ſibi illæ partes de multitudine ſua, denominationes impertiant, reſpondentes ſibi contraria quadam conſtitutione. Quemadmodum ab autore hæc exemplis demonſtrantur. Intelligendum autem Denominationes, ita reciprocari; Unum eſt δυοστὸν id eſt,

est, alterum de duobus, & duo sunt bis unum. Duo pars altera de quatuor,& quatuor bis duo. Et similiter deinceps. Item unum quater reperitur in quatuor, & quater unum sunt quatuor. Duo quarta pars ex octo, & bis quatuor sunt octo. Quarta pars sunt quatuor ex sedecim & sedecim quater quatuor. Eodemque planè modo per omnes ita collocatos numeros res procedit & revertitur.



Hæc est expositio numerorum serie rationis duplæ, æquali.

Sequitur expositio ejusdem rationis numerorum serie inæquali.



Iam numerus impariter, cum medius inter pariter parem & pariter imparem interjectus sit, habet & communia cum utroque & diversa ab

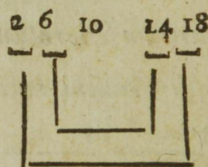
ab ambobus. Id quod procreatio ipsius indicat. Cujus diagramma quoddam reperitur, quod, ubi pariter imparis designationes prius proposuerimus, etiam ipsum subjiciemus.

Ad procreationem numeri pariter imparis pertinens designatio.

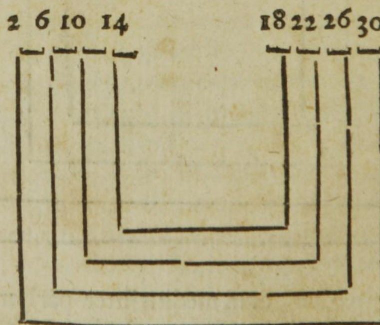
Numeri pariter impares.

Ra-	2. 6. 10. 14. 18. 22. 26. 30.
tio	Intervalla duum.
du-	
plex	1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15.

Medius numerus subduplex ad ambos extremos.



Medij duo numeri æquales ambobus extremis.



Procreationis numeri impariter paris diagramma.

LATITUDO

68	60	52	44	36	28	20	12	4	3
136	120	104	88	72	56	40	24	8	5
272	240	208	176	144	112	80	48	16	7
544	480	416	352	288	224	160	96	32	9
1088	960	832	704	576	448	320	192	64	11
2176	1920	1664	1508	1152	896	640	384	128	13
4352	3840	3328	3016	2304	1792	1280	768	256	15
8704	7680	6656	6032	4608	3584	2560	1536	512	17
&c.	&c.	&c.	&c.	9216	7168	5120	3072	1024	19
&c.	&c.	&c.	&c.	&c.	14336	10240	6144	2048	21

LONGITUDO

Numerus impar habet & ipſe quædam diſcrimina. Nam & primus aliquis eſt nec compoſitus. Et huic contrarius ſecundus ac compoſitus. Et in iſtorum quodam quaſi intervallo, per ſe ſecundus & compoſitus, reſpectu autem primus neccompoſitus. Tali quadam deſignatione.

Numerus impar.

Primus neccompoſitus | Secundus accompoſitus,

Per ſe ſecundus accompoſitus, reſpectu mutuo primus neccompoſitus.

Ejus, quod Eratoſthenes cribrum vocavit, propoſitum diagramma ad notam numerorum compoſitorum & medij generis, deſignationem duplicem ſubjecimus.

Una deſignatio inveniendi numerum ſecundum accompoſitum, itemque per ſe ſecundum ac compoſitum, reſpectu autem mutuo primum neccompoſitum, qui medius vocatur.

3	5	7	3.3 9	11	13	3.5 15	17	19	3.7 21	23	5.5 25	3.9 27	29	31	3.11 33	5.7 35	37
3.13 39	41	43	5.9 3.15 45	47	7.7 49	3.17 51	53	5.11 55.	3.19 57	59	61	7.9 3.21 63	5.13 65	67	3.23 69	71	73
5.15 3.25 75	7.11 77	79	9.9 3.27 81	83	5.17 85	3.29 87	89	7.13 91	3.31 93	5.19 95	97	9.11 3.33 99	101	103	5.21 3.35 105	107	109

Altera

Altera designatio.

~~3~~. ~~5~~. ~~7~~. 9. ~~11~~. ~~13~~. 15.
~~17~~. ~~19~~. 21. ~~23~~. 25. 27. ~~29~~.
~~31~~. 33. 35. ~~37~~. 39. ~~41~~. ~~43~~.
45. ~~47~~. 49. 51. ~~53~~. 55. 57.
~~59~~. ~~61~~. 63. 65. ~~67~~. 69. ~~71~~.
~~73~~ 75. 77. ~~79~~. 81. ~~83~~. 85.
87. ~~89~~. 91. 93. 95. ~~97~~. 99. &c.

Quod autor dicit de secunda numeri imparis in serie proposita consideratione: Invenire se quod 5. metiantur omnes numeros intervallo quatuor: id in diagrammate patet. Nam 5. atque 15. intervallum habent quatuor. & rursum inter 15. & 25. quatuor numeri intercedunt. Similiterque inter 25. & 35. Verùm 15. habent numerum metientem 3. Qui primus est in serie numerus. Et 25. habent 5. qui est in serie numerus secundus. & 35. habent 7. qui est tertius in serie numerus. & ita res procedit deinceps.

Animadvertitur & hoc. Quod à primo in serie, id est a se ipso, tria, deinceps quartum quenq; numerum metiantur: Ut 3.5.7.9. Hæc sunt tria. 9. 11.13.15. hæc sunt ter quinque. 15.17.19 21. Hæc sunt ter septem; & ita deinceps.

Quod additur ab autore, de tertio numero in serie, qui est 7. & intervallo. 6. Intelligitur judicari numerum, qui est septimo loco ultra 7. isque invenietur 21. Item & 21. interponuntur 9. 11.13.15.17. 19. Qui sunt distincti numeri sex.

Qui metientes numeros numeri habeant duos, in serie notantur. Ut 45. habeant metientes numeros primum 3.15. deinde 5.9. Item 63. habeat. 3.21. & 7. 9. Numerus autem. 105. habet. 3. 35. &. 5.21 & 7.15.

Quod autor ait: eos numeros quos unus tantum numerus metiatur multitudine sua, habere unum diversum à suâ denominatione nomen (ipse παρωνυμον & ἑτερώνυμον appellat) De eo exemplum ponitur numeri 9. & numeri 25. Utrumque enim horum unus tantum metitur numerus, alterum 3. alterum 5. sua quidem ille ipsius multitudine. Tria enim tribus multiplicata sunt 9. & 5. seipsis multiplicata fiunt 25. Et ideo unam tantummodo habebunt partem diversi nominis ultra denomi-

nominationem suam. Novem enim ultra denominationem suam ; quod est unum. (Nam quasi pars nona hujus unum est) Diversum etiam nomen habent partis tertiæ, id est 3. Similiter & 25. habent partem vicesimam quintam, quæ ipsius numeri est denominatio, habent & partem quintam diversi nominis. Id quod in cæteris eodem se modo habere reperietur.

Quos vero numeros unus quidem metitur numerus, sed non multitudine sua, de ijs aliter est, ut 15. & 21. Horum enim utrumque metiuntur 3. non tamen sua multitudine. Nam 15 sunt ter 5. Et 21. sunt ter 7. Et ideo in his plures partes denominationem habent. Ut in 15. pars quinta. Et in 21. pars similiter tertia, & deinde pars septima. Idemque in cæteris evenit. Et sunt tales numeri secundi ac compositi.

De medijs numeris, qui sunt respectu quodam mutuo primi nec compositi, & quos dicit autor metiri primum nec compositum: Notatur, quod non solummodo istiusmodi tales sint, sed & alij, quos duo metiantur numeri illi quidem diversi. Ut 33. & 35. Quorum alterum metiuntur tria & undecim, alterum quinque & septem. Attamen quia alij numeri metiuntur 33. & alij 35. Neque habent hi communem mensuram aliam, ideo sunt ipsi mutuo respectu primi nec compositi.

Ubi scribitur in exemplari nostro: ὅταν δὲ ἐπὶ ἕτερον ἀριθμὸν προσιὸν τῇ ἰσότητι ἀδιαφορούμενον, δευτέρους λέγει εἶναι πρὸς ἀλλήλους καὶ συνθέτους. Ibi notatur scriptura altera talis: Τῇ ποσότητι διαφορούμενον. Priore scriptura significatur numerus æqualitate indifferens. Posteriore multitudine iteratus. Sit exemplum numeri primi nec compositi 7. Auferantur ab hoc 4. Remanent 3. Sit & 11. Auferantur 7. 4 remanent. Auferantur hinc etiam 3, remanet unum. Sit exemplum numeri secundi & compositi 15. Auferantur hinc bis 6. Remanent 3. Sit & 21. Auferantur 15. Remanent 6. Auferantur hinc etiam 3 . Remanent tria. Quæ sunt multitudine æqualia. Vel quorum multitudo est iterata. Ut de utraque scriptura eadem sententia percipiatur.

Altera numerorum parium divisio ita designatur.

Numerorum parium.

Alij superantes | Alij deficientes.

Alij perfecti.

Ad inveniendum perfectum numerum venuste seu eleganter & sine errore (quæ autori est γένεσις γλαφυρὰ καὶ ἀσφαλής.)

Designatio ponitur talis.

Numeri pariter pares perfecti	
	3. 7. 15. 31. 63. 127.
	2. 4. 8. 16. 32. 64.
	6.28. 496. 8128.

Ubi scriptura extat in nostro exemplari : παρὰ τὸ τ̄. ζ̄. μονάδων συγκεφαλαίωμα. Ibi notatur altera talis : παρὰ τὸ τῶν δ̄. μον. συγκ. Quæ ad id, quod traditur, planè intelligendum accommodatior est. Nam in 28. dimidium 14. quarta pars 7. Septima pars 4. Decima quarta pars 2. Vicesima octava pars (ipsius numeri hujus denominatio) est unum. Quæ consummata complent 28.

De æqualitate, quod dicitur : Esse eam per se talem, quæ neque secari neque dividi possit, ut quæ principij instar sit in primis.) Ad hoc notatur. Rectè addi *per se*. Ita enim illam nullo modo discrepare. Nam æqualia pondere, nisi etiam mole æqualia sint, differentiam habere. Sed est ista notatio, nisi fallor, supervacanea. Discrimen enim molis non mutat æqualitatem, sed similitudinem. Neque sunt libræ centum plumarum & totidem plumbi inæquales (Est enim pondus idem) sed mole diversæ, quæ dissimilitudo jam est, non inæqualitas. Quod autem principii maximè instar sit æqualitas, ex eo manifestum fit, quod æquale inæquali prius est natura. Sublato enim æquali, tollitur & inæ-

quale. Præterea cum inæquali æquale affertur, ſed nō illud etiam affert. Quicquid autem tollit alterum, neque ipſum tamen tollitur: Et affertur in altero, neque ipſum tamen illud affert, id naturæ prius eſt.

Deſignationes autem hoc loco ſunt tales.

Quod quantum dicimus reſpectu:

Aut eſt æquale	Aut inæquale	Majus. / Minus.
Tertium aut medium nihil.		

Majus eſt

Multiplex.	Portionem addens.	Partes addens.	Multiplex cum portione.	Multiplex cum partibus.

Minus eſt.

Subjectum multiplici.	Subjectum addenti portionem.	Subjectum addenti partes.	Subjectum multipli. ad.porti.	Subjectum multiplici addenti partes.

Qui volet, is utatur nominibus vulgaribus & notis. Ego interpretari ſignificationem Græcorum nominum ſtudui.

Multiplicium ſeries ita deſignatur.

	Duplices.	Triplices.	Quadruplic.	Quincuplic.	Seſcupli.
1.	2.	3.	4.	5	6
2.	4.	6.	8.	10.	12
3.	6.	9.	12.	15	18
4	8.	12.	16.	20	24

Quod

Quod generaliter multiplex numerus infinitus ſit, perſpicuum eſt ex eo, quod unuſquiſque numerus ad unum multiplex eſt, & unum ad quemlibet numerum eſt multiplici ſubjectum. Cum autem numerus per ſe procedat infinitâ progreſſione, nimirum apparet multiplex genus & ipſum infinitam habere progreſſionem. Jam cum etiam multiplicatio, cujus initium eſt duplex numerus, tranſeat per univerſos, qui ſunt infiniti, ſequitur & ipſam eſſe infinitam.

Devenit autem jam doctrina ad eam quam rationem numerorum vocamus. Græcis eſt λόγος. Qui definitur, σχέσις ποιὰ δύο ἀριθμῶν πρὸς ἀλλήλους. Hic eſt reſpectus quidam duorum numerorum mutuus. Atque iſte reſpectus in addentibus portionem, non ita procedit ad univerſos numeros, quemadmodum in multiplicibus. Nam in quocunque numero multiplicationi locus eſt. In eo autem, quem ſeſqui vocamus, generaliter exiſtunt rationis inferioris numeri (quos Græci ὑπολόγους appellant, ſicut ſuperiores ſeu principes προλόγους) de paribus numeris. Verum ſi ordiatur aliquis reſpectum iſtum, ſeu hanc rationem ab inferiore numero pariter pari primo, quæ ſunt, 4. cernitur tunc iſta ratio in tribus terminis. Ut 4. 6. 9. Si vero fiat initium à ſecundo pariter pari numero, qui eſt 8. cernitur eadem ratio in quatuor terminis. Ut 8. 12. 18. 27. Sin à tertio, is eſt 16. cernitur in quinque, ut 16. 24. 36. 54. 81. Et hoc modo infinite. Quod autem principes huius rationis numeros à tribus deinceps triplices eſſe ait, id non accipiendum eſt de numeris, quorum eſt triplex ratio ipſorum ſui reſpectu. Ut 3. 9. 27. & reliquorum; ſed de expoſitis ordine & ſerie ab uno numeris. Proponitur autem deſignatio talis.

Numeri ſeſqui, id eſt,
ἡμιόλιοι

Inferiores à duobus.	2.	4.	6.	8.	10	12.	14.	16.	18.
	|	|	|	|	|	|	|	|	|
Principes à tribus.	3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.	24.	27.

Adden-

Addentium partem tertiam designatio.

Inferiores	3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.	24.
Principes	4.	8.	12.	16.	20.	24.	28.	32.

Sciendum autem & memoria tenendum, in tractatibus harum disciplinarum significationes Græcorum verborum Latinis nequaquam exprimi. Quod autem non dubitarunt aliqui mirabilia & abhorrentia vocabula à sermonis latini proprietate confingere, mihi quidem id audacius quàm vtilius esse factum videtur. Quocirca si cui scientia ista cordi est, is Græcis legendis operam det. Nominantur autem Græce, verbi gratia, πέντε μονάδες. Hæ sunt scilicet quinquies unum. Nominatur & ὁ πέντε ἀριθμός. Qui est numerus continens 5. Nominatur & πεντάς. Hæc numeri quinarij copia seu multitudo est. Quæ appellationes non significant rem eandem. Sicut neque τρεῖς μονάδες, id est, ter unum, & ὁ τρία ἀριθμός, id est, numerus continens tria, καὶ ἡ τριάς, id est multitudo trium, & similiter in cæteris omnibus. De quo hæc traduntur. Spectari in numeris quoq; materiam atque formam, sicut in rebus cæteris ex materiâ & formâ compositis. Quod ut planius fiat, exemplo tali declaratur. Faber quispiam accepit asseres seu tabulas tres aut quotlibet sane, ad scamnum seu aliud quodpiam opus efficiendum. Materia igitur sunt tabulæ antequam scamnum efficiatur, sed nondum sunt scamnum. Forma autem scamni in Fabri ipsius cogitatione inest. Postquam ergo faber figuram tabulis illis adjunxerit, ita iam existit scamnum, quæ forma est. Et ideo Philosophi dicunt. Intereuntibus compositis, non etiam interire simplicia. Nam dissolutis tabulis interit scamnum, non intereuntibus tabulis. Atque hæc in numeris quoque animadverti possunt. Nam quinquies unum (ea sunt πέντε μονάδες) Materiæ instar sunt. Numerus autem continens quinque, veluti forma est. Qui de compositione illius, quod vocavimus quinquies unum, efficitur πεντάς, is est numerus quinarius.

Hoc loco traditur istud quoque; Quod duo ad unum accedentia, efficiant tria. Qui numerus triplex est ad unum. Ad quatuor autem adjecta duo, efficiant sex, triplicem numerum ad duo. Ad tria autem

sex

ſex addita, efficiant novem, triplicem numerum ad tria, & ita deinceps: unde cognoſcitur, quod triplices numeri differant à ſubjectis ſibi (qui ſunt ὑποτριπλάσιοι) numeris paribus. Primum, numero continente 2. deinde, numero continente 4. Tertio, numero continente 6. & ita deinceps.

Subijcere etiam viſum eſt abacum logiſticum, & addere quæ adſcripta in noſtro libro reperimus.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Iſtud quadrum comprehendit numeros inæquales, & indicat præclarè ac artificioſe tam multiplicis generis quam addentis portionem formas. Multiplicis autem prius, & portionem addentis, poſterius. Eo quod genus multiplex naturâ ſit prius addente portionem. Atque numeri diſpoſiti conſiderentur accuratè. Sunt autem primi ordines ſeu verſus expoſiti ad literæ Γ ſimilitudinem, longitudine nimirum & profundo, continentes ab uno diſpoſitos ſerie ſuâ numeros, majoribus,

bus deinceps uno ſemper auctis. Secundi ordines ſimiliter longitudine & profundo quaſi decuſſati id, eſt χιαςῶς ἐγκείμϑνοι, procedunt incremento duum, proportione quadam ad primos. Ut hi enim procedebant incremento unius: ſic convenienter numeri in ſecundo ordine, incremento duum procedere debebant. In tertio item ordine eodem modo ecuſſando creſcunt numeri tribus, unde etiam initium eorum ducitur, & in quarto quatuor, in quinto quinque. Et conſentaneâ ratione ulteriu,s quousque progredi libuerit. Quibus ita expoſitis intuenda eſt numerorum collatio. Univerſi enim in ſecundo ordine decuſſando figurati, quemadmodum dictum eſt, collati ad primos duos ordines, primam ſpeciem indicant multiplicium, id eſt, eorum qui duplices ſunt. In tertio autem ordine numeri, decuſſando & ipſi figurati, ad eoſdem primos ordines decuſſando collocati, indicant triplices, quæ eſt ſecunda ſpecies multiplicium. In quarto item quadruplices, & in quinto, quintuplices, & ita deinceps. Sed numeri tertiorum ordinum ad numeros ſecundorum ordinum collati, indicant primam ſpeciem addentium portionem, quæ eſt ſeſqui. Et numeri in quartis ordinibus ad numeros in tertijs collati indicant ſecundam addentium portionem, quæ eſt numeri majoris portione tertia. Itemque in quintis ordinibus numeri collati ad numeros in quartis, indicant tertiam addentium portionem ſpeciem, quæ eſt numeri majoris portione quarta. Et eodem modo in cæteris deinceps.

Quod autem ad differentias numerorum animadvertendas attinet, attendi convenit proceſſus. Ut enim in primis differentia eſt procedendo unum, ſic in ſecundis differentiam efficiunt duo, in tertijs tria, in quartis quatuor, & ſimiliter deinceps. Similiter & in ipſa quaſi tela diagrammatos, aliæ etiam differentiæ intexuntur. Ut exempli gratia, quæritur differentia inter quadruplicem & quadruplici ſubjectum numerum ut 16. & 4. Ecce ſtatim apparet hæc ſupra quadruplicem, nimirum numeri 12. Tantum enim intercedit inter 16. & 4. Id quod ſimiliter in cæteris quoque evenit. Iam reliquæ etiam differentiæ conſentaneæ ſunt. Ut enim 3. ſuperant 2. uno, (quæ eſt horum ſcilicet numerorum differentia) ſic 6. & 4. Differentiam habent duo. Et 9. ac 6. Tria. Et 12. atque 8. differentiam habent, quatuor.

De numeris, quos autor ἐπιγωνίυς vocat, occupantes ſcilicet quatuor

tuor angulos totius diagrammatos, quo centum ſunt completa: ſciendum primi anguli ſedem eſſe unius. Quod ſimplex appellatur. Quia hoc initij unum, propriè & ſimpliciter unum eſt. In ultimo autem angulo ſunt 100. è directo oppoſita uno, quæ vocantur unum ad trivium perveniens (ſic enim interpretamur: μονάδα τριωδυμένην.) Nam tertio loco centum poſita ab uno, ratione quadam cum hoc comparantur. Reliqui duo anguli diagrammatos, & ipſi è directo oppoſiti, unus inquam longitudinis, alter profundi, habent ambo numerum denarium. Qui appellatur ad bivium perveniens unum (id eſt enim nobis δευτερωδυμένη μονάς.) Quia ſecundum ab uno locum denarius numerus obtinens, etiam ipſe ratione quadam cum illo comparatur. Nam ut unum principium eſt & primus limes: ſic decem ſecundus limes numerorum, & tertius centum. Cum igitur hi numeri proportione diſponantur decuplice ratione: Nimirum 1. 10. 100. Fit ita, ut duo extremi numeri in ſeſe ducti æquales ſint ducto in ſeſe medio. Semel enim 100. totidem ſunt, quot decies 10.

De addentibus partes duas numeris, ſic res exponitur ab Autore: ut à duabus ille partibus ordiens per multitudinem omnium numerorum ita formas hujus generis traducat. A multitudine autem ordinando voluit granditatem partium adjectione unius, denominari. Ut ſint ſcilicet in partes duas addente, duæ tertiæ. In partes addente tres, tres quartæ. In partes addente quatuor, quatuor quintæ. Et ſimiliter deinceps. Poſſunt autem iſti numeri aliter quoque conſtitui. Ut addendo duas quintas quemadmodum in 7. & 5. Itemque addendo duas ſeptimas, ut in 9. & 7. Itemque addendo duas undecimas, ut in 13. & 11. & ita deinceps. Atque rurſum addendo tres quintas, ut in 8. & 5. Et tres ſeptimas. ut in 10. & 7. Et tres octavas, ut in 11. & 8. Et tres decimas, ut in 13. & 10. Et tres undecimas, ut in 14. & 11. Et ita deinceps. Eſtque omnino varia hujus generis conſtitutio. Id modo attendendum eſt: Poſſit ne multitudo partium compoſita unam partem efficere numeri, proque addente partes exiſtere numerus addens portionem. Ut, exempli gratia, In 20. & 15. Non enim dicemus 20. ad 15. addere quinque partes, ſed unam tertiam, quinque enim quindecimæ, una pars tertia ſunt numeri 15. Id quod & in alijs ſimiliter eſt conſiderandum.

Expositi numeri addentes partes.

Add.part. duas	5. 3	10. 6	15. 9	20. 12	25. 15	30. 18	35. 21	40. 24
Add.part. tres	7. 4	14. 8	21. 12	28. 16	35. 20	42. 24	49. 28	56. 32
Add.part. quat:	9. 5	18. 10	27. 15	36. 20	45. 25	54. 30	63. 35	72. 40
Add.part. quinq;	11. 6	22. 12	33. 18	44. 24	55. 30	66. 36	77. 42	88. 48
Add.part. ſex	13. 7	26. 14	39. 21	52. 28	65. 35	78. 42	91. 49	104. 56
Add.part. ſeptem	15. 8	30. 16	45. 24	60. 32	75. 40	90. 48	105. 56	120. 64
Add.part. octo.	17. 9	34. 18	51. 27	68. 36	85. 45	102. 54	119. 63	136. 72

Duplex cum dimidio.	2.	5.
Duplex cum parte tertiâ.	3.	7.
Duplex cum parte quartâ.	4.	9.
Duplex cum parte quintâ.	5.	11.
Duplex cum parte ſextâ.	6.	13.

Duplices plures dimidio aucti.

2.	4.	6.	8.	10.	12.
5.	10.	15.	20.	25.	30.

Duplices cum parte tertiâ.

3.	6.	9.	12.	15.
7.	14.	21.	28.	35.

Duplices cum parte quartâ.

4.	8.	12.	16.	20.
9.	18.	27.	36.	45.

Quod

Quod autor quadruplices vocavit numerum 4. & 8. & 16. & cæteras deinceps. Non eo pertinet, ut cogitet aliquis illos esse inter se quadruplices. Non enim sunt. Sed ad primam seriem collocatorum numerorum in abaco supra proposito respectus illorum pertinet hoc modo.

Quadruplices

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
|	|	|	|	|	|	|	|
4.	8.	12.	16.	20.	24.	28	32.

Hoc loco tractatam utilem doctrinam ab auctore visum est brevi disputatiunculâ nostrâ celebrare. Pertinet enim consideratio hæc, quemadmodum ipse quoque autor scribit, ad universæ naturæ rationem & hujus studium, quæ est φυσιολογία, de quâ virtutum earum, quæ vocantur morales, veritas atque pulchritudo elucet. Est autem opinio multorum quidem, qui sapientiam professi fuere, communis, sed commentitia tamen atque falsa: Rerum omnium, quæ originem habeant, initia fuisse in confusione futilia & inertia. Sed nos omissis cæteris, quid de hominibus traditum sit, videamus. Hoc igitur initio & fatuos & stolidos oberrasse perhibent, ac tempore tandem & loqui, & intelligere cepisse: Et ita propter vim mutuam jura tandem fuisse constituta. Sicut ait Flaccus: *Jura inventa metu injusti.* Qui idem & utilitatem dicit esse prope matrem justi & æqui, & negat Naturam posse justo secernere iniquum, sicut bona ac mala, & fugienda atque expetenda. Faciunt igitur hi omnes vitia & prava priora virtute & rectis, cum velint opinione & judicio hominum, honesta & laudabilia, & jus legibus constitui, non per se & natura sua firmum & certum & primarium esse. Atque ita recidit cogitatio ad dogma Epicuri atomorum & fortunæ gubernantis. At licet, inquit autor, venuste hac in parte cernere, rem aliter sese habere. Apparet enim planè & certo deprehenditur: Primum honestatem ac laudem, cum definitum quiddam sit & scientiâ comprehendatur, tum ortu antiquius esse infinito, & eo quod comprehensionem effugit ac turpe est. Deinde: Infinitatis partes atque species, finito conformari & determinari, & ita conveniens decus congruumque ordinem adipisci. Dum quasi signo impresso, aut mensura adhibita

omnia quæ incidunt, participare ſolent ſimilitudinem quandam; (ſeu ut alia ſcriptura eſt) qualitatem, & communitatem nominis. Hoc enim pacto conſentaneum fuerit, perhiberi, eam partem animæ, quæ ratione eſt prædita, inſtituere & ordinare alteram rationis expertem. Et iracundiæ commotio, nec non cupiditatum incitatio, collocatæ ambæ in duobus inæqualitatis generibus, cogitatione & mente tanquam æqualitate, & eo quod idem ſemper eſt, bono ordine diſpoſitæ rationi erunt morigeræ. Ex hoc adæquandi modo exiſtet nobis virtutum moralium veritas, nimirum temperantiæ, fortitudinis, manſuetudinis, continentiæ, potentiæ, & ſimilium. Tota autem res hujus contemplationis in eo vertitur: ut demonſtretur, ex æqualitate prorſus ſolâ atque prima, tanquam matre & radice, naſci formarum inæqualitatis omnium varietatem, & harum ipſarum differentias. De quo jam doctrina autoris cognoſcatur.

Proponuntur autem hoc loco numerorum deſignationes tales.

	1. 1. 1.	2. 2. 2.	3. 3. 3.	4. 4. 4.	5. 5. 5.
Dupli.	1. 2. 4.	2. 4. 8.	3. 6. 12.	4. 8. 16.	5. 10. 20.
Tripli.	1. 3. 9.	2. 6. 18.	3. 9. 27.	4. 12. 36.	5. 15. 45.
Quad.	1. 4. 16.	2. 8. 32.	3. 12. 48.	4. 16. 64.	5. 20. 80.

Duplices	4. 2. 1.	Triplices.	9. 3. 1.
Seſqui.	4. 6. 9.	Parte tertiâ aucti	9. 12. 16.

Quadruplices.	16. 4. 1.	Quincupl.	25. 5. 1.
Parte quartâ aucti.	16. 20. 25.	Parte quintâ aucti.	25. 30. 36.
Seſqui.	9. 6. 4.	Tertia parte aucti.	9. 12. 16.
Duabus partib. majores.	9. 15. 25.	Trib. pp. quartis majores.	16. 28. 49.
Quarta parte aucti.	25. 20. 16.	Quinta part. aucti.	36. 30. 25.

Quatuor partib. majores. 25. 45. 81.	Quinque pp majores. 36. 66. 121.
Sesqui. 4. 6. 9.	Tertia parte aucti. 9. 12. 16.
Duplices dimidio majores 4. 10. 25.	Duplices tertia p. majores. 9. 21. 49.
Quarta part. aucti. 16. 20. 25.	Quinta parte aucti. 25, 30. 36.
Duplices quarta p. majores. 16. 36. 81.	Duplices quinta p. majores. 25. 55. 121.
Duabus tertijs pp. majores. 9. 15. 25.	Tribus quart. pp. majores 16. 28. 49.
Duplic. duab. tert. pp. major. 9. 24. 64.	Dupp. tribus quar. pp. major. 16. 44. 121.
Quatuor quintis pp. major. 25. 45. 81.	Quinque sextis pp. majores. 36. 66. 121.
Dupll. quat. quintis pp. major. 25. 70. 196.	Dupll. quinq; sextis pp. major. 36. 102. 289.

Quod legitur in hac parte his verbis Græcis: ἐπὶ πασῶν δὲ τῶν διαζευχθεισῶν καὶ ἀφ' ἧς ἀμφότεραι, ὁ μὲν ἔσχατος τετράγωνος, ὁ αὐτὸς μένει, ὁ δὲ πρῶτος εἰς τὸν ἐλάττονα μεταβαίνει. Πάντως δὲ οἱ ἄκροι τετράγωνοι. Quæ ita poterit aliquis latino sermone interpretari: In omnibus his rationibus disiunctis, & unde ambæ oriuntur, numerus ultimus quadratus permanet idem, sed primus ad minorem transit. Extremi vero omnino quadrati sunt. In his rationes (qui sunt respectus quidam numerorum inter se, Græci σχέσεις vocarunt) disiunctas autor eas appellat, quæ sunt ab una quapiam procreatæ duæ. Atque ita ait ultimum numerum procreantis scilicet, qui est ὑπόλογος, subjectus nimirum majori, manere eundem, id est, similiter ὑπόλογον in una procreata ratione. Primum autem seu principem

cipem numerum, qui πρόλογος, tranſire in minorem, hoc eſt, fieri ὑπόλογον in altera. In hac autem procreatione ab unius reſpectus numero duorum una eſt recta, altera converſa. Sunt autem hæ omnino diſjunctæ procreationes. Nam recta ejuſdem generis, cujus procreans; converſa autem alterius eſt. Atque ait, quod ultimus numerus procreantis, qui eſt ὑπόλογος, ipſe quadratus, idem permaneat, id eſt, ὑπόλογος ſit, ſeu ſubijciatur in procreata ab ſe ratione recta. Sed primus, nimirum πρόλογος procreantis, ad minorem, id eſt ὑπόλογον procreatæ converſæ evadit. Ut in exemplo. Sit ratio ſeu reſpectus duplex, 1.2.4. Et fiat ſecundum expoſitum præceptum altera ratio recta triplex. 1.3.9. converſa autem ſeſqui. 4.6.9. Videmus quod unum in duplice ſubjecti loco, eundem retineat etiam in procreata recta triplice. Quatuor autem quæ tenent in procreante principem locum, ſubijciuntur in ſeſqui converſa. Quod autem ait autor: extremi vero omnino quadrati ſunt: de eo notatur: Non evenire hoc in omnibus videri, ſed tantummodo in ijs, quæ ab æqualitate procedunt, ut uno aut quatuor, aut alijs numeris quadratis. Nam procedentes à binario aut ternario numero, aliove quopiam non quadrato, non habent extremos quadratos. Ut proponantur 2.2.2. Fient omnino ſecundum expoſita præcepta 2.4.8. Et inde procreabuntur primum 2.6.18 Deinde. 8.12.18. In quibus non erunt extremi quadrati. Hujus rei cauſa eſt, quod procedentes ab uno rationes minimæ ſunt omnium ratione ſibi conſentanearum. Et demonſtrat autor elementorum: Si ſint numeri tres minimi eorum, qui eandem rationem habent, extremi in his quadrati ſunt.

JOACHIMI CAMERARII EXPLICATIO IN NICOMACHI

LIBRUM SECUNDUM,

De compositis rationibus explicandis.

Um ostenderit autor ab æqualitate manare recedendo inæqualitatem, nunc ad æqualitatem inæqualitatem reducit. Quam Græci ἀνάλυσιν appellant, explicationem rei compositæ, & ad simplicia quædam revocationem, quæ jam erunt ςοιχεῖα id est elementa. Cujusmodi esse vult autor æqualitatem. Vocat autem æqualitatem eos quasi fundos & radices, in quibus est expositio æqualitatis, qui sunt Græcis πυθμένες. Ita unum quoque & duo, facit prima elementa ejus, quod simpliciter & per se quantum dicitur. Cum ab uno imparia, & à duobus paria proveniant. Attente autem ad vocis mentionem ad didit epithetum ἐγγραμμάτυ, ut ita intelligatur vox, cujus sonus perscribi seu literis designari possit.

Cum & bestiarum & hominum voces aliquæ à scriptura alienæ sunt, id est, ἀγράμματοι, quæ sua elementa non habent. Quam ἔφοδον vocat autor, id est, viam tractationis propositæ cujus exemplum tale esse potest: Ut, si ratione sesqui extent termini 4. 6. 9. dematur de termino medio 6. minor 4. Mox ponatur hic terminus 4. primarius, & quod reliquum est, nimirum 2. fiat terminus secundus. Tum deinde auferatur ab 9. Primus terminus 4. Et secundus, qui habet 2. bis (sunt autem duplicata duo 4.) Ita relinquetur unum. Isque jam erit tertius terminus. Atque exivit hoc modo ex ratione sesqui ratio dupla. Quod similiter & in aliis eveniet.

Πυθμενικωτέρυς ὅρυς eos vocat terminos, qui postquam demta seu ablata fuerint ea, quæ secundum tradita præcepta debuerunt, reperiuntur numeri magis simplices, & ad elementi naturam propius accedentes, & ad æqualitatem evolvendo redeuntes. Dictum autem est

πυθμένος nomine fundum & radicem ſignificari.

Quam autor cognitionem appellat ἐμμεστότατον, id eſt, pleniſſimam erudita doctrina, ea ſic comprehenſa exponitur : Si duorum inæqualium numerorum inter ſe ratio fuerit ea, quæ aliorum, qui uno exæquari poſſent (qui Græcis ſunt ἴσοι ἀλλήλοις παρὰ μονάδα) metimur hos, quorum differentia eſt. Majorem majore. Et minorem minore. Ut ſint numeri 6. & 9. Jam quia eandem rationem hi habent, quam 2. & 3. qui uno exæquari poſſunt (ſive enim unum ad 2. addatur, ſeu unum ex 3. detrahatur, numeri illi æquales fiunt) metietur 2. numerum 6.& numerus 3.numerum 9.æqualiter. Nam ter 2.ſunt.6.& ter 3.ſunt. 9.

Λόγων ἀντιπαρωνύμων appellatio apud autorem, indicat rationes reſpondentes alteris, id eſt, ex illis denominatis, ut propoſita, verbi cauſa, duplice ratione, erunt in ratione ſeſqui, illam ſequentes. Propoſita autem triplice, ſequentur aucti parte tertia. Et propoſita quadruplice, aucti parte quarta, & ita deinceps.

DIA-

DIAGRAMMATA

Ad hujus partis tractatum pertinentia.

Duplices omnes longitudine.

1	2	4	8	16	32	64	128
	3	6	12	24	48	96	192
		9	18	36	72	144	288
			27	54	108	216	432
				81	162	324	648
					243	486	792
						729	1458
							2187

Triplices per angulos cuncti. Διαγώνιοι

Sesqui superiorum inferiores

Triplices longitudine omnes.

1	3	9	27	81	243	729	2187
	4	12	36	108	324	972	2916
		16	48	144	432	1296	&c.
			64	192	576	1728	&c.
				256	768	2304	&c.
					1024	3072	&c.
						4096	&c.
							&c.

Quadruplices per angulos cuncti. Διαγώνιοι

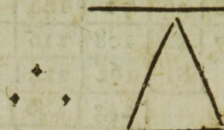
Tertia parte majores superiorib. infer.

Numeros quos autor vocat γραμμικοὺς, id eſt, lineæ inſtar, lic punctis vel nota vnius deſignentur, hoc modo.

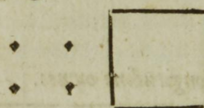
I

.... Vel | | | | | | | |

Triquetri ſeu trianguli, ita:



Quadrati, ita:



Quinquanguli, ita:



Sexanguli, ita:



Et ſimiliter deinceps cæteri.

Nume-

Numerus parte altera longior, qui est ἑτερομήκης sic designatur.



Numerus ἐπιμήκης, id est longitudine extensus, seu προμήκης quasi prorectum dicas, sic:



Sunt autem designationes hæ principum in unaquaque figura numerorum, quarum augendo deinde sicut crescunt ipsi, designationes ampliores facere oportebit. Subjecimus autem repertum arithmeticum hoc capite de sexangulis & multangulis numeris diagramma tale:

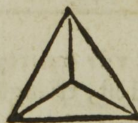
Triquet.	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
Quadr.	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Quinqu.	1	5	12	22	35	51	70	92	117	145
Sexang.	1	6	15	28	45	66	91	120	153	190
Septang.	1	7	18	34	55	81	112	148	189	235

Quod in hoc capite legitur: τῶν πρωτογόνων τριγώνων, ὅσοι εἰσὶ μονάδι ἐλάττονες ὁμοταγεῖς: Id est, triangulorum numerorum ex primigenis quotquot sunt eadem serie minores uno: Id ita explicatur: Ut serie considerata. 1. Primus triangulus reperiatur uno minor proximo triangulo. 3. Qui nimirum secundus serie est, Primum autem secundo intelligitur minus esse, uno, id est, τῇ μονάδι. Eodem modo secundus triangulus. 3. Minor est uno, quam tertius. 6. Superat enim & tertius secundum uno; & ita deinceps.

Quod autem fit ab autore mentio longitudinis & profundi in supra exposito diagrammate, longitudinem, id est, τὸ μῆκος licet etiam πλάτος accipiamus figuræ illius. Atque quadrati hac serie ita fiunt,

si componantur ordine bini trianguli. Ut 1. & 3. efficiunt 4. Deinde 3. & 6. efficiunt 9. & 6. ac 10. efficiunt 16. Atque ita deinceps. Qui omnes quadrati subter triangulos numeros collocati cernuntur. In profunda autem figura diagrammatis, id est, κατὰ βάθος unusquisque numerus quadratus subter triangulum collocatus, differentiam habet ad triangulum subter quem collocatur, ejus numeri trianguli qui antecedit. Ut 4. ad 3. differentiam habent 1. & 9. ad 6. differentiam habent, 3. & 16. ad 10. differentiam habent 6. & ita deinceps. Similiter sese res habet & de quinquangulis. Nam 5. Constant 4 & 1. Unum autem trianguli numeri locum obtinet, & 12. constant 9. quia numerus est quadratus, & 3. qui numerus est triangulus. Itemque 22. constant 16. numero quadrato, & 6. numero triangulo: Et eodem modo deinceps. Quatenus igitur assumuntur ad compositionem superiores quadrati, profundum nominatur in figura. Quatenus autem hi triangulos assumunt præcedentes in sua serie quadratos proxime, nominatur latitudo seu longitudo. Id quod eodem modo de cæteris quoque intelligendum est.

Designatio solidorum numerorum, quæ πυραμίδες, id est, metæ vocantur.



Meta triquetra.



Meta quadrata.

Meta

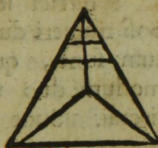


Meta quinquangula.

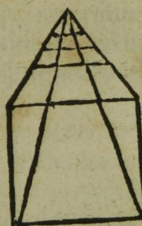


Meta ſexangula.

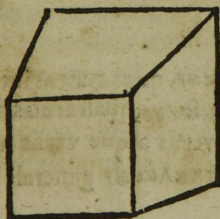
Metarum mutilarum deſignatio.



Meta mutila ſeu decurtata triquetra.



Meta mutila quadrata.

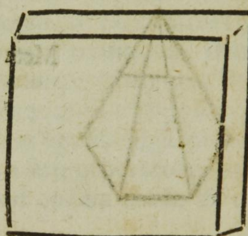


Cubus, ſeu teſſara.

Figu-



Figura cum æquabilibus planicijs.



Laterculus.



Cuneus.

Sphærici ſeu globoſi numeri duo tantum ſunt, quemadmodum duo tantum circuli. Sunt autem etiam tam coni, id eſt turbines, quam cylindri in numeris, quorum hic autor non meminit.

Cum fecerit autor mentionem σφηνίσκων, quos cuneos interpretamur & eoſdem σφηλίσκȣς, à veſpis & βωμίσκȣς, quaſi arulas dicamus, appellari perhibeat, figuras omnes quæ diverſis atque variis nominib. appellari poſſunt in numeris inæquales, σκαληνῶν generali appellatione

tione indicat. Qua significantur figuræ nunc in numeris solidæ, inæquales inæqualiter.

Quem ἑτερομήκη proprie vocat, cum tribuit autor naturæ θατέρου, ut quadratum naturæ ταὐτοῦ. Quæ est Platonica cœli distinctio. Platone significante hoc nomine id quod idem est perpetuo, illo quod diversum etiam abit. Est autem hoc generale, ut latera numeri ἑτερομήκους, id est, altera parte longioris diversa sint, unum numerum paris & alterum imparis. Fieri enim nequit ut duo pares, duove impares ἑτερομήκη proprie dictum efficiant. In numeris autem quadratis duo latera aut parem, aut imparem numerum habere possunt singula.

In hoc tractatu de eodem & diverso (unde quasi conflatam rerum universitatem & mundum hunc, Pythagorici docere conati sunt numerorum expositione) Quæ est scilicet rerum concordia discors: Ostendit autor ante omnia unum habere naturam illam ταὐτοῦ, id est, ejusdem: quod unum, nulla multiplicatione mutetur, & nullum alterum numerum, quasi loco movens, mutet. Semel enim unum, perpetuo unum est. Et bis unum, seu semel bis sunt duo, & semel tria, semelque quatuor, seu unum ter, quaterque, nihil sunt nisi tria & quatuor. Atque ita deinceps. Cæterorum vero numerorum quemcunque aliquis multiplicat, eum illi mutant, seseque ipsos inprimis. Nam numerus 2. multiplicans seipsum, non amplius manet, 2. sed fit alius numerus, nimirum 4. Similiter hic numerus. 2. multiplicans 3. efficit. 6. Ac similiter in alijs fit.

Vult autem conspici naturam inæqualitatis, & ejus quod diversum vocarunt, id est, τοῦ ἑτερότητος, in numero altera parte longiore. Nam numeros superantes unum, in laterum inæqualitate, proprie docuit autor appellari προμήκεις, quos eosdem & ἐπιμήκεις dixerunt. Quales sunt bis 4. & bis 5. Aut ter 5. & ter. 7.

Ad considerationem autem propositæ rei, designavit seriem quandam numerorum æquabiliter collocatorum, qui sunt στίχοι παράλληλοι. In quibus si quis attendat primum numerum altera parte longiorem, & primum quadratum, deprehendet primam speciem multiplicium, qui sunt duplices. Attendens autem utrosque hos secundos, videbit primam speciem numeri una parte aucti, qui est sesquialter. Et simili-

ter deinceps. Ex prima autem ſpecie multiplicis & una parte aucti, naſcuntur ſeu procreantur cæteræ etiam ſpecies multiplicium, itemque numerorum pluribus partibus auctorum. Nec non multiplices unaque parte aucti ſimul, Itemque multiplices & pluribus partibus aucti ſimul, qui ſunt πολλαπλασιεπιμέριοι & πολλαπλασιεπιμερεῖς. Atque etiam omnes his ſubjecti, qui indicantur apud Græcos adjuncta præpoſitione, ὑπὸ, à nobis ſubjecti alijs ſunt appellati. Recte igitur, in his ambobus numeris, ait autor, tanquam principijs & ſeminibus, proprietates numeri & quales hujus ſpecies itemque rationes ſint cerni. Atque apparebit 1. quadratum primum, minorem eſſe uno, quàm ſit primus altera parte longior 2. Itemque 4. quam 6. duobus, id eſt. δυάδι, Et 9. quam 12. Tribus, id eſt, τριάδι. Et 16. quam 20. quatuor, id eſt, τετράδι. Et conſentanea ratione deinceps.

Deſignatio hac in parte numerorum.

II. VI. XII. XX. XXX. XLII. LVI.
1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64.
I. / II. / III. / IV. / V. / VI. / VII. / VIII. /
2. 6. 12. 20. 30. 42. 56. 72.

LXXII. XC. CX. CXXXII. CLVI.
64. 81. 100. 121. 144. 169.
VIII. / IX. / X. / XI. / XII. / XIII. /
72. 90. 110. 132. 156. 182.

CLXXXII. CCX.
169. 196. 225.
XIII. / XIIII. / XV.
182. 210. 240.

Ut autem apparet 2. eſſe bis 1. qui jam numerus duplex eſt, & 6. ad 4. ſeſquialterum, & 12. tertia parte majorem quam 9. Sic deinde, ſi eorum,

rum, qui ſunt altera parte longiores, ſumamus minores terminos, apparebit duplicem eſſe 4. ad 2. & 9. ad 6. ſeſqui. & 16. ad 12. tertia parte majorem. Et ordine deinceps ſimiliter, ut differentiæ in eadem comparatione, à duobus inchoatæ ita procedant, non, quemadmodum prius, ab uno. Nam 4. duobus differunt ab 2. & 9. ab 6. differunt tribus, & 16. ab 12. differunt quatuor. Atque eodem modo deinceps.

Cum ſit autem primus ſeſquialter numerus 3. ad 2. Secundus ſeſqui 6. ad 4. eſt, & 6. quidem ſecundus altera parte longiorum, 4. autem ſecundus quadratorum. Iam cum ſit primus numerus tertia parte major. 4. ad. 3. & ſecundus 8. ad 6. Tertius numerus major tertia parte. 12. ad. 9. exiſtat de propria radice, ter enim tria 9. ſunt. Et uterque horum in ſua ſerie tertio loco ponitur. Iam 4. ad 1. differentiam habent 3. Sed 9. ad 4. differentiam habent 5. & 16. ad 9. differentiam habent. 7. Atque ita deinceps.

Quod autem ait autor: καὶ ἐπὶ πασῶν δὲ τῶν συζυγιῶν, τὸ ὑπὸ ἴσον τῷ ἀπὸ καὶ ἅπαξ τὰ ἄκρα σὺν δὶς τῷ μέσῳ, τετράγωνον πάντως ποιήσει. Quæ latine interpretari etſi perquam difficile fuit, ſumus tamen conati hoc modo: Atque in omnibus illis copulationibus, æquale reperitur ab aliquibus, & id quod ex aliquo exiſtit. Extremi autem ſemel cum duplicato medio, omnino efficient quadratum. Sed ejus quod hoc loco autor dicit, exemplum erit: Ut aſpiciatur medius inter 4. & 9. quadratos poſitus, numerus 6. altera parte longior. Hic enim ἀφ' ἑαυτοῦ, id eſt, ex ſeſe, & ſe ipſo multiplicatus efficit 36. & ab 4. & 9. id eſt, multiplicatis. 9. per 4. exiſtit numerus idem 36. id quod in alijs ſimiliter evenit. Jam ſi 1. & 4. componantur cum bis 2. exiſtit quadratus 9. Itemque 4. & 9. ſi componantur cum bis 6. exiſtent. 25. quadratus numerus. Etrurſum 2. & 6. qui ſunt numeri altera parte longiores, & extremi, ſi componantur cum bis 4. medio, exit numerus quadratus 16. Et 6. ac 12. compoſiti numeri cum bis 9. efficiunt quadratum 36. Quod autori perquam elegans videtur, quod ex compoſitione quadratorum numerorum, & altera parte longiorum, ordinata exiſtat origo triangulorum, eo ipſo confirmatur: Omnibus modis præcipuam habere principii rationem, id quod dixeres

Idem ac diversum, id est, ὅτι πάσης ἀρχῆς ἀρχικώτερον τὸ ταυτὸν καὶ τὸ ἕτερον. Cum sit evidens: Esse triquetram figuram principium in omni planicia: Et modo ostendatur Triangulum numerum constare quadrato & altera parte longiore, qui sunt indices ejus quod idem, & quod diversum vocarunt.

De latere autem addito aut detracto exemplum hoc erit: Ut 4. quadratus numerus, si assumat additum latus suum 2. efficit 6. Quod si idem latus ab ipso auferatur, existit numerus 2. Tam 2. autem quàm 6. altera parte longiores sunt. Itemque 9. quadratus addito latere ipsius 3. efficit 12. parte altera longiorem. Atque eodem latere inde demto, existit numerus 6. & ipse parte altera longior. Et sic deinceps semper.

De participatione rationum & differentiarum diverso modo, hoc ait autor: Numeri, qui easdem differentias habent ad aliquos, non etiam habent easdem ad illos rationes. Ut 4. ad 2. differentiam habet 2. & rationem duplam. At 6. ad. 4. eandem ille quidem habet differentiam 2. sed rationem diversam, nimirum sesqui. Itemque 8. ad 6. rationem habet tertia parte majoris numeri. Et rursum 6. ad. 3. differentiam habet 3. & rationem duplam. Sed 9. ad. 6. rationem habet sesqui, & 12. ad 9. rationem numeri tertia parte majoris. Potest autem, inquit autor, etiam res converti. Id est differentiæ possunt mutari & rationes manere eædem. Ut 4. & 6. Itemque 9. & 12. rationem habent sesqui, sed differentias non easdem. Similiter: 12. ad 9. nec non 16. ad 12. rationem habent tertia parte majoris numeri, sed differentias nequaquam easdem. Ita fit, ut æqualitas sit alicubi qualitate, nimirum ratione atque respectu; in eo autem, quod quantum vocatur, minime sit æqualitas. Et contra, ut in hoc æqualitas sit, in illa non sit. Nam 6. ad 3. & 9. ad 6. & 12. ad 9. & 15. ad 12. & 15. ad 18. habent omnes differentiam 3. & discrepant eodem quanto, rationes autem easdem non habent. Quæ sunt: Duplex, sesqui, parte tertia major, parte quarta major, parte quinta major. Sed 6. ad 4. & 9. ad 6. habent quidem rationem eandem (sunt enim sesquialteri) non autem & differentias habent easdem.

Quod ait autor; καὶ πάλιν ὅτι ἀναγκαίας κατὰ πάσας σχέσεις. &c.

σχέσεις

χέσεις, id est, respectus seu rationes numerorum intelligentur hoc loco ἐπιμόριοι, id est, majorum parte aliqua, ut inter 6. & 4. eadem differentia, dimidium est numeri 4. & tertia pars numeri 6. itemque 14. & 9. eadem differentia, tertia pars est numeri 9. & numeri 12. pars quarta. Et ita se res habet in cæteris.

De cubis, in quibus magis etiam quam quadratis numeris, ejus quod idem est, imaginem conspici, autor ait, se res habet, ut primus numerus impar cubicus τῇ δυνάμει, in quadam & potestate interiore sua, sit unum. Quæ est ἡ μονάς. Deinceps sunt impares duo: 3 & 5. Quibus compositis existunt, 8. qui cubus secundus est. Post hunc rursum tres impares compositi 7. 9. 11. efficiunt tertium cubum. 27. Mox deinde impares quatuor 13. 15. 17. 19. gignunt compositi quartum 64. & post hos quinque impares 21. 23. 25. 27. 29. quintum 125. Et ita deinceps semper.

Designatio numerorum Cubicorum.

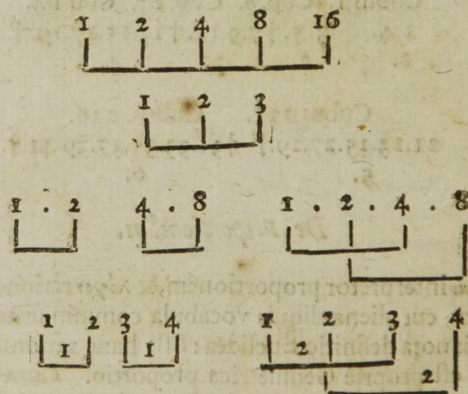
Cubus 1. Cub. 8. Cub. 27. Cub. 64.
1 4. 3. 5. † 7. 9. 11. † 13. 15. 17. 19. †
1. 2. 3. 4.

Cubus 125. Cubus. 216.
21. 23. 25. 27. 29. † † 31. 33. 35. 37. 39. 41. †.
5. 6.

De Proportionibus.

Ἀναλογίαν interpretor proportionem, & λόγον rationem, neque causam esse puto, cur aliena aliquis vocabula comminiscatur. Est autem proportionis nota definitio Euclidea: Esse hanc rationum similitudinem Quæ est proprie Geometrica proportio. Cum qua congruit priore loco exposita ab autore definitio. Posterior autem definitio generalior est: Esse proportionem duorum aut plurium respectuum, quamvis rationi eidem non subijciantur, sed vel differentiæ, vel alteri cuipam. Ubi primum notandum χέσεως nomen (quem respe-

ctum interpretando vocamus) esse generis. Et ideo in definitione attribui ad rationem, id est, τὸν λόγον. Hic enim definitur, δύο ὅρων ἡ πρὸς ἀλλήλους σχέσις. Qui est respectus mutuus duorum terminorum. Est itaque omnis ratio respectus, non tamen etiam omnis respectus proprie ratio. Atque ideo fieri potest, ut proportio communiter appelletur, quamvis non sint in numeris eædem rationes, modo sint respectus ijdem. Quemadmodum in Arithmetica proportione. In qua respectus ijdem tantummodo sunt incrementi. Ut 1. 2. 3. in his enim, etsi qualitatis ratio, quæ est Geometrica, dissimilis est (Cum sit 2. ad 1. ratio dupla, & 3. ad 2. ratio sesqui) Ratio tamen differentiæ, in eo quod quantum dicimus, quæ est Arithmetica, eadem reperitur. Quanto enim superior est numerus 3. numero 2. Tanto numerus 2. superior est uno. Quod autem autor addidit: *vel alteri cuipiam:* Id propter Harmonicam fecit proportionem. Quæ neque differentiæ tantummodo, sicut Arithmetica, neque Rationi tantummodo (quæ proprie ita vocatur) quemadmodum Geometrica proportio subijcitur.



Appellantur autem decem respectus, id est, δέκα σχέσεις ab autore, illæ expositæ inæqualitatis species: Quinque Principes, id est πρόλογοι.

Et,

Et, quinque ἀνάλογοι, numerorum subjectorum.

Quod ait autor proprium esse proportioni continuæ, id est, τῇ συνημμένῃ (quæ & συνεχής) in uno medio. (Hæc enim in tribus terminis μεσότης est) Idem in ea, quam διεζευγμένην & διεχῆ vocarunt, accidere in duobus terminis indicat: ut, quemadmodum in hac 1. 2 3. unum & tria, duplicant duo, & in hac: 2. 3. 4. Duo & quatuor duplicant tria, Et in hac: 2. 4. 6. Duo & sex duplicant quatuor. Et in hac: 4. 6 8. Quatuor & octo duplicant 6. Ita in hac: 2. 3. 4. 5. Duo & quinque duplicant media 3. & 4. Et in hac 2. 4. 6. 8. Duo & 8. duplicant. 4. & 6. Et notandum appellari διεζευγμένην hoc loco eam proportionem, in qua sunt termini distincti quatuor, ut μεσότης manifesto derimatur. quemadmodum de hac ipsa divisione quadam etiam Aristoteles in V. Nicomacheorum verba fecit. Cum quidem in plane & vere disiuncta seu discreta, idem evenire non animadvertatur. Ut in hac 2. 4. 8. 10. Duo enim & 10. non duplicant quatuor & octo, sed tantundem efficiunt. Sicut 4. 6. 12. 14. & 3. 5. 7. 9. Et similiter in alijs.

Quod autor ait esse elegantissimum (sic enim γλαφυρώτατον interpretor) & prioribus ignotum: id exemplo sic declaratur. Proponantur termini continue & disiuncte. Continue hoc modo 1. 2. 3. Disiuncte 1. 2. 3. 4. Ecce in continuis. 2. numerus duplex. 1. major est ea ratione, quam habet numerus 3. ad 2. quæ est sesqui. In disiuncta idem accidit. 2. ad 1. ratio est duplex. Sed 4. ad 3. ratio parte tertia aucti numeri. Est autem dupla ratio major, quam ratio tertia parte aucti numeri. Idque in omnibus ita evenit.

Proportio Geometrica.

1 2 4 8 16 | 1 3 9 27 81
1 | 2 | 4 | 8 | 2 | 6 | 18 | 54

2 . 4 . 8 . 16
2 | 4 | 8
6
12

Quod

Quod autor ait: ἐκ ἀναμὴξ διασώζουσι τὴν σχέσιν: De eo notatur: quod illud ἀναμὴξ (in quo eſt miſtionis ſignificatio) id, quod uſitate ἐναλλὰξ dicitur, indicare videatur. Quod autem ἐναλλὰξ dicitur, (quo viciſſitudo & permutatio quædam ſignificatur) id in quatuor terminis cernitur. Et eſt ratio iſta ἐναλλὰξ complexio præcedentis cum præcedente & ſequentis cum ſequente.

Exempla hoc loco ſic exponuntur: Diſiuncte, ut numerus 2. ad numerum 4. ſic 8. ad 16. In parte majoribus continue: ratio ſeſqui: 9.6.4. Diſiuncte 27.18.12.8. In ijs qui ſunt partibus majores, continue: 25.15.9. Diſiuncte: 125.75.45.27. In multiplicibus & auctis parte, continue: 25.10.4. Diſiuncte: 20.8.5.2. In ijs qui ſunt multiplices & aucti partibus, continue: 64.24.9. Diſiuncte: 32.12.16.6.

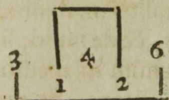
Platonis locus, cuius facit modo autor mentionem, non eſt in κοσμοποιΐα id eſt, Timæo, ſed in VIII. libro πολιτειῶν Neque pertinet ad illam quaſi ædificationem Mundi, ſed indicat quandam temporum fatalium converſionem & hujus cauſſas. Eſt autem is unde proverbium extitit, de maxima obſcuritate, ut diceretur aliquid eſſe Platonicis numeris obſcurius. Quid quidem ſignificaſſe Plato generaliter voluerit, oſtendit Ariſtoteles libro V. Politicorum. Sed Platonica manent adhuc inexplicata. Quæ Platonici aliqui interpretes ne attingere quidem auſi fuere, aliqui ſuis enarrationibus majorem caliginem illis obduxerunt.

Atque putat autor, ſi cum Platonicorum eo in libro expoſitorum lectione hæc, quæ ipſe demonſtrat, conjungantur, fore ut Platonis ſententia Muſarum verbis pronunciata fiat illuſtrior ac planior. Quam Palæſtram relinquentes ingenio & doctrina præſtantibus, ea com memorabimus, ſicut antea eſt factum. Quæ reperimus adſcripta in libro qui penes nos eſt. Sic igitur illa ſeſe habent, quemadmodum nos interpretati ſumus. NUMERI quadrati, quos autor planos appellat, bini propoſiti, omnino admittunt intra ſeſe numerum tertium proportione Geometrica. Ut, proponantur numeri 4. & 9. incidit intra hos numerus tertius 6. Et eſt omnium eadem Ratio, nempe ſeſqui. Quemadmodum enim 9. ad 6. ita etiam 6. ad 4. Et rurſum intra 9. & 16. propor-

portione medius numerus interponitur. 12. Ratione aucti numeri parte tertia. Ut enim sese habent 16. ad 12. Sic quoque sese habent 12. ad 9. Idque perpetuo in omnibus hoc modo euenit. Sciendum autem est, non accedere istud solum propositis duobus quadratis continuis, vt 4. & 9. & 9. ac 16. Sed etiam quicunque proponantur alij. Ut 9. & 36. propositis, intra hos incidit numerus medius 18. Et intra 16. ac 100. incidunt 40. Generaliter enim: Duobus quadratis propositis, vnius latus multiplicans latus alterius, medium tertium proportione efficit. Si autem proponantur, duo numeri cubici, intra hos incidunt duo medij proportione numeri. Ut apparet in 8. & 27. Intra hos enim proportione duo medij numeri incidunt. 18. & 12. Ratione sesqui. Et 27. enim ut sese habent ad 18. sic etiam habent sese 18. ad 12. & 16. ad 8. Et rursum: Intra 27. & 125. duo incidunt proportione medij numeri, 45. & 75. Ratione tertia parte maiore. Et vt habent sese 125. ad 75. sic etiam 75. ad 45. & 45. ad 27. Generaliter .n. duobus propositis cubis, unius latus alterius latus multiplicans, & de multiplicatione procreatum numerum denuo multiplicans, vnum ita medium efficit. Et rursum alterius latus illud alterum multiplicans, & procreatum numerum denuo multiplicans, ita efficit alterum medium. Ut propositis 27. & 8. vnius latus 3. multiplicans alterius latus 2 efficit 6. Et hunc numerum denuo multiplicans efficit. 18. Rursum alterius latus. 2. multiplicans latus alterius. 3. efficit. 6. Et denuo hoc multiplicans efficit. 12. Atque sic existunt quatuor proportione numeri. 27. 18. 12. 8. Cernitur autem hoc non solum in quadratis & cubicis numeris evenire, sed in omnibus quoque similibus, tam planis quàm solidis. Similes enim plani dicuntur: Qui proportione latera sortiti sunt. Hoc est: Quorum, quam rationem habet numeri vnius latus vnum ad suum alterum, eandem rationem habet & alterius numeri latus vnum ad suum alterum. Ut in his numeris. 8. & 18. Horum enim vtraque latera rationem habent inter se duplam. Sunt enim 8. latera 2. & 4. Latera autem 18. sunt 3. & 6. Intra hos igitur incidit numerus medius 12. Maiore latere vnius multiplicato cum alterius minore. Et ita fit, vt quemadmodum sese habent 18. ad 12. sic se etiam habeant 12. ad 8. Et similes quoque solidi itidem dicuntur: Qui proportione sua habent latera.

Ut in 6. & 48. Nam numeri 6. latera ſunt. 1. 2. 3. Semel enim duo, ſunt. 2. & bis tria, ſunt 6. Numeri autem 48. latera ſunt 2. 4. 6. Bis enim quatuor ſunt 8. & octies ſex, ſunt 48. Sunt autem latera numeri 48. ad latera numeri 6. in Ratione duplice. Horum itaque duorum ſolidorum 6. & 48. duo medij reperiuntur, nempe 12. & 24. Nam multiplicatis inter ſe minoribus lateribus, & multiplicato hoc multiplicante majoris latus majus, ita unus medius producitur. 12. Nam ſemel duo, ſunt 2. & bis ſex, ſunt. 12. Rurſum numerus exiens de multiplicatione majorum laterum majoris, & multiplicans minus latus minoris alterum medium efficit, ſexies enim quatuor, ſunt 24. Et ſemel viginti quatuor, ſunt 24.

De Harmonica proportione, ſeu Medio Harmonico.



3. Rationis duplicis.



4. Rationis triplicis.

In priore deſignatione 3. 4. 6. Medius. 4. minor eſt numero. 6. dimidio ſui, id eſt, 2. numero aut 3. major, quarta ſui parte, id eſt 1. Duo autem tertia pars ſunt de ſex, et vnum ſimiliter inſtar tertiæ partis de tribus.

In ſecunda deſignatione 2. 3. 6. addita 2. ad 6. faciunt 8. Hic multiplicatus medio numero 3. efficit 24. Qui numerus duplex eſt ad extremos multiplicatos. bis enim 6. ſunt 12.

Habet autem Geometrica analogia eaſdem rationes expoſitorum numerorum; id eſt, τῶν λόγων ταυτότητα ἐν ὅροις. Arithmetica vero cernitur in differentijs ijſdem, quæ eſt ταύτοτης διαφορᾶς. Harmonica autem exhibet, ταυτότητα ὅρων πρὸς διαφορὰς. Id eſt eaſdem rationes & differentias. Quam enim in. 2. 3. 6. maximus numerus 6. ad

ad minimum 2. rationem habet, nimirum triplam, eam differentia habet maximi & medij, nimirum 3. ad differentiam medij & minimi, quæ est 1. nam & hæc tripla ratio est.

Designatio μεσότητος ἁρμονικῆς indicio cubi.



Nam in cubo omnino latera sunt 12. Anguli 8. planiciæ 6.

Diagramma Musicum.

<table>
<tr><td>3 ἐπίτριτος 4</td><td>ἡμιόλιος 6</td><td>ἐπίτριτος 8</td><td>ἡμιόλιος 12</td></tr>
<tr><td>διὰ τεσσάρων</td><td>διὰ πέντε</td><td>διὰ τεσσάρων</td><td>διὰ πέντε</td></tr>
<tr><td colspan="2">διπλάσιος διαπασῶν</td><td colspan="2">διπλάσιος διὰ πασῶν</td></tr>
<tr><td colspan="4">τριπλάσιος διὰ πασῶν καὶ διὰ πέντε</td></tr>
<tr><td colspan="4">τετραπλάσιος δὶς διὰ πασῶν.</td></tr>
</table>

Designationes τῶν μεσοτήτων, Primum trium propositis duobus paribus, & deinde imparibus.

Arithmetica.	Geometric.	Harmonica.
10. 25. 40.	10. 20. 40.	10. 16. 40.
15. 15.	10. 20.	6. 24.

In Imparibus numeris.

Arithmetica.	Geometric.	Harmonic.
5. 25. 45	5. 15. 45.	5. 9. 45.
20. 20.	10. 30.	4. 36.

Alia inuentio medij Harmonici diuersa ab ea, quam tradit Nicomachus.

Propositi numeri extremi multiplicentur, & qui ita extiterit numerus duplicetur, & deinde diuidatur de compositis extremis. Et qui ita euenerit numerus (qui etiam πλάτος τῆς παραβολῆς dicitur) medius est. Ut sint propositi numeri extremi 10. & 40. Multiplicatio exhibet 400. hæc duplicata sunt 800. diuidantur hac ipsa de 50. qui numerus est compositorum extremorum, exhibuit 16. qui iam medius est.

Designationes septem addititiarum analogiarum, quæ apud antiquos non extant. Quamuis quarta Pythagorica perhibeatur.

Quarta.	Quinta.	Sexta.
3. 5. 6.	2. 4. 5.	1. 4. 6.
2. 1.	2. 1.	3. 2.

Septima.	Octaua.	Nona.	Decima.
6. 2 8. 9.	6. 7. 2 9.	4. 2 6. 7.	3. 5. 3 8.
3.	3.	3	5

Designatio μεσότητος perfectissimæ & triplicis extensionis, & comprehendentis cæteras omnes.

	ἐν ἡμι	ολίῳ
ἐν ἡμι	ολίῳ	
6 8	9	12
ἐν ἐπιτρίτῳ	ἐν ἐπογδόῳ	ἐν ἐπιτρίτῳ
	ἐν διπλασίῳ	

Arith-

Arithmeticæ Symbolæ.

Arithmetices definitio Platonica est in Gorgia ſane vulgaris: ὅτι ἐπιστήμη ἐστὶν ἀριθμητικὴ ἡ περὶ τοῦ ἀρτίου καὶ περιττοῦ γνώσεως, ὅσα αὖ ἑκάτερα τυγχάνει ὄντα. Sed in VI. Rerumpublicarum de iſta ſcientia ſunt diſputationes accuratiores. Quidam Arithmeticam definierunt, ἐπιστήμην ἀριθμῶν ἀπὸ τῆς μονάδος, ut intelligatur hanc eſſe numerorum integrorum, cum logiſtice etiam portiones tractet, & integra diuidat.

Sed unum, id eſt τὸ ἓν μονάδα: Numeri originem & fontem, quam & ὕλην καὶ πανδοχέα καὶ εἶδος εἰδῶν vocarunt Pythagorici. Definientes autem hanc, ἀρχὴν ἀριθμοῦ θέσιν μὴ ἔχουσαν. (Hujus enim eſt τάξις, ſicut θέσις σημείου, id eſt puncti.) παρὰ τὸ μένειν duxere nomen: Nam & omnis multitudo in uno inſiſtit, & unum cuicunque numero applicatur, is idem permanet: ut ſemel duo; ſemel tria, ſemel quatuor. Bellum etiam eſt, quod animadverterunt quidam hoc nomen, μονάς, literas eas habere, quæ ſint notæ numeri. 361. Et unum circulum, viam ſolis, qui ſignifer appellatur, diuidi ſolere in partes ſeu gradus, quæ ſunt μοῖραι 360. Iam aliquibus valde acutis non placuit idem eſſe τὴν ἑνάδα καὶ τὴν μονάδα. Quod unum ſimpliciter eſſet indiviſum & nullo modo mutaretur aut variaretur, & ſuperaret atque contineret omnem de quibuſcunque cogitationem. Sed neque diſcrimen iſtud magnopere dignum videtur conſideratione, neq; explicatur res dilucide. Atque unum non eſt numerus ἐνεργείᾳ, id eſt, effectus & manifeſtus numerus, ſed δυνάμει appellari numerus poteſt, omnem vim poteſtatemque numeri comprehendens. Quidam etiam νοητὸν ἀριθμὸν vocarunt, τὸ ἕν. Quod notio in hoc numeri, cogitatio tantum quædam & mentis eſſet contemplatio, non apparente proprietate & natura.

DUO.

Duo (quæ eſt δυάς) multis nominibus appellarunt, quemadmodum & cæteros numeros. Congruum autem admodum videtur τοῦ μεταιχμίου

ἑνὸς καὶ πλήθους. i. Intervalli cujusdam inter unum & multa. Nam argumentando, Duo & numerum esse atque multa & non esse numerum atque multa conficitur. Vocarunt: & ἄνισον, id est, ἔλλειψιν καὶ πλεονασμόν, consideratione erudita. Si enim ponantur, ut πλευρά, id est, latus .2. plura hæc sunt. Sin ut δυνάμις in planicia, pauciora. Atque de latere res est evidens. De planicia vero quod in hac pauciora sint, ita apparet. Duplicetur quadratum cujus ἐμβαδὸν unum, efficietur ita alterum quadratum, cujus ἐμβαδὸν quidem duo erunt, sed singulæ includentes hoc longitudine .i. μήκει breviores quam .2. Aliqui duxere nomen ἀπὸ τοῦ διιέναι, quod jam pergere numeri incipiant. Aliqui ut retineatur litera .υ. ἀπὸ τοῦ δυῶσαι, quod multitudinem hinc numerus subire ordiatur ῥέας autem nomen significat fluxionem quandam. Incipit enim hoc numero fluere, id est, procedere multitudo.

TRIA.

Τριάς nomen etiam habuit γάμου. Et hujus est γ̄ nota. Numerum hunc perfectum perhibuere. Id est, plane iam numerum & comprehendentem priores, unum atque duo. Omnes autem res naturales tres habent explicationis suæ terminos, Principium, medium, quæ & ἀκμή, id est, maturitas quædam, & finem seu ultimum. Multis autem alijs nominibus insignierunt hunc numerum Pythagorici, quæ reperta omnia referenda non putavimus. In his εὐβουλίας unum est, & alterum φρονήσεως. Quibus consilium bonum & prudentia significatur, Quæ in trium temporum consideratione cernuntur, præsentia recte administrandi, futura providendi, de præteritis sese experimento instruendi. Perfectio etiam ista est numeri Imparis manifesta & cum effectu. Nam unum & parem & imparem illud quidem comprehendit, sed occulta potestate atque vi, id est, δυνάμει.

QVATVOR.

Ἡ τετράς. Numerus hic iam plane par est. Nam duo non possunt proprie dici paria, cum conditione paris numeri deficiantur, quæ est: Omnes numeros pares dividi posse in manifesto Impares & pares. Nominarunt hunc numerum γνώμονα, id est, Regulam seu normam, &

& clausulam. Composito enim hoc cum præcedentibus numeris, colligitur summa denarij numeri, unde numerando progredientes priora nomina deinde repetunt. Ideo hos quatuor numeros Pythagorici radices & elementa vocarunt numeri. Et esse ad sapientiam quasi scalarum quatuor gradus perhibuerunt: Arithmeticam, Musicam, Geometriam, Sphæricen. Et incrementum, quæ est αὔξη, ad quatuor usque hoc ordine procedere: Ut indiuiduum, quod puncto indicatur, uno notetur: Duobus linea, quæ jam divisionem admittit: Tribus planicia, & quod summum extremumque apparet, Græcis ἐπίπεδον est & ἐπιφάνεια, & Pythagoricis χροιά. Quatuor, corpus solidum, id est στερεόν. Atque hactenus coacervatis numeris firmitatem & quod stabile esset significarent, & τετρακτύος de his nomine Pythagorici sunt usi, & hoc numero harmonicæ rationes omnes includuntur 1. 4. quadruplex δὶς διὰ πασῶν, 2. 3. sesqui, διὰ πέντε, 2. 4. duplex, διὰ πασῶν, 3. 4. tertia parte major, διὰ τεσσάρων καὶ διὰ πέντε. Nam τονιαῖον διάστημα accessorium quodammodo est. Atque diem quartum lunæ partus viriles & præclaros afferre tradidere, laboriosorum tamen & aliis magis quam sibi consulentium in serviendo. Itaque Herculem & Mercurium aiunt τῇ τετράδι natos. Et memoratur versus: Τετράδι κοῦρος ἔγεντο, καὶ οὔποτε πάγκακος ἔσται. Scitum etiam quod isto numero distribuerunt animi, corporis & externa bona hoc modo: Animi est Φρόνησις, prudentia. σωφροσύνη, Temperantia, ἀνδρία, fortitudo. δικαιοσύνη Iustitia. His respondent in corpore, εὐαισθησία, integritas sensuum. ὑγεία, sanitas, ἰσχὺς, integræ vires, κάλλος, forma in rebus externis, εὐτυχία, fortuna prospera, εὐδοξία, bona existimatio, δυναστεία, potentia, φιλία, amicitia. Vocarunt hunc numerum etiam αἰόλου φύσιν. Æolum autem esse annum voluerunt intelligi. Vocarunt & justitiam, quod hujus numeri quadratum habeat spacium æquale longitudini laterum. Quater quatuor enim sedecim sunt: Quodque de duobus existat tam compositione quam multiplicatione.

Quin-

QUINQUE.

Πεντάς. Huic numero & ipsi tribuerunt nomen γάμου, nec non plura, & ab hoc πεμπάζειν verbum duxerunt, quod numerandi simpliciter habet significationem. Nam & secum & cum præcedentibus si componantur quinque, exeunt sequentes numeri. Sunt enim bis 5. decem, & 5. ac 4. sunt 9. Et 5. ac 3. sunt 8. & 5. ac 2. sunt 7. & 5. ac 1. sunt 6. Inprimis autem Iustitiæ appellatione ornarunt hunc numerum, ex definitione Pythagorica justitiæ, quæ exponitur talis: δικαιοσύνη δύναμις ἀποδόσεως τοῦ ἴσου προσήκοντος, ἐμπεριεχομένης ἀριθμοῦ τετραγώνου περισσοῦ μεσότητος. id est (convertemus enim hæc, sicut poterimus) Iustitia est vis seu facultas tribuendi æqualitatem cuique congruentem, comprehensi medij quadrato numero impari. Hanc definitionem explicuêre designatione Iugi in libra seu trutina, in quo esset examen medium 5. Primus autem numerus quadratus impar est numerus 9. Et expositis ordine numeris 9. reperiuntur 5. in medio. Ad 5. autem usque utrinque numeris majoribus & minoribus additis exeunt semper 10. ut 1. ad 9. & 2. ad 8. & ita in reliquis. 5. autem & 5. simul & ipsa denarium numerum efficiunt. Cum autem 1. 2. 3. 4. Summam efficiant 10. & 6. 7. 8. 9 efficiant summam 30. dispositis his numeris tanquam designantibus jugum collocetur ita in medio examen 5. Atque apparebit quanto 5. hinc à proximo quoque deinceps numero deficiantur, tanto illinc à proximo quoque deinceps superari, ut 4. minus sunt quam 5. uno. Et 3. minus duobus. Similiterque 6. plus sunt uno, & 7. duobus. Et pariter evenit hoc in cæteris. Ita utrinque per inæqualitatem ad iniustitiam declinatur, alijs plus alijs minus obtinentibus. Quorum hi πλεονεκτοῦνται illi πλεονεκτοῦσι. Et hi ἀδικοῦνται illi ἀδικοῦσι. Superant autem numeri sequentes 5. comprehensi, illos qui antecedunt, sic ratio ut sit inter eos triplex. Itaque deprimente pondere jugum fit angulus jam ad examen ea parte obtusus laxitate, & altera parte qua elevatur jugum, acutus angustia, Et ideo deterius est atque gravius facere injuriam & vim, quam perpeti. Verguntque autores iniuriæ deorsum, quasi ad inferos, & efferuntur patientes seorsum veluti

ad superos, divinam opem imploraturi. Subjecimus istius jugi figuram, ad quod applicarunt Pythagoricum symbolum, ζυγὸν μὴ ὑπερβαίνειν, quo juberetur coli justicia.

Cum autem inæqualitatis sit Injusticia, ad hanc corrigendam opus est exæquatione, ut jugum utrinque directum maneat, & examen in hoc normæ veritatem retineat. Est autem exæquatio additionis & detractionis, ut si addas ad quinque 4. & totidem detrahas, æqualem sis habiturus numerum, numeris 9. & 1. Si addas 3. & totidem detrahas, habebis numerum æqualem numeris. 8. & 2. Si addas 2. & totidem detrahas, erit tunc numerus æqualis numeris 7. & 3. Si addas 1. & detrahas 1. futurus numerus hic est æqualis numeris 4. & 6. Ita animadverti potest istius numeri, nimirum 5. opera, addendo detrahendoque numerum denarium existere, cujus dimidium sunt. 5.

SEX.

ἑξάς. Plenus hic numerus est atque perfectus & constans suis partibus cunctis. Atque adeo complectens quodammodo priorem & ipsum perfectione insignem 3. Nam 2. 2. 2. id est, ter duo, sunt 6. Estque ad partiendum hic numerus præ cæteris idoneus. Pythagorici etiam hunc vocarunt γάμον & ἀρρενόθηλυν. Propterea quod partes toti æquales sint, & soboles similiter similis debeat esse parentibus, & quia primus est numeri pariter imparis, id est ἀρτιοπέρισσου. Vocarunt & ὁλομελίαν. quia completur partibus suis ille numerus totus. Et ἀμφιτρίτην. Dividitur enim medius in tria. Atque illam suam μετεμψύχωσιν, id est, migrationem animarum (qua fortasse mutationes rerum singulares volu-

voluerunt indicare) definierunt numero annorum, qui in cubico, hoc est, incremento 216. Est hic etiam numerus ἐμβαδοῦ, id est, spacij figuræ triquetræ cum recto angulo Pythagoricæ, cujus latera includentia angulum rectum 4. & 3. & subter hæc 5. Quo demonstrarunt cum alia, tum mensium novenorum & septenorum esse vitales partus, octonorum non esse. Multiplicentur enim 4. per 5. exibunt 20. Multiplicentur item 5. secum, exibunt 25. Hæc sibi addita fiunt 45. Quæ summa deinde multiplicetur numero spacij 6. & conficientur 270. Quos si quis dies faciat, & partiendo per. 30. redigat ad menses, habebit menses novem. Rursum multiplicentur 5. per. 4. fiunt 20. & 5. per 3. fiunt 15. hæc conjuncta fiunt 35. multiplicetur ista summa per. 6. qui spacij in illa figura triquetra numerus est, exeunt 210. Qui dies distribuuntur in menses 7. Iam vero si multiplicentur 5. per 3. exibunt 15. Et 5. secum, exibunt 25. hæc coniuncta sunt 40. accedat multiplicatio per numerum spacij 6. exibunt. 240. Hæc summa dierum complebit menses 8. quorum mensium partus (quæ sunt ὀκτωμηνιαῖα βρέφη) non sunt vitales. Quia commistio est numerorum imparium 5. & 3. cum in 9. & 7. mensium partubus (quæ sunt βρέφη ἐννεαμηνιαῖα, & ἑπταμηνιαῖα.) misceantur pares & impares 5. & 4. Itemque 4. & 3. quorum alter maris, alter fæminæ rationem habet. Fundus etiam quidam iste est proportionis Arithmeticæ. 1. 2. 3. his enim conficiuntur. 6.

SEPTEM.

Ἑπτάς. præcipuo loco posuerunt hunc numerum Pythagorici, & non dubitarunt σεπτάδα appellare. In quo nomine est significatio venerationis. Inter alia hujus nomina memoratum παρθένος & ἀθηνᾶ. & ἀγελία. De quo hoc traditur. Ostanen et Zoroastren in sacris libris vocare ἀγέλας conversiones orbium stellarum, id est, σφαίρας ἀστερικάς. Et ἀγέλους nexus rationum naturalium, quod nomen postea corruptum fuerit unius litteræ interpositione, ut ἄγγελοι illi vocarentur. Septem autem orbes stellarum veteres numerarunt, secundum versus Callimachi, quos Clemens Alexandrinus retulit:

Ἑπτὰ δ' ἦ πάντα τέτυκται ἐν οὐρανῷ ἀστερόεντι,
Ἐν κύκλοισι φανέντ' ἐπιτελλομένοις ἐνιαυτοῖς.

Hoc

Hoc numero continetur proportio Geometrica. 1. 2. 4. appella-
runt hunc numerum & καιρὸν, propter eventus, de quibus faciunt
judicium Medici, quæ sunt ἐκβάσεις κρίσιμοι. Septem numerantur
etiam facies lunæ, id est, φάσεις σεληνιακαὶ, crescens μηνοειδὴς, διχό-
τομος, ἀμφίκυρτος, πανσέληνος & rursum decrescens ἀμφίκυρτος,
διχότομος, μηνοειδής. Prima facies est præferentis lunæ speciem cor-
nuum, secunda dimidiati orbis, tertia quasi gibbos habentis, quarta
plenæ, & retro decrescentis sicut creverat.

OCTO.

Ὀγδοάς. Hunc numerum ὀγδοάδα quasi ἐκταδάδα, volunt appella-
tum, quia de duobus augmento cubico excreverit, bis enim duo bis
sunt 8. Et ideo ἀσφάλειαν καὶ ἕδρασμα vocarunt. Et quoniam includentes
orbes stellarum extimum fecere octauum, ex eo proverbium est na-
tum de omni undique perfectione, ἄπαντα ὀκτώ. Cum quidem in cu-
bo octo etiam anguli sint, & ἐγγώνια στερεὰ σχήματα angulorum
ratione varientur: Sed proverbij aliæ quoque causæ afferuntur. Distin-
xerunt etiam rationes Musicas hoc numero, & mundi constituti-
onem, quod σύστημα κοσμικὸν vocarunt, secundum eas exposue-
runt, hoc quodam modo: 9. ad 8. est λόγος ἐπόγδοος, id est octava
parte majoris numeri. Hic est Musicis tonus, & tributur lunæ. 12.
ad 9. ratio ἐπίτριτος, id est, tertia parte majoris numeri, & 12. ad 8.
ἡμιόλιος i. sesqui. Hæ Mercurio dantur. 16. ad 12. similiter ἐπίτρι-
τος, & 16. ad 8. διπλάσιος. i. duplex. Eas esse volunt Veneris. 18.
ad 12. ἡμιόλιος est, & 18. ad 9. διπλάσιος. Istæ ascribuntur Soli.
21. ad. 9. ratio est ἐπιμόριος, διπλασιεπίτριτος. i. duplex & in-
super terria parte majoris numeri. Hac censetur mirificum sidus horri-
bileque terris, ut ait Cicero, Martis. 24. ad 18. ἐπίτριτος 24. ad 12.
duplex. 24. ad 8. triplex. Est autem etiam 18. ad 12. Itemque 12. ad 8.
ratio ἡμιόλιος. His ornarunt prosperum & salutarem Iovis, secun-
dum Ciceronem, fulgorem. 32. ad 24. ἐπίτριτος. 32. ad 8. τετραπλά-
σιος. i. quadruplex. Quæ sunt Saturni. 36. ad 24. ἡμιόλιος. 36.
ad 18. duplex. 36. ad 9. quadruplex, & 24. ad 18. ἐπίτριτος. His
defi-

definitur extimus orbis arcens & continens cæteros, quæ Græcis est σφαῖρα ἀπλανής. Et ideo Cadmiam nominarunt τὴν ὀγδοάδα. Nam perhibetur coniunx fuisse Cadmi Harmonia. In expositis autem numeris differentias ὑπεροχῶν, id est, quanto quisque alterum superet, unusquisque facile animaduertere poterit.

NOVEM.

Ἐννεάς. Quidam hoc nomen volunt esse παρώνυμον τοῦ ἑνός. Quod intra istum numerum omnes revolvantur. Itaque & ὠκεανὸν καὶ ὁρίζοντα, vocarunt & ἄλιον παρὰ τὸ ἁλίζειν, id est, quod numeros omnes congreget; & multis alijs nominibus sunt usi indicantes proprietatem ipsius. Hic consecratus est Musis numerus, In quo insunt numeri rationum consonantium, id est, οἱ τῶν συμφωνιῶν λόγοι 4. 3. 2. Nam hæc consummata 9. fiunt. Est autem 4. ad 3. numerus ἐπίτριτος. Et 4. ad 2. duplex. Et 3. ad 2. Sesqui: ἀνακυκλήσεως vero, id est, revolutionis (quam & παλινῳδίαν, contrarium quendam concentum vocarunt) elegans est contemplatio. Nam est ab uno ad Nouem φυσικὴ πρόβασις, id est, naturalis processio. Decem autem fiunt quasi denuo unum. Et ita reditur ad numeri incrementum repetitis serie prioribus. Παλινῳδία autem addendo & detrahendo perspicitur, ut in designatione subjecta.

10	De		Re	1
11				2
12	tra		sta	3
13				4
14	han	9.	b	5
15	tur			
16			u.	
17	un			
18			nt.	~
19	diq;			10

Eadem est futura retro incrementi progressio, addendo 9. Vt 9. ad 1. fiunt 10. & 9. ad 2. fiunt 11. Et novem ad 3. fiunt 12. Et ita deinceps.

Item detractis.

20	bis 9.	2
30	ter 9.	3
40	quater 9.	4
50	quinquies 9.	5
60	sexies 9.	6
70	septies 9.	7
80	octies 9.	8
90	novies 9.	9

De 100. autem detractis undecies 9. rursum reditur ad unum. Et ita progredi licet, quo usque alicui libuerit.

DECEM.

Δεκὰς, quasi δεχὰς. Capit enim hic numerus universos. Et ideo
ἄτλας quoque & κλειδοῦχος est dictus. Itemque πᾶν. Et ἀκάμας.
Hic enim terminus seu limes, seu meta ista est, numerorum recurren-
tium, & quasi δολιχευόντων, & cohercens excursionem numeri in in-
finitum. Atque veterum numerorum Regiorum hæc fuit summa, ut do-
na tribuerentur. Confici hunc numerum serie expositis 1.2.3.4.. ante est
dictum. Et rediguntur ijdem numeri in figuram triquetram, quæ inclu-
ditur quaternorum numerorum lateribus. Etiam ἀνάγκην vocarunt, &
πίστιν: Quod & cogeret intra se omnia, & explicando faceret de omni-
bus fidem. Cæteras, quæ traduntur, appellationes non putavimus refe-
rendas. Ut autem 4. tribuerunt animæ, sic 10. Mundo assignarunt.
Et refert versus Proclis, quibus dicitur processisse numerum universum,
μουνάδος ἐκ κευθμῶνος πτερόδ' ἐπιζαθέην, ἣ δὴ τέκε μητέρα
πάντων, ἄτροπον, ἀκαμάτην, δεκάδα κλειὄσιμιν ἁγνήν.

Alia quædam Mathematica Eranismata.

Longitudine, id est μήκει, quæ duplicia sunt, ea facultate, id est
δυνάμει, sunt quadruplicia in planicia, in soliditate vero octupli-
cia. Longitudine autem triplicia, facultate sunt ter triplicia, id est,
ἐννεαπλάσια, & in soliditate ἑπτακαιεικοσαπλάσια, quo nomine
multiplicia indicantur numero viginti & septem. Atque ita sese ordina-
ta series habet numerorum. Et similiter in consideratione partium, lon-
gitu-

gitudine quæ ſunt dimidia. i. ἡμίση, ea ſunt facultate τεταρτημόρια, id eſt, partis quartæ ſeu quadrantis, & in ſoliditate ὀγδοημόρια. i. partis octavæ. Itemque tertiæ partis longitudine ſunt facultate partis nonæ, & in ſoliditate partis viceſimæ ſeptimæ.

Numeri quadrati.

Omnes quadrati numeri ante 16. numeroſiora habent includentia latera, ſpacijs ipſorum, quæ ſunt ἐμβαδά. Poſt hos autem, habent illa his minus numeroſa.

Ænigma.

Πυραμὶς ἡ πρώτη, τρία, τέσσαρα τ' εἰμικὶ καὶ ὀκτώ. ἡ πρώτη πυραμὶς ἔχει βάσιν τρίγωνον καὶ γωνίας τέσσαρας, ὡσαύτως καὶ τέσσαρα ἐπίπεδα. ὅθεν καὶ τετράεδρον σχῆμα, τὰ γὰρ δὶς τέσσαρα εἰσὶν ὀκτώ.

Quo explicatur numeris hoc nomen Græcum κόσμος, quod latina mundi nomine interpretantur?

Trigonum cum æqualibus cruribus, cujus latera 3. numero ſenario efficitur. Et trigonum cujus latera 4. numero denario. Iam 3. & 4. conjuncta fiunt. 7. Quæ eſt μεσότης unius & Decem. Nam reſpectu Arithmetico Medij ſunt numeri intra 1. & 10. numerus 4. & 7. Itaque conjuncti 4. & 7. totidem ſunt, quot 1. & 10 Tantum que eſt inter 4. & 7. intervallum, quantum inter 7. & 10. Iam per 6. multiplicatis 10. fiunt 60. Et his per 10. multiplicatis exeunt 600. Quem numerum exprimunt indicio ſuo notæ literarum in nomine Græco, κόσμος.

Qui fuit numerus Pythagoricis ψυχογονικός.

Sex diebus fœtus in utero naturaliter conſiſtere initia tradidere, & hujus numeri cubica multitudine dierum, fœtum animari. Qui ſunt dies 216. Et menſes 7. ſuperantibus diebus. 6. quibus, ut dictum, conſiſtunt initia. Nam 210. numerum menſium 7. complent, qui & in illo trigono Pythagorico ſupra reperiebantur. Et ex harmonica doctrina ita demonſtratur. Pythagorici Animæ quaſi deſignationem & qualitatem numero tribuerunt. 5. effectionem vero & vitæ habitum, id eſt ψύχωσιν καὶ ἕξιν ζωτικὴν, numero 6. quæ eſt ἑξάς, & alludit ad nomen

ἕξεως,

ἕξεως, perfectio autem & mentis cogitationisque accessio secundum hos est numeri 7. Iam ἐναρμόνιον numerum, in quo rationes concentuum inessent omnes, exposuerunt laterum inæqualium duum 5. & 7. hi incremento tertio aucti dierum numerum exprimunt 210. sive enim sumas quinquies 6. septies, sive septies 6. quinquies, sive, quinquies 7. sexies, exibit numerus ille 210. Ad quem additis 6. existent 216. Quæ est summa cubi de 6. Totum opus humanæ naturæ ita absolui refertur ex Philolao. Tria sunt molis corporeæ, quæ est τριδιάστατος, hæc colligit numerus 4. Numerus 5. addit qualitatem & figuram. Animæ efficacitatem habet numerus 6. mentem & lucem 7. His accedit sapientiæ stabilitas, quam μῆτιν vocarunt & ἔρωτα, & ita constans atque firma soliditas in cubico numero 8. consistit.

De numero impari & pari.

Formæ numeri imparis à Pythagoricis similitudo (vocant enim hoc εἶδος ὁμοιωτικόν) & formæ paris dissimilitudo tribuitur, quod est ἀνόμοιον. Impar enim numerus aliter dividi nequit, quam sic, imparitas ut una in parte remaneat. Par autem tam in partes pares dimidiari quam secari in alias potest. Præterea triquetræ figuræ duæ cum rectis angulis, quæ sunt τρίγωνα ὀρθογώνια, quadratum constituunt. Et trigonus primus numerus compositus cum secundo, secundusque cum tertio, & tertius quarto, atque ita deinceps, efficit quadratum. Ut 1. 3. efficiunt 4. Et 3. 6. efficiunt 9. 6. & 10. efficiunt 16. & 10. 15. efficiunt 25. Et 15. 21. efficiunt 36. 21. 28. efficiunt 49. &c.

De medijs inueniendis.

Duobus numeris quadratis propositis inveniatur medius proportione.

Sint propositi quadrati 9. & 16. Multiplicentur inter sese latera illorum, quæ sunt 3. & 4. exibit numerus proportione medius 12. Continuatur enim ratio ἐπίτριτος in hac serie 9. 12. 16. Idem fit in non quadratis, sed similibus tamen planis. Sint propositi numeri. 18. & 32. Sive enim 8. per 3. sive 6. per 4. multiplicentur, exeunt. 24. Qui & ipse numerus simili rationum continuatione est medius proportione inter

18. &

18.& 32.Quia eadem eſt ratio laterum. 3.4. Et 6.8. Quando latera non admittunt medium proportione numerum,non niſi unius medius multiplicando inuenitur.Sin admittunt, pluresetiam exiſtent μεσότητες. Sint propoſiti numeri. 16. 81. Horum latera ſunt. 4. & 9. Et inter hæc medius numerus. 6. continuat rationem ἡμιόλιον, id eſt ſeſqui.Multiplicentur 9. per 4. exeunt. 36. Multiplicentur rurſum 6. per 4. exeunt 24. Poſtremo multiplicentur 9. per 6. exeunt 54. Qua ſerie continuata ratione ſeſqui, apparebunt plures proportione medij numeri hoc modo:

16.	24.	36.	54.	81.
4		6.		9.

In ſolidis, cum tanquam ſolidi ſumuntur (poſſunt enim ſolidi ijdem ut quadrati proponi.Nam 64.& eſt cubus & eſt quadratus.ſimiliter 729. & eſt cubus & quadratus) Sed cum numeri proponuntur tanquam ſolidi, duos omnino proportione medios reperiri neceſſe eſt. Sint cubi propoſiti 8.& 27.Priorisque latus multiplicetur,ſolide in latus alterius, bis duo ter,& exibunt 12.Iſque ſolidus numerus appellatur δοκίς, quod nomen diminutum eſt à nomine ſignificante trabem.Rurſum multiplicetur poſterioris mumeri latus prioris, ter tria bis,exeunt 18.(cujus numeri ſolidi nomen πλινθίς, id eſt,laterulus) Et exponantur ſeries horum omnium, reperienturque duo medij proportione numeri continuata ratione ſeſqui.

8.	12.	18.	27.
2.			3.
2.			3.
3.			2.

Sint numeri ſolidi propoſiti non cubi. 24. & 192. Prioris latera ſunt 2. 3. 4. bis enim tria quater efficiunt 24. Poſterioris, 4. 6. 8. quater enim ſex octies efficiunt 192. Atque ex 2.3.8. exiſtent 48.totidem enim ſunt bis tria octies. Rurſum ex 4.6.4 exiſtent 96.totidem enim ſunt quater ſex quater. Eritque numerorum proportione collocatorum ſeries talis, continuata ratione duplice.

24.	48.	96.	192.
2.			4.
3.			6.
4.			8.

F I N I S.

NOTÆ
SAMVELIS TENNVLII
In
LIBRVM QVARTVM

JAMBLICHI CHALCIDENSIS

DE

ARITHMETICA

Nicomachi

Introductione.



DAVENTRIÆ.

Typis WILHELMI WIER, CIↃ IↃCLXVII.

Plato in Epinomide.

Τίνα δὴ καὶ σεμνύνων ποτὲ λέγω θεὸν, ὦ Μέγιλλέ τε καὶ Κλεινία; σχεδὸν οὐρανὸν, ὃν καὶ δικαιότατον ὡς ξύμπαντες ἄλλοι δαίμονες, ἅμα καὶ θεοὶ τιμᾶν τε καὶ εὔχεσθαι διαφερόντως αὐτῷ. Τὸ δὲ καὶ τῶν ἄλλων αἴτιον ἀγαθῶν πάντων ἡμῖν αὐτὸν γεγονέναι, πάντες αὖ ὁμολογοῖμεν, δοῦναι δὲ ἅμα καὶ ἀριθμόν.

Quem Deum, ô Megille & Clinia, laudibus effero? Cœlum prorsus: quem Deum maxime æquum est, cæteros omnes dæmones & deos imitantes eximie nos venerari, votaque & preces apud ipsum fundere; hoc etiam omnes facile agnoscemus, omnium bonorum nobis esse autorem, numerumque dedisse.

SAMVELIS TENNVLII
NOTÆ
IN
IAMBLICHI CHALCIDENSIS SYRI
Arithmeticam.

Ἰαμβλίχου] Iamblichus Constantini & Iuliani παραβάτου Impp. tempore vixit, usus est præceptore nobili illo philosopho Alexandrino Porphyrio; fuit Anatolii contubernalis, Platonicus, ut fere omnes tunc Syri philosophi. Conscripsit quatuor libros, I. est de vita Pythagoræ. II. adhortationes continet ad philosophiam Pythogoricam: quos duos Arcerius edidit satis infeliciter. III. de communi mathematica scientia, quem librum propediem Diis volentibus proferam. IV. hic introductionem Nicomachi arithmeticam habet. V. liber nusquam apparet, cujus mentionem habet Syrianus in met. Aristot. *Vacui vero*, inquit, *exemplum in numeris exactiores sermonum non derelinquunt, quoniam neque in* A *entibus est vacuum, ut quinto libro collectionis Pythagoricorum dogmatum ostendit Jamblichus.* Edidit quoque vitam Alypii, ut testatur Eunapius in illius historia, viri in Dialecticis exercitatissimi. Scripsit etiam de fato, cujus fragmenta exhibui, item de mysteriis Ægyptiorum; quem librum continet Bibliothe- B ca Regia, & codex Patrum S. J. Parisiensium sic inscribit: Τοῦ αὐτοῦ Ἰαμβλίχου εἰς τὴν ἐπιστολὴν Πορφυρίου. Namque est Abammonis magistri Ægyptii responsio ad Porphyrii epistolam ad Anebonem, conscripta à Jamblicho, ut monuit Proclus in Plotinum. Hunc apud Aldum C in folio Marsilius Ficinus, & Romæ Nicolaus Scutellius in quarto typis describi curaverunt; quas editiones nullo pre-

tio usquam quærere potui. Oportet Lucam Holstenium multas curas in hunc auctorem domi pressisse; dicit enim cap. 1. de vita & scriptis Porphyrii: *Alia ad uberiores in Jamblichum observationes servo.* cap. 6. *cujus vitam Eunapius scripsit: & mihi brevi uberius de illo agendum erit, cum omnia ejus scripta simul in lucem producam.* Jamblichus fuit magni nominis Philosophus: Nam dicitur Eusthatio Iliad. β. μέγας φιλόσοφος. Iliad σοφώτατος Ἰάμβλιχος. Eunapio φιλόσοφος ὀνομαστότατος. item θαυμάσιος. & διδάσκαλος θειότατος. Proclo Diadocho in Timæum. θεῖος. Juliano Imperatori epist. 1. τὸ κοινὸν ἁπάσης τῆς οἰκουμένης ὄφελος, *commune orbis terrarum commodum.* epist. 2. ejusdem Imperatoris καθάπερ πάτριος θεός. *quasi patrius Deus.* ibid. γενναῖος. epist. 3. cum Apolline comparatur. Laudatur & à D. Hieronymo epist. adversus Rufin. *Cujus enim sunt illa*, inquit, χρυσᾶ παραγγέλματα; *nonne Pythagoræ? in quibus omnia ejus breviter dogmata continentur, & quæ latissimo opere Philosophus commentatus est Jamblichus, imitatus ex parte Moderatum, virum eloquentissimum, & Archippum & Lysidem Pythagoræ auditores. Quo-*

A *rum Archippus ac Lysides in Græcia, id est, Thebis scholas habuere, qui memoriter tenentes præcepta doctoris, ingenio pro libris utebantur.* Hic Moderatus fuit Gaditanus, & Pythagoreorum placita undecim libris, ex quibus plurima sumpsisse Jamblichus videtur Hieronymo, est complexus, teste Porphyrio sive B Malcho in Libro de vita Pythagoræ. Ὡς ἄλλοι τε φασὶ καὶ Μοδέρατος, ὁ ἐκ Γαδείρων πάνυ συνετῶς ἐν ἕνδεκα βιβλίοις συναγαγὼν τὸ ἀρέσκον τοῖς ἀνδράσι. Syrianus cognomento Philoxenus in commentariis ad l. 12. Metaph. Arist. *Cum sit differentia apud eos unius & unitatis, de qua & anti-* C *quorum Pythagoricorum multi disseruerunt, ut Archytas, qui dicit, quod unum & unitas cognata existentia differunt ab invicem, & juniorum Moderatus & Nicomachus.* ita legendum, cum vulgata lectio dicat *Oderatus*, docuit me Parisiis, & sic edidit seculi nostri decus Henricus Valesius. Eusebius Histor. D Eccl. l. 6. c. 19. de Origene. Τοῖς τοῦ Νουμηνίου καὶ Κρονίου, Ἀπολλοφάνους τε καὶ Λογγίνου, καὶ Μοδεράτου, Νικομάχου τε καὶ τῶν ἐν τοῖς Πυθαγορείοις ἐλλογίμων ἀνδρῶν ὁμίλει συγγράμμασιν. *Numenii quoque, Cronii, Apollo-*

Apollophanis & Longini, Moderati A *& aliorum, qui inter Pythagoricos præcipui habentur, scripta quotidie habebat in manibus.* Moderatum autem hunc vixiſſe circa tempora Neronis probatur ex Plutarcho Sympos. VIII. quæſt. 7. qui dicit ſe Romæ à Sylla invitatum ſimul cum Lucio Hetruſco, quem vocat Μοδεράτȣ τινὰ τȣ̃ Πυθαγορικȣ̃ B μαθητὴν. Alius Moderatus recenſetur à J. Capitolino c. 29. inter adulteros Fauſtinæ, quos ſtupide M. Antoninus Philoſ. ad varios honores promoverit. Iſta ὡς ἐν παρόδῳ, quia G. I. Voſſium & Bernhardum à Malincrot hæc tacuiſſe videbam. Ut ad Jamblichum revertar, ita fuit Platonicus, ut etiam Pythagoræ dogmata conjungeret, quemadmodum ex operibus ejus conſtat. Sic vice verſa ab Origene l. 4. contra Celſum, dicitur Numenius Pythagoricus longe melius, quam Celſus, Platonem expoſuiſſe, & Pythagoræ dogmata defendiſſe. Sic Cronius & Moderatus, cum eſſent Pythagorici, Platonis Philoſophiæ ſtuduiſſe dicuntur Longino in libro de fine: Iſtius enim ſęculi philoſophi non tanquam transfugæ (ut ait Seneca ep. 2) ſed tanquam exploratores, conſueverant in aliena caſtra tranſire. Præter Sopatrum Syrum, Ædeſium & Euſtathium Cappadoces, & Theodorum ac Euphraſium Græcos, quos recenſet Eunapius, diſcipulos Iamblichi narrat L. Holſtenius de vita & ſcriptis Porphyrii, c. 6. Plutarchum Athenienſem, qui perpurgatam philoſophandi rationem perceptam ab eo in patriam retulit. C. Peucerus etiam Proclum dicit Iamblichi diſcipulum, Nazianzenus ipſum Lulianum. Duo maleficia circumfert de Iamblicho poſteritas, quorum uno animas orco evocaverit, altero numinibus infernis ſacraverit: primum eſt apud Eunapium; C cum Gadaris, ubi ſunt nobiliſſimæ Syrorum thermæ, à Bajis ſecundæ, ſe lavaret, contacta aqua paucis admurmuratis verbulis, de fontis imo *Amorem* puſionem exciviſſe candidum, juſta ſtatura, capillo fulvo ad modum auri, nitida dorſi cute, lavanti aut loto aſſimilem; attonitis novitate rei D comitibus tranſiviſſe ad proximum fonticulum; ſemper præceſſiſſe, inter eundum cogitatione defixum vultu ſuſpenſum eadem, quæ prius peregiſſe, & alterum *Amorem* ἀντέρωτα dictum evocaviſſe, priori, quem ἔρωτα

 voca-

vocarunt, omnia ſimilem, præter comas magis nigras & rutilas per collum ſparſas. C. Peucerus lib. de incantat. prodidit Jamblichum ἀλεκτρυομαντείᾳ ſcrutatum, quis poſt Valentem Cæſarem eſſet imperaturus; Nimirum literas viginti quatuor in pulverem inſcripſiſſe, earumque cuique granum hordei impoſuiſſe; in hæc emiſiſſe gallum gallinaceum, carminum adjurationibus prius in hunc uſum expeditum. De quibus enim literis grana abripuiſſet, illis conjunctis rem quæſitam declarari. Cum autem gallus grana de ſolis quatuor literis, θ. ε. ο. δ. ſuſtuliſſet, incertum fuiſſe, Theodoſius ne, an Theodotus, vel Theodorus, vel Theodectes deſignaretur: Ita vaticinio cognito Valentem plurimos his nominibus notos, tanquam in vitam ſuam inquirentes, metuentem inſidias interfeciſſe, quæſitis etiam vatibus ipſis. Jamblichum ergo ſævitiam Imperatoris metuentem, hauſto veneno mortem ſibi conſciviſſe. Tertias etiam præſtigias refert Eunapius; Jamblichum orantem decem cubitorum altitudine à terra elevatum in vacuo aëre pependiſſe, corpore & veſtibus in aureolum colorem mutatis; finitis vero

A precibus deſcendere & ad priſtinam ſpeciem redire fuiſſe viſum. Sed his vitiis autorem aſſerit vir doctiſſimus Gabriel Naudæus apologia, quam vernacula lingua ſcripſit pro magnis viris, in quibus magiæ ſuſpicionem quæſiverat malignitas. Codex Memmianus male habebat Ἰαμβλύχου,

B pro Ἰαμβλίχου. Alius hoc noſtro eſt Iamblichus, de quo in Scaligerianis: *Iungherman donnera amatoria de Iamblichus, qui á eſte du temps de Commodus.* Non ille modo ſub Commodo, ſed antea ſub M. Antonino etiam vixit, e ſervis natus: Amatoria ſunt Babylonica, ſive libri unde quadraginta de amore

C Rhodanæ & Sinonidis, conſignati ab Adriano ſophiſta, Herodis diſcipulo, & exſtare dicuntur in Bibliotheca Eſcuriana. Suidas. Ἰάμβλιχος· οὗτος, ὥς φασιν, ἀπὸ δούλων ἦν, ἔγραψε δὲ τὰ καλούμενα Βαβυλωνικά. Ἔστι δὲ Ῥοδίνος καὶ Σινωνίδος ἔρως ἐν βιβλίοις λθ΄. Οὗτος λέγει περὶ Ζαβαρᾶ, τοῦ

D εὐνούχου τοῦ ἐραστοῦ τῆς Μεσόπτης τῆς εὐειδεστάτης. Theodorus Priſcianus, Medicus antiquus, illum vocat Syrum libri II. parte priori cap. XI. [in hunc medicum exſtat leontii Scholaſtici epigramma l. IV.

Antho-

Anthologiæ.c.13.] *Uti ſane lectionibus animum ad delicias pertrahentibus, ut ſunt Amphipolitæ Philippi, aut Heliodori, aut certe Syri Jamblichi, vel cæteris ſuaviter amatorias fabulas deſcribentibus*. Photius Babylonium vocat, æqualem M. Antonino, numero XCIV. fol. 133. Λέγει δὲ καὶ ἑαυτὸν Βαβυλώνιον εἶναι συγγραφεὺς, καὶ μαθεῖν τὴν μαγικήν. μαθεῖν δὲ καὶ τὴν ἑλληνικὴν παιδείαν, καὶ ἀκμάζειν ἐπὶ Σοαίμου τοῦ Ἀχαιμενίδου τοῦ Ἀρσακίδου, ὃς βασιλεὺς ἦν ἐκ πατέρων βασιλέων. Γέγονε δὲ ὅμως καὶ τῆς συγκλήτου βουλῆς τῆς ἐν Ῥώμῃ, καὶ ὕπατος δὲ, εἶτα καὶ βασιλεὺς πάλιν τῆς μεγάλης Ἀρμενίας. Ἐπὶ τούτου γοῦν φησὶν ἀκμάσαι ἑαυτόν, ῥωμαίων δὲ διαλαμβάνει βασιλεύειν Ἀντωνῖνον. Codex H. Stephani ad marginem docebat Iamblichum hunc materno & paterno genere Syrum, Babylona avectum tempore Trajani. Καθ᾽ ὃν καιρὸν Τραϊανὸς εἰσέβαλεν εἰς Βαβυλῶνα. Fuit & Iamblichus Arabiæ cujuſdam partis rex, quem Antonius apud Actium ex ſuſpicione mala dicitur βασανίσαι, inter tormenta occidiſſe, apud Dionem lib. L. p. 427. Cicero l. 15. ep. fam. 1. vocat illum phylarchum Arabum, quem tunc homines opinarentur bene ſentire, amicumque eſſe reip. Romanæ. Strabo lib. 16. vocat illum Tarcondimoti filium contra Dionis mentem. Reliquit filium ſui nominis Jamblichum, cui Auguſtus principatum paternum reſtituit. Dio. lib. 54. pag. 526.

Χαλκιδέως] codex Memmianus male χαλκηδέως. Suidas χαλκιδεῖς. οἱ ἀπὸ τῆς χαλκίδος, ἡ εὐθεῖα ὁ χαλκιδεύς. Urbes hujus nominis ſunt plurimæ. Chalcis in Thracia, ex qua oriundi Xenophilus Pythagoreus (Iambl. in vita Pythagoræ) Lycophron, Amphidamas, Philippus, Myniſcus, Iſæus Rhetor, Iſmenias pictor, Cteſibius philoſophus, Evius, Charon, Eubulides, Philo, Apio civitate ab Athenienſibus donatus; quos bene collegit Ioannes Jonſius vir literatiſſimus, ſed ſeculo noſtro ignoratus. Suidas, Χαλκὶς, ὄνομα πόλεως Εὐβοίας, unde idem χαλκιδίζειν καὶ χαλκιδεύεσθαι, Chalcidenſium mores imitari, in eos qui parci & ſordidi ſunt. Heſych. ἀπὸ τῶν κατ᾽ Εὔβοιαν χαλκιδέων. Eraſm. *Chalcidenſes, in inſula Eubœa populi, comœdiæ ve-*

teris

teris convitiis notati sunt, quod ava-
riores essent. Ad hanc urbem etiam
refertur proverbium. Ὥσπερ χαλ-
κιδικὴ τέτοκεν ἡμῖν γυνή. Tan-
quam Chalcidice peperit nobis
uxor: Erasm. *Quod è chalciden-*
sium officinis ingens armorum æreo-
rum & quadrigarum vis prodiret.
Stephanus enim ab officinis urbi nomen
additum putat. Hinc & χαλκιδικὸν
δίωγμα, Chalcidica persecutio,
Suidas: Cum enim in bello ma-
tronæ vota fecissent, ut hostes fu-
garentur, accidit ut illi Chalci-
dem profugerent. Hesychius
Διότι εἰς χαλκίδα ἐγένετο ἡ ἐκδί-
ωξις. Tertia Chalcis, Iamblichi pa-
tria, est in Cœle-Syria, metropolis
Chalcidices vel Chalcidenes, &
isti regioni nomen dedit. Plin.
lib. v. c. 25. *Cœle habet Apamiam*
Marsya amne divisam á Nazerino-
rum tetrarchia &c. Clacidem cogno-
minatam ad Belum, unde regio Chal-
cidene fertilissima Syriæ. Et inde
Cyrrhestica. Ptolomæus lib. v. c. 15.
Χαλκιδικῆς δὲ πόλεις, Χαλκὶς,
Ἀσαφειδάμα, Τολμίδεσσα,
Μαρωνειας, Κοάρα. Stephanus
conditorem urbis vocat Moni-
cum Arabem. Χαλκὶς πόλις ἐν Συ-
ρίᾳ, κτισθεῖσα ὑπὸ Μονικοῦ τοῦ Ἄ-
A ραβος. Τὸ ταύτης ἐθνικὸν χαλ-
κιδηνός. Josephus ponit ad radices
Libani. Lib. XIV. c. 13. Πτολεμαῖος
ὁ Μενναίου δυναστεύων Χαλκίδος,
τῆς ὑπὸ τῷ Λιβάνῳ ὄρει. & Stra-
bo lib. XVI. Οὐ πόῤῥω δ' οὐδ'
Ἡλιούπολις καὶ Χαλκὶς ὑπὸ Πτο-
λεμαίῳ τῷ Μενναίου, τῷ τὸν Μαρ-
B σύαν κατέχοντι καὶ τῶν Ἰτουραίων
ὀρεινήν. Ibid. Μετὰ δὲ τὸν Μάκραν
ἐστὶν ὁ Μαρσύας, ἔχων τινὰ καὶ ὀρει-
νὰ, ἐν οἷς ἡ Χαλκὶς, ὥσπερ
ἀκρόπολις τοῦ Μαρσύου. Hero-
dem etiam Aristobuli filium, He-
rodis Magni nepotem, regem
Chalcidis à Claudio creatum gra-
tia fratris Agrippæ. ex Iosepho
C l. XIX. c. 4. & ibid. c. 7. post hujus
mortem id regnum pervenisse ad
Agrippam Agrippæ filium, l. XX.
c. 3. docemur. Chalachum vero,
quo l. 2. Regum c. 17. dicuntur a-
vecti Israelitæ, male à prioribus in-
terpretibus confundebatur. Illud
enim ultra, hæc cis Euphratem.

Νικομάχου] Nicomachus fuit
D iste Gerasenus; Gerasa est urbs
Cœlesyriæ Ptolom. lib. 5. c. 15.
Σκυθόπολις. Γέρασα. Πέλλα.
Δῖον. Γάδαρα: unde Gadareno-
rum porci in Evangelio. Ejusdem
nomi-

minis alia urbs eſt in Arabia Petræa. Ptolom. l. 5. c. 17. Γυψαρία, Γέρασα. Πέτρα. Fuit Pythagoricus. Phot. Biblioth. cod. CLXXXVII. hinc p. 3. dicitur Iamblicho κατὰ γνώμην τῶ Πυθαγόρα ἀποδεδωκὼς, & ibidem mirum in modum laudatur. Scripſit εἰσαγωγὴν τῆς ἀριθμητικῆς, ἀριθμητικὴν, ἀριθμητικὰ θεολογούμενα, ἁρμονικῆς ἐγχειρίδιον, περὶ Μουσικῆς. & vitam Apollonii Pythagorici; videtur & vitam Pythagoræ ſcripſiſſe, Iambl. in vita Pyth. c. 35. Νικόμαχος δὲ τὰ μὲν ἄλλα συνομολογεῖ τούτοις. Ejus etiam teſtimonium non ſemel adducitur à Porphyrio in vita Pythagoræ; ejus ſcripta diligenter legiſſe dicitur Origenes. Euſ. Hiſt. 6. 19. Vixit poſt Philoſtratum, teſte Sidonio. lib. VIII. ep. 3. *Apollonii Pythagorici vitam, non ut Nicomachus ſenior è Philoſtrati, ſed ut Thaſcius Victorianus è Nicomachi ſchedio exſcripſit, quia juſſeras, miſi; quam dum parere feſtino celeriter, ejecit in tumultuarium exemplar turbida & præceps & opica tranſlatio.* Suidas quatuor Nicomachos recenſet Nicomachum Alexandrinum, Trojanæ regionis, tragicum, Nicomachum Athenienſem

A tragicum, victorem Euripidis & Theognidis. Nicomachum Stagiritam, Ariſtotelis filium. Nicomachum & ipſum Stagiritam, Machaonis filium, Æſculapii nepotem, à quo genus deduxerit Ariſtotelis pater Nicomachus. Nicomachus Dymni exoletus aperuit conjurationem in Alexan-

B drum magnum. Curt. 6. 7. Fuit & Nicomachus nobilis pictor Plin. lib. 35. c. 6. 7. 10. Nicomachus muſicus eodem tempore vixit, quo Iſmenias Choraules Thiſbæus & Dionyſodorus. Plin. 37. c. 1. cujus meminit Cicero in Bruto c. 18. *At in Aëtione, Nicomacho, Protogene, Apelle, jam perfecta ſunt*

C *omnia, & neſcio an reliquis in rebus omnibus idem eveniat.* Habuit Cicero hujus nominis hoſpitem. In fragmento de *Philoſophia.* apud Non. *Vidi in dolore podagræ vel omnium maximum Stoïcorum Poſidonium, nihilo ipſum, quam Nicomachum Tyrium, hoſpitem meum, fortiorem.* Tempore Demoſthenis oratoris

D Nicomachus fuit Archon Athenienſium: Bello Iugurthino Nicomachus Philadelphenſis celebratur victor ſtadii. Nicomachus Tejus in exercitu Xenophontis lib. 4. περὶ ἀναβάσεως. Nicomachus Phocenſis ex Phanoteo detexit inſi-

i dias

dias Atheniensium apud Thucy-did. lib. 4. Memoratur & à Scholiaste Aristophanis in fine Ranarum Nicomachus. Symmachus totum librum sextum epistolarum inscribit filiis Nicomachi, quem Vossius vocat Virium Nicomachum Flavianum, historicum disertissimum, avum uxoris, quam habuit Q. Fabius Memmius Symmachus, filius Q. Aurelii Symmachi. Apud Vopiscum c. 6. in Tacito exstat oratio gratulatoria Metii Falconii Nicomachi senatoris consularis. Idem Vopiscus in Aureliano c. 27. tradit alium sub hoc Imperatore Nicomachum clarum fuisse, qui dixerit, se transtulisse in Græcam ex lingua Syrorum epistolam Zenobiæ Palmyrenorum reginæ.

Περὶ τοῦ Νικομάχου] Non solum Jamblichus, sed etiam Asclepius, philosopus Trallianus Ammonii discipulus, Nicomachi arithmeticam commentario illustravit: eam transtulit latine Apulejus Madaurensis, qui vixit tempore Marci Antonini, teste Cassiodoro lib. de Mathem. discipl. c. de Arith. *Reliqua*, inquit, *indigent Arithmetica disciplina: quam apud Græcos Nicomachus diligenter exposuit. Hunc primum Madaurensis Appulejus; deinde magnificus vir Boëthius latino sermone translatum, Romanis contulit lectitandum.* Boethius tribus amplius seculis post Appulejum commentatus quam doctissime est in Nicomachi arithmeticam. Boeth. præfat. Arithm. *Nam & ea, quæ de numeris à Nicomacho diffusius disputata sunt, moderata brevitate collegi; & quæ transcursa velocius angustiorem intelligentiæ præstabant aditum, mediocri adjectione reseravi, ut aliquando ad evidentiam rerum nostris etiam formulis ac descriptionibus uteremur.*

Ἀριθμητικῆς εἰσαγωγῆς] Codex Memmianus & Regius in anacephalaiosi operum Jamblichi habet. Δ. περὶ τῆς Νικομάχου ἀριθμῶν εἰσαγωγῆς, ὃς περιέχει καὶ περὶ ἀριθμητικῆς ἐπιστήμης, καὶ περὶ γεωμετρίας, καὶ περὶ μουσικῆς. τῆς περὶ Πυθαγορείοις. Regius παρὰ Πυθαγορείοις. Et certe hic liber quam plurima tradit de Geometria & Musica.

Εἰσαγωγῆς] Camerarius vocavit *deductionem*, ego *introductionem*. Boeth. 1. arith. c. 19. *Ac de imparibus numeris, quantum introductionis permittebat brevitas, expeditum est.* ibid. c. 29. *Quæ interim propter castigatam introducendi brevitatem ignota esse permittimus.* Græci εἰσαγωγὴν vocant eruditionis cujusque principium. Iamblich.

in hoc opere pag. 53. ἐν τοῖς ἐ- A πανθήμασι τῆς ἀριθμητικῆς εἰσαγωγῆς. pag. 73. D. χρησιμώτατον ἡμῖν ἐσόμενον εἰς τὴν μουσικὴν εἰσαγωγήν. in fine operis. ῥᾷστη τῶν ἑξῆς τελῶν εἰσαγωγῶν, μουσικῆς λέγω καὶ γεωμετρικῆς καὶ σφαιρικῆς, ἡ παράδοσις γένηται. Ita Euclidis εἰσαγωγὴ ἁρμονικὴ, quam Parisiis Ioannes Pena protulit ann. 1557. continet elementa musica. Inductio est παραγωγή, Cic. Top. c. 10. introductio εἰσαγωγή: cujus definitionem ipse operis titulus his verbis tradit. ἥ τις περιέχει τῆς ἁπλῶς μαθηματικῆς διδασκαλικῶς τοὺς ἀρχικοὺς λόγους. C

Μαθηματικῆς] Scilicet quadruplicis, arithmeticæ, geometriæ, musicæ, astronomiæ. Alias utriusque linguæ auctores vocant μαθηματικὴν etiam κατ' ἐξοχὴν astrologiam, qua multis modis vitæ humanæ non parva adfertur injuria, & in nobis magna struitur superstitio. Sic Sextus Emp. lib. 4. advers. arithm. μαθηματικοὺς opponit γεωμέτραις & Ἀριθμητικοῖς. lib. 5. χαλδαίους vocat μαθηματικοὺς & Ἀστρολόγους. ibid. Ἀστρολογίας ἢ Μαθηματικῆς. Sic Thrasyllus, qui Tiberio & sibi vera prædixerat, vocatur *mathematicus*, Suet. Tib. 14. ibidem c. 36. *Mathematici* expelluntur à Tiberio. Specialiori significatione Pythagoras suos discipulos vocavit μαθηματικοὺς, quos opponeret ἀκουσματικοῖς.

B Λόγος τέταρτος] hunc librum Ismael Bulialdus, summus Mathematicus & Græcarum literarum peritissimus decies adducit ad Theonem Smyrnæum suum. M. Meibomius præfat. lib. de proportionibus. *Egregiam operam disciplinis mathematicis navaret; si quis Nicomachi Arithmeticam intro-* C *ductionem sua & Boethii &, si extaret, Appuleji Madaurensis versionibus adornatam, à Jamblicho & Asclepio explicatam, Græce & Latine ederet.* Noverat & Vossius Ms. codicem esse. de scient. Math. c. 10. *Arithmeticen Nicomachi commentario explicuit Asclepius, Philosophus Trallianus Ammonii discipulus. Item* D *Iamblichus, qui manuscriptus superest in bibliotheca Regis Christianissimi.* Ioannes Ionsius nihil de hoc Iamblichi opere, quod miror, audiverat; ego illud illibatum profero, vix tres literas mutavi in codicibus, adeo periculosam ratus

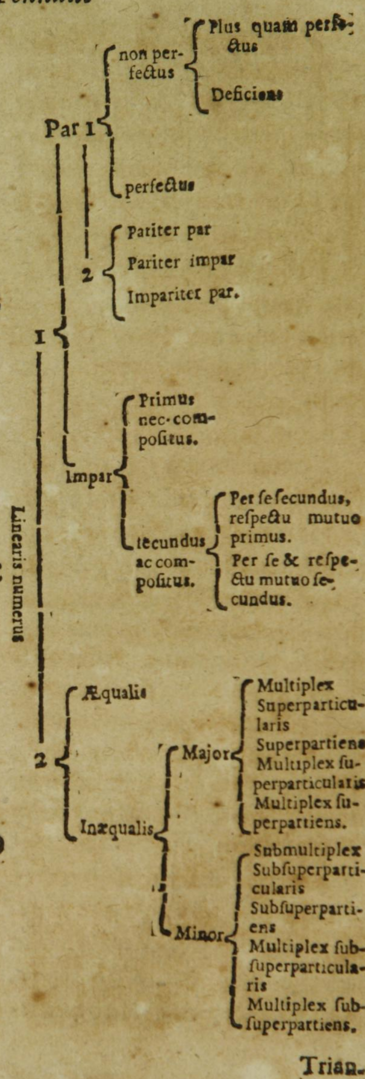
omnem mutationem nihil meo A
ingenio permisi. Enim vero veram
semper credidi sententiam Con-
radi Rittershusii ad Malchum.
Jamblichum ante XII annos in lucem protulit Jo. Arcerius Theodoretus Frisius, magnamque ea editione gratiam apud studiosos iniit, majorem tamen & gratiam & laudem promeriturus, si & ab emendationibus plerumque B
temerariis, & latina interpretatione infelicissima manum abstinuisset, ac potius omnino talem nobis exhibuisset Jamblichum, quamvis corruptum, qualem in manuscripto invenerat, cuilibet liberam relinquens correctionem. Vocatur hic liber quartus, quia, ut monui, tres præcedunt, de vita Pythagoræ, adhortatio ad Philo- C
sophiam Pythagoricam, de communi mathematica scientia.

Argumentum totius operis his tabulis continetur.

Quantitas est vel
- Continua
  - Immobilis, ut terra
  - Mobilis ut Cœli
- Discreta
  - per se ut numerus
  - Relata ut soni

D

- Longus, sive Linearis.
- Latus, sive Planus.
- Crassus, sive Solidus.



Trian-

- **Planus**
  - 1
    - Triangulus
    - quadratus
    - pentagonus
    - hexagonus
    - heptagonus &c.
  - 2
    - Altera parte Longior
    - Ante longior
    - Quadratus
  - 3
    - Lateralis
    - Diagonius
    - Circularis
- **Solidus**
  - 1
    - Pyramis
    - Pyramis ſemel curta
    - Pyramis bis curta,
    - Pyramis ter curta &c.
  - 2
    - Cubus
    - Trabecula
    - Cuneus
  - 3 Sphæricus

Sequuntur decem medietates.

Πρεσβυτέραν ἔχει τὴν θεωρίαν] Arithmetica prima inter omnes mathematicas ſcientias conſiderari debet. Sed Euclides egit ſex
A prioribus libris de Geometria, tribus ſequentibus de arithmetica: inde tamen non ſequitur arithmeticam geometriæ ab Euclide poſtpoſitam. Nam Euclides illas tantum numerorum proprietates & affectiones explanat, quæ rei Geometricæ, de qua agere conſtituit, inſervirent: priores autem libri ſex
B verſantur circa plana, quorum latera vel lineæ per ſe explicantur, & quia ſunt aut ἄλογοι aut certe inter ſe incommenſurabiles, ſub menſuram numerorum non cadunt: Diſputationi autem commenſurabilium & incommenſurabilium, à qua orditur liber decimus, præmittitur numerorum
C tractatio. Altera objectio formatur ex ſymbolo pro Academiæ foribus picto. Ἀγεωμέτρητος οὐδεὶς εἰσίτω. Tanquam poſſet aliquis etiam arithmeticæ artis rudis, modo geometriæ ſtudiis imbutus ſit, philoſophiæ ſacris initiari & operari. Verum tempore Pla-
D tonis omnes mathematicæ ſcientiæ in unius [Geometriæ] notam ceſſerant; ut ipſe queritur in Epinomio. Μαθήματα μὲν καλοῦσι σφόδρα γελοῖον ὄνομα γεωμετρίαν. *Mathematicas artes ridiculo admodum nomine vocant Geometriam.*

Vulgari ergo sermone vel potius errore locutus Plato, arcuit sui Gymnasii introitu omnes, nisi prius disciplinis mathematicis optime fuissent exornati: Vel etiam quia ex elementis Geometricis omnes scientiæ demonstrantur. Sed fac Geometriam summæ esse dignitatis, sic tamen non tollitur Arithmeticam primo loco addiscendam: Sic etenim Rhetorica quoque, quam in trivio reginam adoramus, fundamenta sui regni jacta à sorore Grammatica, cujus tamen sunt muneris, negaret. Committendas esse mathematicas disciplinas Arithmetica probat auctor his rationibus 1. Τῷ περὶ ἁπλούστερα πραγματεύεσθαι καὶ ἀρχηγικώτερα, *quia circa simpliciora & principaliora occupatur.* Nihil enim simplicius, quam unum & unum esse duo, duo & tria conficere quinque &c. Quod principia Arithmeticæ sint ἀρχηγικώτερα vel priora principiis Geometriæ docet Aristoteles lib. 1. Metaph. c. 2. Quia unitas principium numeri est prior puncto, principio lineæ. Quod unitas sit prior puncto patet, quia punctum includit positionem, & dicitur alicubi positum, ut in initio vel medio vel fine lineæ; unitas non includit. Præterea etiam unitas dicitur de puncto, non vicissim. Nam punctum dicitur unum, non unitas punctum. Item unitas Iambl. p. 81. secundum sui compositionem distat in longitudinem & longitudinis pars est, punctum autem non est pars alterius alicujus: quin etiam numeri sunt aliquo modo principia continuorum, ut docebitur ad pag. XI. Duæ imo materiæ continuum nimirum & partes competunt Geometriæ, Arithmeticæ tantum una, nempe partes: Ergo Arithmeticæ objectum purius & simplicius. 11. Συναιρεῖ τε γὰρ (p. 10.) ἑαυτῇ τὰς λοιπὰς, καὶ πάλιν ἐκείναις συνεπιφέρεται. *Secum enim reliquas scientias una aufert ablata, & iisdem positis rursus ponitur*; quod Nicomachus sic efferebat. Ὅσῳ συναιρεῖ ἑαυτῇ τὰ λοιπὰ (mathemata) οὐ συναιρεῖται δὲ ἐκείνοις. propositio major à Iamblicho est probata, minor ostenditur inductione. Si tollantur Arithmetica & numerus, non manebit nec addisci potest Geometria: sublato quaternario tollitur quadratum, non vice versa. Item positis figuris ponuntur numeri, non contra. Imo omnium magnitudinum

dinum explicatio atque intelligentia numeris adeo eſt implicita, ut ſine illis eſſe nulla poſſit. Tolle itaque numeros, & muſica & aſtronomica [Camer. p. 2. 3.] erunt ſublatæ, utpote quæ tanquam mediæ ponuntur ſub puris prioribus. III. Quia eſt magis immunis à materia, includens partes tantum pro materia intelligibili, aut numero numerato; Geometrica vero & continuum includunt partes: objecta Geometriæ ſunt magis ſenſibilia & juncta cum materia, à qua mathematicus abſtrahit. IV. Denique boni omnes auctores idem ſenſerunt, Theo Smyrnæus ex Platone. Μαθημάτων τὸ μέγιςον, εἶναι ἀριθμῶν ἐπιςήμονα αὐτῶν, ἀλλ' οὐ σώματα ἐχόντων, *Mathematicarum diſciplinarum præcipua pars eſt, numerorum à materia ſejunctorum ſcientia.* & Caſſiodorus. *Primam omnium eſſe voluerunt Arithmeticen; propterea quod Muſica & Geometria & Aſtronomia indigent Arithmetica, ut virtutes ſuas valeant explicare. Verbi gratia, ſimplum ad duplum, quod habet Muſica, indiget Arithmetica.*

Pag. 2. Τὸν ἐν τῇ φύσει] Ergo Phyſica, Ethica, Aſtronomia ſine numerorum cognitione non abſolvuntur. A Reg. Cod. male, τοῦ ἐν τῇ.

Ὡς ἐν ὑποθέσει] tanquam argumento conceſſo. Eſt enim argumentum ſive ἀπόδειξις teſte Quintil. l. 5. c. 10. *Ratio probationem præſtans, qua colligitur aliud per aliud, & quæ quod eſt dubium, per id, quod dubium non eſt, confirmat.* lib. 8. c. 3. *Debet enim quod illuſtrandæ alterius* B *rei gratia aſſumitur, ipſum eſſe clarius eo quod illuminat.* Lactantius de Ira c. 5. *Abſurdum eſt ex incerto certum velle ſubvertere, cum ſit promptius, de certis incerta firmare.*

Προδιωρισμένων] *prædefinitis.* Quare Euclides ſex prioribus libris ſingulis definitiones præmittit; octavo & nono nullas, quia defi- C nitiones ſeptimi omnes numerorum in illis tribus tractandorum terminos explicant: decimo commenſurabilium, undecimo ſolidorum præponit definitiones, quæ quoniam & ad quinque ſequentes pertinent, in iiſdem non repetiit.

Ἀποσυλῶσαι] Regius cod. ἀποσιλῶσαι. & in margine D ἀποψιλῶσαι. Phyſica formam corpori inhærentem, metaphyſica formam corpore carentem, mathematica formam à corpore abſtractam contemplatur.

P. 3. Τοῦ Πυθαγόρου] Omnes MſT. habue-

habuerunt τῶ πυθαγόρα, Dorica dialecto, quâ philosophiam suam Pythagoricos conscripsisse testatur Porphyrius de vita Pythagoræ. Διὰ τὸ καὶ τὰ γεγραμμένα Δωρίδι γεγράφθαι, ἐχούσης τι καὶ ἀσαφὲς τῆς διαλέκτου. Pythagoræi suam philosophiam exstinxerunt, quia illam ænigmatibus involverunt, & dorice scripserunt, quæ dialectus habet aliquid obscuritatis. Iamblichus passim utitur hac dialecto pag. 60. Ἡ γὰρ τῆς ἰσότητος κρίσις, ἅτε διαφορὰν οὐκ ἔχουσα. pro ἦτε. pag. 149. ῥυσιῶ δίκας pro δίκης. pag. 103. συναρμογά τις pro συναρμογή. pag. 146. δευτερουμέναν. τριωδουμέναν. τετρωδουμέναν. Sed p. 141. erat in omnibus Mss. ἐπὶ Πυθαγόρου. Quemadmodum Socrates, &c, si fas est humana divinis conferri, Redemptor noster, quanquam legenda, si quis alius in terris, dixerint, & scribenda fecerint, tamen nihil in scriptis reliquerunt; ita quoque Pythagoras primus & summus Philosophus nihil ipse conscripsit: Sed omnia ab ejus discipulis accepimus. Lucianus pro lapsu inter salutandum: Ὁ μέν γε θεσπέσιος Πυθαγόρας εἰ καὶ

A μηδὲν αὐτὸς ἡμῖν ἴδιον καταλιπεῖν τῶν αὐτοῦ ἠξίωσεν. *Quanquam divinus ille Pythagoras ipse nihil proprium suorum scriptorum nobis relinquere voluerit.* Iosippus lib. 1. orig. Iudaic. Πυθαγόρου μὲν οὐδὲν ὁμολογεῖται σύγγραμμα. *Omnes negant aliquid esse à Pythagora scriptum.* Idem sensit D. Hieronymus,

B dum Rufino, aliquid ab ipso Pythagora conscriptum neganti, per distinctionem respondet. *De dogmatibus, non de libris locutus sum, quæ potui in Cicerone, Bruto ac Seneca discere. Lege pro Vatinio oratiunculam, & alias ubi sodalitatum mentio fit. Revolve dialogos M. Tullii; respice omnem oram Italiæ, quæ quondam*

C *magna Græcia dicebatur, & Pythagoreorum dogmatum incisa publicis literis æra cognosces.* Proclus lib. 3. in Timæum Platonis vocat τῶν χρυσῶν ἐπῶν πατέρα, intellige non versuum scriptorem, sed sententiarum conditorem: ita Clem. Alexand. lib. 1. c. 10. Pæd. dicitur Σάμιος παραγγέλλειν Πυ-

D θαγόρας *monere*, non *scribere.* Idem testatur Iamblichus de vita Pythagoræ c. 31. Ἐν γὰρ τοσαύταις γενεαῖς ἐτῶν οὐθεὶς οὐδὲν φαίνεται τῶν Πυθαγορείων ὑπομνημάτων

μάτων περιτετευχὼς (Sic lege cum Rittershusio & Mss. cum antea esset περὶ τετευχέως) περὶ τοῦ Φιλολάου ἡλικίας. Ἀλλ' οὗτος ἐξήνεγκε τὰ θρυλλούμενα ταῦτα τρία, ἃ λέγεται Δίων ὁ Συρακούσιος ἑκατὸν μνῶν πρίασθαι. *Nam inter tam multas annorum ætates nulli unquam vel quicquam Pythagoricorum commentariorum factum elaboratumque apparet ante Philolai ætatem. Sed hic primus in lucem edidit illos tres vulgo jactatos libellos, quos Dion ille Syracusanus centum minis dicitur emisse.* Quod etiam non dubitanter affirmat Plutarchus de fortuna Alexandri. Καὶ τοίνυν Πυθαγόρας ἔγραψεν οὐδὲν, οὐδὲ Σωκράτης, οὐδὲ Ἀρκεσίλαος, οὐδὲ Καρνεάδης, οἱ δοκιμώτατοι τῶν φιλοσόφων. *Atqui neque Pythagoras quicquam scripsit, neque Socrates, neque Arcesilaus, neque Carneades, nobilissimi Philosophi.* Ipse etiam Bessarion Kardinalis contra calumniatorem Platonis lib. 1. c. 2. scribit nulla exstare, nec unquam visa tradi scripta Pythagoræ: si quid pauxillum scripserit, id Damæ filiæ morientem commendasse, & monuisse, ut secretum custodiret: illam autem, quan-

A vis mulierem, diligentissime servasse, & quanquam prægrandi pecunia vendere posset hoc opusculum, noluisse: Tenuisse id clam omnibus, præterquam patris discipulis. Sed omnes hos auctores errasse & διαπαίζειν dicit audacter Diogenes Laert. in ejus vita. Scripsisse enim Pythago-
B ram tres libros παιδευτικὸν, πολιτικὸν, φυσικὸν & alios. Cum Laertio facere videtur Plinius lib. 24. c. 17. *Primi eas (magicas herbas) in nostro orbe celebravere Pythagoras atque Democritus.* ibid. *Ab eodem Pythagora aproxis appellatur herba, cujus radix e longinquo concipiat ignes.* lib. 25. c. 2.
C *Ab eo Pythagoras clarus sapientia primus volumen de earum effectu composuit.* Proclus quoque lib. 3. in Timæum Plat. adducit orationem Pythagoræ ad Abarum: Et Suidas Pythagoræ scripta recenset. Priorum auctorum est tanta auctoritas, ut nihil ab ipso Pythagora scriptum, sed ejus sectato-
D ribus & Pythagoræ inscriptum credamus. *Id ipsum enim* (ut Plinius lib. 24. c. 17) *autoritatem voluminibus affert, si quis alius suæ curæ opus illo viro dignum judicavit:* Fallitur itaque Cedrenus scribens;

Πυθαγόρας δὲ ὁ Σάμιος τὴν ἀριθμητικὴν ἔγραψε, *Pythagoras Samius Arithmeticam scripsit.*

Κατὰ γνώμην τοῦ Πυθαγόρου] Pythagoras nihil scripsit, sed Pythagorei secundum ejus mentem; quemadmodum & Nicomachus præcepta Pythagoræ in arte arithmetica tradit. Auctor Altercationis Synagogæ & Ecclesiæ cap. 1. *Arithmeticam Samius Pythagoras invenit, Nicomachus scripsit.* Isidorus orig. lib. 3. cap. 2. *Numeri disciplinam primum apud Græcos Pythagoram autumant conscripsisse; ac deinde à Nicomacho diffusius esse compositam.* Fuisse Pythagoricos Arithmeticæ studiosissimos utriusque linguæ auctores abunde tradiderunt: causam reddit apud Porphyrium Moderatus, quâ numerorum doctrinam adeo excoluerint. Μὴ δυνάμενοι γὰρ τὰ πρῶτα εἴδη καὶ τὰς πρώτας ἀρχὰς σαφῶς τῷ λόγῳ παραδοῦναι, διά τε τὸ δυσπερινόητον αὐτῶν καὶ δυσέξοιστον, παρεγένοντο ἐπὶ τοὺς ἀριθμοὺς, εὐσήμου διδασκαλίας χάριν, μιμησάμενοι τοὺς γεωμέτρας, καὶ τοὺς γραμματιστάς. *Cum enim non possent primas formas & prima principia oratione perspicue explicare, quia & intellectu & prolatu sunt dif-*
A *ficillima, confugerunt ad numeros manifestioris doctrinæ causa, imitati geometras & literatores.* Literas enim & earum potentiam tradituri literatores, confugiunt ad characteres, eosque dicunt esse prima docendi elementa. Postea, ubi ingenia adoleverunt, docent characteres non esse elementa, sed
B eorum opera cognosci elementa. Et geometræ formas incorporeas verbis adumbrare non valentes, utuntur figurarum descriptionibus, hoc (□) quadratum esse dicunt, non quod hoc ipsum, quod sub aspectum cadit, quadratum esse velint: Sed istud, quod ejusmodi figuram obtinet, quodque
C ejus ope conceptum atque cognitionem quadrati animo repræsentat. Ita ergo Pythagorei ad demonstrationem per numeros decurrerunt, cum verbis explicare formas incorporeas non possent. I. Ionsius unde triginta Pythagoras: recenset quo tempore hic Pythagoras Philosophus Samius vi-
D xerit, sæpe quæsitum fuit. Ovidius tradit Numæ ætate eum vixisse l. 15. met f. 2. & l. 3. de Ponto eleg. 3.

Pythagoræque ferunt non nocuisse Numam.

Fuit Pythagoras Numæ æqualis, sed non hic Samius, verum Lacon,

qui

qui vicit stadio Olympiade XVI, A cujus anno tertio ad regnum vocatus est Numa. Samium hunc vixisse sub Polycrate classicorum auctorum consensus est, Jamblichus de vita Pythagoræ. c. 18. Ἀφικέσθαι τὸν Πυθαγόραν ἐξ Ἰωνίας καὶ Σάμου, κατὰ τὴν Πολυκράτους τυραννίδα ἀκμαζούσης Ἰταλίας, *Quod Pythagoras ex Ionia* B *& Samo sub imperio Polycratis venerit in Italiam tunc florentem.* Apulejus in Floridis. *Fuit ferme Pythagoras id ævi, quo Polycrates Samo potiebatur.* Etiam à Cambysis militibus prius captum Babylone fuisse abductum uterque refert in iisdem libris. Cambyses autem Ægyptiis bellum intulit A. M. C 3425. quo tempore Tarquinius Superbus bellum fecit Sabinis, & Polycratis felicitas celebratur, nimirum Olympiadis LXIII anno tertio. Mortuus Pythagoras secundum Eusebii Chronicon anno 25 Darii Hystaspis, anno 4. Olymp. LXX. anno ætatis XCV. vel secundum Tzetzem XCIX. D vel secundum alios apud Laërtium XC. vel secundum Heraclidem Sarapionis filium LXXX. Vide Plin. 36. c. 9. Diodorum Siculum l. 12. Halicarn. l. 2. Euseb. l. x. præpar. c. 3. Clem. Alexand. l. 1. strom. August. l. 18. de civitate Dei. c. 37.

Μετ' ἀποδείξεώς τε] Memmianus Cod. habet una voce, μεταποδείξεώς τε. Arrianus in Epict. vocat λόγον ἀποδεικτικόν. Reliquæ scientiæ & artes probabilibus argumentis cum sint contentæ, disputantur; sola mathesis rationes probabiles refugit, tantum demonstrationes admittit; sensuum, qui mentiri solent, judicium spernit, omnia ad veræ & genuinæ rationis, cujus major & pulchrior pars in occultis est, limam exigit: imo per demonstrationum constantiam, invicta argumenta, certitudinem & evidentiam ipsa facit notiora & probat omnia intellectui, eumque vel invitum vincit sententia. Omnis vero demonstratio, ut docet Aristot. lib. 1. Post. Anal. part. LVI. & LXXVI. est occupata circa subjectum, principia & affectiones; arithmeticæ objectum est numerus, principium unitas & binarius, affectio numeratio fracti & integri.

Τεταγμένος] Memm. τεταγμένως.

Πεπερασμένοις] male Regius C. πεπραγμένοις. Sic Aristoteles l. 3. φυσικῆς ἀκρό. c. 6. magnitudinem finitam vocat πεπερασμένον μέγεθος.

A Pag 4. Μεταγράφειν.] Hujus criminis ſe male damnari paſſim Terentius queritur in prologis.

Σφετερίζεσθαι τὰ γεγραμμένα] eſt, quæ alter compoſuit & commentatus eſt, eorum ſe jactare auctorem, jus ſibi aſſumere, & poſſeſſionem invadere; ſic Argivi à Xenophonte dicuntur Κόρινθον B σφετεριζόμενοι. Alienis laboribus atque ſcriptis & nunc & olim celebris eſſe ſtuduit ambitio, cujus exemplum eſt in illo nobiliſſimo Virgilii verſu,

Nocte pluit tota.

Ipſe quin etiam Plato à culpæ hujus ſuſpicione non fuit liber. Ejus etenim ille accuſatur à Timone C pag. 148 hujus operis. Hos ἀλαζόνας, aliena ſubjicientes, fabula comparat cum vanitate graculi ſeſe exornantis plumis pavoni decidentibus, deinde iiſdem ereptis deriſi à ſuo grege per contumelioſam calamitatem.

Δοκοῦντα τοῖς παλαιοῖς ἀνδράσιν] D ſunt placita veterum philoſophorum. Malchus vocat lib. de vita Pyth. τὸ ἀρέσκον τοῖς ἀνδράσιν. Seneca ep. 95 docet vocari poſſe Latinis ſcita vel decreta, Græcis δόγματα, & hæc *placita* opponi *præceptis*.

Pag. 5. Φιλίαν Σοφίας] Quæ docuerat cap. 29 de vita Pyth. hic auctor repetit. Philoſophia unde dicta & quid ſit, ipſo nomine fatetur. Eſt enim ſapientiæ amor & affectatio. in protrept. c. 4. dicitur ὄρεξις καὶ κτῆσις ἐπιστήμης. Cic. 2. offic 2. *Nec quicquam aliud eſt philoſophia, ſi interpretari velis, quam ſtudium ſapientiæ* 1. de leg. 22. *Sapientia, à cujus amore Græco verbo Philoſophia nomen invenit.* Hinc Quintilianus philoſophos vocat ſapientiæ ſtudioſos. decl. 268. *Conſtabit & ſtudioſos ſapientiæ uſque ad ultima exempla ſcelerum nequitiæque veniſſe.* Boeth. lib 1. de Cons. philos. *Atqui tu hanc ſententiam Platonis ore ſanxiſti, beatas fore Reſp. ſi eas vel ſtudioſi ſapientiæ regerent, vel earum rectores ſtudere ſapientiæ contigiſſet.* Seneca paſſim vocat ſapientiam profeſſos. de conſt. ſap. c. 1. *Tantum inter Stoicos & cæteros ſapientiam profeſſos intereſſe, quantum inter fæminas & mares non immerito dixerim.* epiſt. 70. *Invenies etiam profeſſos ſapientiam, qui vim afferendam vitæ ſuæ negent.* ep. 71. *At multi ſapientiam profeſſi leviſſimis nonnunquam minis exterriti ſunt.* prolog. 1. Nat. quæſt. *Nec hæc intra vulgum dementia eſt, ſapien-*

tiam

tiam quoque profeſſos contigit. Antea A dicebantur Sapientes. Lactant. 5. 5. *Ante natum Philoſophiæ nomen pro ſapientibus habebantur.* Laert. Θᾶττον ἣ ἐκαλεῖτο σοφία, καὶ σοφὸς ὁ ταύτην ἐπαγγελλόμενος. Sapientes ſeptem fuerunt ἐξ ἁπάσης τῆς οἰκουμένης. Pythagoras primus pro ſapiente ſe per modeſtiam appellavit philoſophum. Jambl. in B ejus vita c. 8. Cum aliquando à Leonte Sicyoniorum ſive Phliaſiorum Tyranno interrogaretur, quanam arte polleret, & quem ſe profiteretur, reſpondit non σοφὸν ſe eſſe, ſed φιλόσοφον. Dion. Laert. in proœmio. Quæ Pythagoræ modeſtia adeo Platoni arriſit, ut diceret in Phædro: C *Sapientis nomen magnum eſt, ſolique Deo convenit; viros autem quos nunc deſcripſimus* (nimirum Pythagoram & Timæum) *convenientius modeſtiuſque philoſophos nuncupamus.* Vide Sen. ep. 90. Licet vero Sapientiæ nomen ſit nativum, ſimplex, prius & efficacius compoſito philoſophiæ, imo vero D vera in homine dici poſſit ſapientia, etiamſi non tanta quanta Dei; hanc tamen appellationem retinuit Ariſtoteles & poſterior ætas, ne receptam vocis conſuetudinem arrogantius repudiaſſe videatur: tum quia plura ſunt, quæ neſcit, quam quæ ſcit vita, etiam quæ in vita datur perfectiſſima.

Σοφίαν] Sapientia à Seneca epiſt. 89 definitur. *Perfectum bonum mentis humanæ*: item, *ſcientia divinorum & humanorum.* à recentioribus: *Cognitio rerum altiſſimarum, omnia continentium, ex quorum notitia pendet recta cæterorum gubernatio.* Latini vocarunt partes philoſophiæ ethicam & politicam ſapientiam. Tacit. 15. c. 62. moriturus Seneca objurgat amicos. *Ubi præcepta ſapientiæ? ubi meditata per tot annos ratio adverſum imminentia.* Sen. ep. 71. *Socrates hanc ſummam dixit eſſe ſapientiam, bona malaque diſtinguere.* Sen. ep. 95. *Superflua eſſe decreta ſapientiæ, id eſt dogmata.* Tac. 6. ann. 6. de Platone. *Neque fruſtra præſtantiſſimus ſapientiæ firmare ſolitus eſt, ſi recludantur tyrannorum mentes, poſſe aſpici laniatus & ictus.* Florus lib. 4. c. 7. Brutum & Caſſium vocat *viros ſapientiſſimos.* Oraculum Pythiæ Socratem appellavit Σοφώτατον. Xenoph. in vita ejus. Cic. 1. Ac. quæſt. c. 4. *Ab Apolline eſſe dictum ſapientiſſimum, quod hæc eſſet una ſapientia; non arbitari ſeſe ſcire, quod neſciat.* 2. de orat. 37. *Illam*

sapientiam constituendæ civitatis. A
Quæ loca intelligi debent de philosophia, non quæ in contemplatione; sed circa mores & vitam socialem instituendam versantur.

Ὄντα] Ista, quod purioris latinitatis ævum non sustinuit proferre, dixit posterior & barbara ætas ἀναλόγως *entia*, ut à *præsum*, *præsens*, *præsentia*. Non posse dici B queritur Quintil. l. 2. instit. c. 14. *Et hæc interpretatio non minus dura est, quam illa Flavii Essentia atque entia, sed ne propria quidem.* l. 3. c. 6. Οὐσίαν *quam Flavius essentiam vocat: neque sane aliud est nomen latinum: sed ea quæritur an sit.* Seneca utitur descriptione epist. 58. *Ea quæ sunt.* Item *Illud quod est.* C Boethius lib. 1. Arith. c. 1. ὄντων definitionem effert per infinitivum. *Esse autem illa dicimus, quæ nec intentione crescunt, nec retractione minuuntur, nec variationibus permutantur; sed in propria semper vi suæ se naturæ subsidiis nixa custodiunt.* Si Prisciano lib. XIIX, cre- D dendum, Iulius Cæsar non incongrue protulit *ens*, ab verbo *sum*, *es*, *est*. Colvius quoque, quod Barthius lib. adv. 35. c. 14. probat, in codice suo Appuleji invenit: *Ens læta facie.* Vide Ant. Muret. Var. lect. 15. c. 20.

Ὄντα δὲ ἤδη] Sic Mem. Reg. S. I. & Rom. Cod. habent. Sed lege ὄντα δὲ ἤδη: *Iam vero entia etiam dicit* &c. Boeth. l. 1. arith. c. 1. entium Mathematicorum species sic enumerat. *Qualitates, quantitates, formas, magnitudines, parvitates, æqualitates, habitudines, actus, dispositiones, loca, tempora, & quicquid adunatum quodammodo corporibus invenitur.* Hodie entia sic dividuntur:

Entia
- Summa sunt abstracta re & ratione à motu & materia, vocantur entia supramundana, sunt objecta Metaphysices.
- Media, sunt numerus & magnitudo, ut non materiæ prorsus immunes, ita neque eidem usquequaque hærentes, vocantur entia mathematica & sunt objecta matheseos.
- Ima, re & ratione materiæ & motui naturali juncta, vocantur entia naturæ, objecta physices. Plato apud Senecam ep. 58. enumerat sex modos entium.

Ἀσώ-

Ἀσώματα] Corporea enim mutantur, vere entia ſunt immutabilia; quia â materia ſejuncta, quæ ſemper in omni tranſmutatione præſupponitur; & ſi tollitur, nulla eſt prorſus tranſmutatio. Eſt enim ἀδύνατον, ut contrarium contrario adveniat, & ſuo adventu illud, imbecillius quod erat in conflictu, depellat & exterminet, ſi non eſt idem utriſque ſubjectum. Ergo non ἀΐδια ſunt. Entia etiam poſſunt definiri, corporea non poſſunt propter materiam [Iambl Pag. 109 & 110] Hinc Pythagorici ipſum numerum, qui in intellectu eſt, vocarunt incorporeum. Themiſtius Phys. lib. III Οἱ μὲν γὰρ ἐκ Πυθαγόρου τὸν ἀριθμὸν τὸ ἄπειρον λέγουσιν, ἀριθμὸν δὲ οὐ χωριστὸν, οὐδὲ ἀσώματον. ἀλλ᾽ ὅς ἀρχὴ τῶν αἰσθητῶν ἐστι κατ᾽ ἐκείνους. Πάντα γὰρ ἐκ τῶν ἀριθμῶν συνάγουσι τὰ αἰσθητὰ, κἀντεῦθεν τῷ ἀριθμῷ δὲ πάντ᾽ ἐπείοικεν. *Pythagorici numerum aſſerunt eſſe infinitum, non illum quidem ſeparatum & incorporeum, ſed qui ſenſilium ſecundum ipſos ſit principium. Illi enim omnia ſenſilia ex numeris deducunt; atque inde cuncta in numerum conferunt.* Quan- A quam vero entia mathematica ſint qualitas & quantitas, his etiam duabus incrementum & decrementum, intentio & remiſſio competant: ſunt tamen immutabilia. Nam de qualitate iſta dicuntur, non cum per ſe abſolute & à materia ſemota conſiderantur, ſed ut materiæ innexa & B juncta. Sic geometer differens de magnitudinibus, non tribuit illis augmentum, decrementum, rarum, denſum; ſed phyſicus.

Εἴδη] Alii non ſpecies ſed formas dicunt. Cicero Topic. c. 7. Formam pro ſpecie. Quintilianus lib. 8. proœm. ſpeciem pro forma ponunt. Auctor quoque jungit C pag. 140. εἴδους ἢ μορφῆς. Quid ſit εἶδος explicat Seneca epiſt. 58. *Paulo ante pictoris imagine utebar. Ille cum reddere Virgilium coloribus vellet, ipſum intuebatur: idea erat Virgilii facies, futuri operis exemplar; ex hac quod artifex trahit, & operi ſuo impoſuit,* εἶδος *eſt. Quid interſit, quaris? alterum exemplar* D *eſt, alterum forma ab exemplari ſumpta, & operi impoſita; alteram artifex imitatur, alteram facit. Habet aliquam faciem ſtatua: hæc eſt idos, habet aliquam faciem exemplar ipſum, quod intuens opifex, ſtatuam figuravit, hæc idea eſt. Etiamnum*

aliam

aliam desideras distinctionem? idos in opere est: idea extra opus: nec tantum extra opus, sed ante opus,

φθαρτὰ] formæ & accidentia sunt obnoxia mutationi propter materiæ attactum & velut ferrumen: Quæ vero mutantur, etiam corrumpuntur. Descensus enim restat post ascensum.

Σοφίαν ἐπιστήμην εἶναι τῶν κυρίως ὄντων] Hæc Boethius 1. c. 1. ita effert. *Horum igitur, id est, quæ sunt proprie, quæque suo nomine essentia nominantur, scientiam sapientia profitetur.* ibid. *Est enim sapientia earum rerum, quæ vere sunt, cognitio & vera comprehensio.*

Μὴ ὑφεστώσης] Non entium enim nullæ sunt qualitates. Cæterum Jamblichus, Nicomachus & alii fere omnes nomen sapientiæ tribuerunt mathematibus; quod suspicantur nostri magis in illorum majorem commendationem, quam pro veritate facere: Supramundana enim antecellere, quando hæc omnem excludentia sensilem transmutationem, supra omnem motum, mutationem & tempus felicissimo ævo perdurant. Sed merito tribuerunt: Namque mathesis est quædam sapientiæ particula, dum versat immutabilia, quorum est sapientia. Præterea locuti sunt secundum sectam Pythagoreorum, qui mysticam numerorum significationem amplexantes, divinas theorias mathematum ambitu concluserunt.

Pag. 6. Ἀρχύτας] quam sæpissime in hoc opere allegatur, ut p. 9. & 142. 159. 168. 163. Fuit Tarentinus, filius Hestiæi, coævus Platoni, Empedoclis magister. Laertius l. 8. *Arch.* dicit eum nunquam in præliis victum. Athenæus lib. XII. 12. ejus vitam commemorat ab Aristoxeno descriptam. Jamblichus de vita Pythag. c. 23. & 36. recenset illum inter discipulos Pythagoræ, ejusque dictum in desides colonos. c. 31. *Bene cum illis agi, quod Archytas ipsis esset iratus.* Cum omnes Italia excederent Pythagorei, solus mansit Archytas. c. 25. scripsit librum de sapientia, cujus fragmentum exstat apud eundem in protrept. c. 3. Fuit summus arithmeticus, Theo Smyrn. de arithm. scripsit librum de decade, idem c. 49. de Musica. Varro de r. r. refert Archytam inter quinquaginta scriptores rei rusticæ. Fuit & & Archytas Harmoniacus. teste Athenæo. XIII, 8.

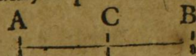
οἷα ἐν τὶ ὀψείας] est perspi-

A ere ipſam rei naturam & eſſentiam, & quæ noſtris vox philoſophis placet, *quidditatem.*

Νοητὰ] νοητὸς eſt intelligibilis, νοερὸς intelligens. hæc activæ, illa paſſivæ ſignificationis vox. αἰσθητὸς eſt ſenſilis.

Σωματικά] Hic toto Cœlo Iuriſconſulti & mathematici B differunt. Corporea hi negant eſſe, incorporea affirmant. Illi contra: Cic. Topic. cap. 5. *Eſſe ea dico, quæ cerni tangive poſſunt, ut fundum, ædes, parietem, ſtillicidium, mancipium, pecudem, ſuppellectilem, penus, cætera, quo ex genere quædam interdum nobis definienda ſunt. Non eſſe rurſus ea dico,* C *quæ tangi demonſtrarive non poſſunt, cerni tamen animo atque intelligi poſſunt: ut ſi uſucapionem, ſi tutelam, ſi gentem, ſi agnationem definias, quarum rerum nullum ſubeſt quaſi corpus.*

Παρακείμενον] Latine poteſt dici *contiguum*, ut συνεχὲς *continuum*. Partes continui nullis finibus ſunt diſtributæ; quia non ha- D bent diverſos actu terminos ſuos fines: ſed qui prioris eſt quaſi finis, idem eſt quaſi utriuſque confinium, ut patet in linea AB



Nam medium punctum C. ſuas medietates A C & C B conjunctas habet, non diviſas: prioris quidem mediæ portionis finis, initium vero eſt ſequentis. At vero partes numeri contrarium affectum habent, & ſunt diſcretæ. Non idem unius & alterius eſt terminus; nec hujus initium illius finis; ſed unaquæque pars proprium habet initium & proprium finem. Verbi gratia in ſenario ſunt duæ medietates, nimirum ternarii; nulla unitas poteſt alterum finire eademque alterum incipere; ſed unaquæque ſuum. Ergo diſcretæ partes ſunt propriis extremis concluſæ.

Pag. 7. Ἐπὶ ὡρισμένον, τοῦ δὲ] Melius Regius. ἐπὶ ὡρισμένου, magnitudo quæ ad definitum eſt unita. Boethius l. 1. c. 1. ita reddit. *Cuncta vis multitudinis ab uno progreſſa termino ad infinita progreſſionis augmenta concreſcit. Magnitudo vero à finita inchoans quantitate modum in diviſione non recipit. Infinitiſſimas enim ſui corporis ſuſcipit ſectiones.* Theon Smyrnæus c. 4. de arith. Τὸ ἓν ὡς ἐν αἰσθητοῖς τέμνεσθαί φασιν εἰς ἄπειρον, οὐχ ὡς ἀριθμὸν, οὐδὲ ὡς ἀρχὴν ἀριθμοῦ, ἀλλ᾽ ὡς αἰσθητόν. *Dicunt*

unum, quatenus ſenſile eſt, poſſe ſecari in infinitas partes, non qua numerus eſt, aut principium, ſed prout ſenſile eſt. Vide Iamblichum pag. 17. hujus operis clarius hæc exprimentem. Numerus eſt augmento infinitus, magnitudo contra decremento infinita; continuæ quantitatis in infinitum ſectio reſultat neceſſario, ex incremento diſcretæ in infinitum creſcentis: quod ita docet Ariſtoteles l. 3. *Φυσικῆς ἀκροάσεως* c. 6. Ἐν γὰρ τῷ πεπερασμένῳ μεγέθει ἂν λαβών τις ὡρισμένον, προσλαμβάνῃ τῷ αὐτῷ λόγῳ, μὴ τὸ αὐτό τι τοῦ ὅλου μέγεθος τῷ λόγῳ, περιλαμβάνων οὐ διέξεισι τὸ πεπερασμένον. *In finita namque magnitudine ſi quis accepta aliqua parte aliquota, accipiat iterum ejusdem rationis partem, quæ magnitudo non ſit pars totius ejusdem rationis ac prima accepta, complectendo omnes non pertranſibit magnitudinem finitam.* Quod ſic demonſtrat celeberrimus Bulialdus: Sit data linea AB finitæ magnitudinis, acceptaque parte terminata BC $\frac{1}{2}$.

A F E D C B

accipiatur ejusdem rationis linea,
A non in AB, ſed in AC, etiam $\frac{1}{2}$ nempe DC, quæ non ſit totius AB pars ejuſdem rationis cum AC, dico, quod, ſi continuo ex AD, accipiatur pars homologa eis, quæ ex AB, AC ablatæ ſunt, & ſic deinceps ex AE, AF, nunquam deveniemus ad minimam partem. Cum enim AC ſit
B dimidium totius, & ex AC ablata ſit CD, etiam ſemiſſis, erit AD $\frac{1}{4}$ totius. Et ex AD ejus ſemiſſis auferatur ED, reſiduum AE eſt $\frac{1}{8}$ totius AB; deinde AE ſemiſſe ſui imminuta, erit AF $\frac{1}{6}$. & ſic deinceps perveniemus ad minores atque minores partes, $\frac{1}{32}$. $\frac{1}{64}$, $\frac{1}{128}$. &c. Et non poterit aſſi-
C gnari unquam minima; & in hoc reſpondet continuæ quantitatis diviſio in infinitum, additioni quantitatis diſcretæ etiam in infinitum. Quæ omnia faciunt cum Platone, qui duplex infinitum ponebat, magnum & parvum; magnum tribuebat augmento, parvum decremento. &
D eouſque magnum & parvum rerum faciebat principia; quia univerſa numeris & magnitudinibus nempe magno & parvo conſtituebat.

Φιλόλαον] Fuit & hic diſcipulus ſenis Pythagoræ Iamblich. de vita

de Vita Pyth. c. 23. Præceptor Euryti: In ejus jam mortui ſepulchro audivit quendam canentem paſtor. ibid. c. 28. Ἔφη γοῦν Εὔρυτόν τις λέγειν, ὅτι φαίη ποιμὴν ἀκοῦσαί τινος ᾄδοντος νέμων ἐπὶ τῷ τάφῳ τοῦ Φιλολάου : adde omnium Mſſ. conſenſu ſequentia, quæ Arcerius propter τὸ Φιλολάου repetitum neglexerat. Καὶ τὸν ἀπιστῆσαι ἀλλ' ἐρεσταί τινα ἁρμονίαν. Ἦσαν δ' οὗτοι ἀμφότεροι Πυθαγορικοὶ, καὶ μαθητὴς Εὔρυτος Φιλολάου. Fuit Crotoniates, & omnium primus ſcripſit commentaria Pythagorica. Diog. laer. l. 8. Iambl. c. 31. De natura etiam. Theon Smyrn. c. 49. de muſica. Citatur ſæpe in hoc opere pag. 11. pag. 109, & 168.

Ἀπείρων ἐόντων] Sic illam ſententiam vertit Boethius. *Hanc naturæ infinitatem indeterminatamque potentiam philoſophia ſponte repudiat. Nihil enim quod infinitum eſt, vel ſcientia poteſt colligi, vel mente comprehendi.*

Ἀναγκαίου] Auctor hic ſolvit objectionem, quæ ex præcedentibus potuiſſet hoc modo formari: Numerus in immenſum augetur, ita ut nullus detur ulti-

A mus; decreſcit quoque magnitudo, ut ſiſtere nunquam detur dividenti; infinitum vero & nullis coërcitum limitibus cognoſci non poteſt. Omnis enim noſtra cognitio comparativa eſt medio proportionis utens, in proportione noti ad ignotum. Atqui infinito nulla accommodatur propor-

B tio. Hæc ita diluuntur; philoſophia illam quidem infinitatem repudiat, & duntaxat de infinito numerorum acervo, quæ finita ſunt, aſſumit: neque partium, quas proportionales vocant, ſine termino ſectionem conſiderat, circulatoribus omnem rationis calculum pervertentibus acco-

C modam potius; ſed quæ determinatæ definitæque quantitatis exiſtunt. Unde judicantur illi, qui petunt lineam in omnes partes dividi, quæ ſint ejuſdem proportionis, non mathematice agere, cum alioqui neque infinitudinis ratio permittat.

Ποσὸν] ποσὸν diſcreta &

D πηλίκον continua quantitas, dicuntur à Nicomacho τὰ τοῦ ὄντος πρώτιστα δύο εἴδεα. Et hic ditior eſt Græcia Romanis, quibus iſta vocabula deſunt. Quintilianus l. 3. c. 6. *Quantitatem*,

quæ dupliciter à posterioribus divisa est, quam magnum & quam multum sit. l.7.c.4. Sicut ea quoque quæ ad numerum refertur à Græcis. Nam ποιότητα *&* ποσότητα *dicunt, nos utrumque eadem appellatione complectimur.*

Pag. 8. ἀπηλλαγμένον σχέσεως] quod non habet habitudinem vel respectum ad aliud. Ita Theon Smyrnæus c.4. de arithm. Τὸ ἓν πάσης ἀπηλλαγμένον διαφορᾶς. *Unum liberum est ab omni diversitate.*

Ἐπιστήμαις] Has quatuor scientias arithmeticam, geometriam, astronomiam, musicam Boethius lib. I. c. I. Vocat *quadrivium.*

Pag. 9. Μένοντος καὶ ἑστῶτος] Boethius. *Motu carentia.*

Ἀδελφὰς] hoc est *affines, cognatas.* Sic Theon Smyrnæus astronomiam & harmoniam dixit esse ἐπιστήμας ἀδελφάς. Idem ex Platone οἰκειότητα ἀλλήλων τῶν μαθημάτων, *mathematicarum disciplinarum inter se affinitatem.* Plato enim passim illarum cognationem & mutuam affinitatem conatur ostendere, inprimis sub finem Epinomidis.

A Πᾶν διάγραμμα, ἀριθμοῦ τε σύστημα, καὶ ἁρμονίας σύστασιν ἅπασαν, τῆς τῶν ἄστρων περιφορᾶς ὁμολογίαν, οὖσαν μίαν ἁπάντων, ἀναφανῆναι δεῖ τῷ κατὰ τρόπον μανθάνοντι. *Omnem figuræ descriptionem, & harmoniæ constitutionem, astrorumque circumlationis* B *consensum, in unum simul consentire & conspirare, ostendendum est illi, qui secundum rectam discit methodum.*

Ἀρχύτιον] Archytæ sententia Dorice scripta exstat apud Nicomachum l. I. arithm. Ταῦτα γὰρ τὰ μαθήματα δοκοῦντι ἔμμεναι ἀναλφεά. Περὶ γὰρ ἀδελ- C φεὰ τὰ τοῦ ὄντος πρώτιστα δύο εἴδεα τὰν ἀναστροφὰν ἔχει. *Hæ disciplinæ mathematicæ cognatæ esse videntur. Versantur enim circa duas primas entis species.* Dores, quibus pluralis tertii præsentis est similis singulari dativo participii præsentis, dixerunt δοκοῦντι pro D δοκοῦσι.

Pag. 10. Διαλελυτῶν μόνων] Multitudo atq; numerus ad discretionem refertur; magnitudo rei integrum exprimit. Numerus discernit, estque rerum discretio; magnitudo terminat & est terminus

rerum

rerum. Atqui rei veritatem comprehendit, qui eam ab omnibus aliis diſcernere & ultra citraque integrum cujusque rei eſſe non progredi agnoverit. Quare omnium rerum comprehenſio ſub numero & magnitudine, quæ ad unam matheſin, utpote per quam manifeſtantur, cum adducuntur, aperte probant, eadem ſublata occultam manere rerum veritatem. Itaque hoc modo ſine quatuor diſciplinis mathematicis nemo recte philoſophatur, quantenus in arithmetica atque muſica numerorum virtus perſtringitur, a qua in rebus ſuboritur diſcretio; in geometrica vero atque aſtronomia magnitudinis cognitio continetur, unde tota comprehenſio integritatis rerum emanat. Adhæc quum ad omnia utilis ſit matheſeos peritia, etiam ad divina animos parat & feneſtram iis aperit. Cum enim inviſibilia non datur nobis deprehendere, niſi per viſibilia; ita etiam veritatem conamur deprehendere imaginibus; quo autem certiores imagines, eo veritati perpendendæ aptiores. Sed naturæ entia ob continuum motum & mutationem nihil ſtabilitatis habent; itaque minus per illa quam per abſtracta inquiritur veritas: Ergo quo magis à materia receditur, eo ad majorem acceditur ſtabilitatem, cui ſemper annexa certitudo; ita entia mathematica naturæ entibus certiora. Supramundana entia etiam deprehendes certiſſima juxta & veriſſima, ſed quæ via rationis, numerorum & magnitudinum medio vel maxime deprehendantur.

Τȣ̃ ποσȣ̃ ἀκριβὴς Κατάληψις] Ut homo diceretur ſapiens, non erat ſatis eum poſſe numerare, ſed omnia ἀκριβῶς καταλαμβάνειν. Si quidem philoſophus difiniturus hominis naturam, tradebat *hominem eum eſſe, qui ſciret numerare.* Qui illud, quod dicitur Ἄνθρωπον εἶναι ζῶον λογικὸν, ita accepiſſe videtur, ut ratiocinatorem ſignificaret. Cætera quidem animalia numerare neſciunt, ex quo intelligi poteſt, cogitationem humanam numeri & ordinis cognitione atque facultate quadam comparationum & ſimilitudinis notatione, inprimis ab aliis animantibus diſtingui.

Πασῶν μόνην ταύτη τεχνῶν] Sic & Seneca ep. 29. *Laudata & omnibus præferenda artibus Philoſophia.*

οἰκεῖον ἀνθρώπῳ τέλος] Cætera animantia non poſſunt dici eata, quia non philoſophantur. Sine philoſophia nulla beatitudo, quia per philoſophiam ſolam mentes noſtræ à ſordibus corporum purgantur. Hierocles in Pythag. aur. carm. pag. 2. φιλοσοφία ἐςὶ ζωῆς ἀνθρωπίνης κάθαρσις καὶ τελειότης. *Philoſophia eſt vitæ humanæ purgatio & perfectio.* Plato ſummum philoſophiæ finem dixit eſſe ὁμοίωσιν θεῷ κατὰ τὸ δυνατόν. Apulejus hæc ita latine reddit. lib. 2. de habit. doctr. Platon. *Sapientiæ finis eſt, ut ad Dei meritum ſapiens provehatur; hancque futuram ejus operam, ut æmulatione vitæ ad Deorum actus accedat.* Seneca ep. 53. *Omnes mortales multo antecedes, non multo te Dii antecedent. Quid inter te & illos interfuturum ſit, quæris? diutius erunt. At mehercle magni artificis eſt, clauſiſſe totum in exiguo. Tantum ſapienti ſua, quantum Deo omnis ætas patet. Eſt aliquid quo ſapiens antecedat Deum. Ille naturæ beneficio non timet, ſuo ſapiens.* ep. 31. *Perfecta virtus ſit, æqualitas ac tenor vitæ per omnia conſonans ſibi; quod non poteſt eſſe, niſi rerum ſcientia contingat; & ars per quam divina & humana noſcan-*

A *tur. Hoc eſt ſummum bonum, quod ſi occupas, incipis Deorum eſſe ſocius, non ſupplex.* Iamblichus de myſteriis Ægyptiorum. Tali ergo ducti voluntate Dii benevoli ac propitii, religioſis & divina operantibus affatim lumen immittunt, animasque eorum ad ſe revocant, & ut ſecum uniantur, efficiunt,
B dum in corpore adhuc detinentur, à corporeis recedere, atque ad earum æternum & intelligibile principium deduci. Ex ipſis porro operibus clare patet, id quod nunc dicimus, eſſe animæ ſalutem. Dum enim circa beata objecta anima verſatur, vitam ſuam alia commutat, alioſque effectus pro-
C ducit, neque ſe humanæ ſorti obnoxiam eſſe putat, recte tunc opinata: ſæpius vero propriam omittens vitam operatione tranſit ad Deorum vitam beatam.

Πρεσβεῖον. φαίνεται ἡ ἀριθμητική] Theon Smyrnæus c. 2. de Arith. Πρώτη μὲν ἂν εἴη ἡ περὶ
D ἀριθμοὺς θεωρία, καλουμένη ἀριθμητική. Boethius reddit eandem, quam hic Iamblichus cauſam l. 2. c. 4. Arithm. *Planum ſiquidem fecimus, quod omnes diſciplinas hæc intrempta conſumeret, quas nimine conſtituta infirmaret.*

Vide

Vide not. p. 70.

pag. 11. Μονάδων σύϛημα] Cum Thalete numerum ſic definiverunt Boëthius 1. 3. *Numerus eſt unitatu collectio, vel quantitatis acernus ex unitatibus profuſus.* Theo Smyr. c. 3. Ἀριθμός ἐϛι, σύϛημα μονάδων, ἢ προποδισμὸς πλήθους ἀπὸ (quæ difinitio & hic habetur) μονάδος ἀρχόμενος, καὶ ἀναποδισμὸς εἰς μονάδα καταλήγων. Unitatum nomen hic exprimit materiam definitionis; collectio & unio formam aut ſaltem formæ analogum & reſpondens. Contigit autem ille unitatum nexus mentis noſtræ artificio, eatenus agnoſcitur numerus noſtræ mentis primum compoſitum. Nam quod divina mens ad creaturas, id ſane humana mens ad ſuos numeros; & ut creaturæ à Deo divina prodeunt arte, ita humanæ mentis ingenio numeri. Ut item quæque creatura, quod una ſit ac habeatur, à divina mente habet, ita & noſtræ mentis numerus quod unus ſit ac habeatur, à noſtra habet mente; auferas mentem, non eſt numerus, neque unus.

Κατὰ τὸ Ἀιγυπτιακὸν ἀρέσκον] Ut apud omnes autores con-

A ſtat Geometriam ab Ægyptiis neceſſitate (quæ omnes artes invenit) & Nili agrorum confinia inundatione limoſa confundentis inventam; ita non omnes iiſdem arithmeticæ inventionem tribuerunt. Plato in Phædro eos prædicat autores πεττείας & κυβείας, quia numerorum

B motuumque computatio calculis & cubis peragebatur. Pythagoras etiam creditur Ioſepho arithmeticam ab Ægyptiis, & illi ab Abramo ibi commorante aliquandiu accepiſſe. Omnes autem ſapientiſſimi viri, Thales, Pythagoras, Solon, Plato cum ſtudia extra limen proferrent, Ægyptum pe-

C tierunt.

Σπερματικῶν λόγων] Rationes ſeminales inſunt unitati, hinc pag. 12. Pythogorei vocant ipſam σπέρμα καὶ ἀΐδιον ῥίζην. Idem ait Martianus Capella l. 7. *Nec diſſimulabo ex eo, quod monas retractantibus unum eſt, ſolam ipſam*

D *eſſe, ab eaque cætera procreari, omniumque numerorum ſolam ſeminarium eſſe.* Vide Meurſium in denario Pythagorico.

Ὑποϛάν] Imo *ſubſtantia* vocabatur numerus. Alexander Aphrodiſæus in pr. Anal. Οὐσία

γὰρ

γὰρ κατὰ τοὺς Πυθαγορικοὺς εἰ ἀριθμοί. *Nam numeri secundum Pythagoricos sunt essentia.*

Ἐν θείῳ νῷ] Boeth. I. c. 2. *Hoc enim fuit principale in animo conditoris exemplar.* I. c. I. *Hanc ille hujus mundanæ molis conditor Deus, primam suæ habuit ratiocinationis exemplar, & ad hanc cuncta constituit, quæcunque fabricante ratione, per numeros aßignati ordinis invenere concordiam.*

Ἐξ οὗ] Ergo Pythagorici numerum putaverunt esse ὕλην & rerum principium. Lucianus.

Συντέτακται] Vide Sextum Empiricum f 104. adversus Mathem.

Προποδισμὸν) Huic definitioni consentit Nicomachus lib. I. Arithm. Ποσότητος χῦμα ἐκ μονάδων συγκείμενον. *Fusio quantitatis unitatibus constans.* Innui hac difinitione, numerumab unitate fluxu quodam prodire; haud secus ac puncti fluxu conflatur linea, & lineæ superficies, superficiei autem corpus, & nihilo minus ex unitatibus esse: In quo à puncto sortitur discrimen, quod etsi lineæ internum non tamen pars; quia positionem habeat in continuo, & nullum con-A tinuum sit compositum ex indivisibilibus, adeoque inibi ex individui ad dividiuum adjectione nihil fit vel augetur. Contra in quantitate discreta evenit. Nam unitatum quanquam individuarum additamentis, secundum discretionem augentur numeri. Quare hæc definitio numerorum B exprimit principium, à quo procedant & ex quo constituantur; Ita sane prout ab unitate est numerus, præ se fert unitates quandam rationem causæ efficientis; ut vero ex illa constituitur, causæ materiali videtur annecti. Hinc quodammodo innotescit, ut omnia à mente divina, ita quo- C dammodo à mente nostra. Nam quod Deus in rerum creatione; hoc mens nostra in numerorum productione; divina discernit omnia, & nostra: Sed Dei discretio rerum productio est in propria subsistentia: Nostra vero tantum numerorum, qui sunt divinæ discretionis similitudines.

D Εὔδοξος ὁ Πυθαγόρειος] Ioannes Ionsius credit hunc Eudoxum (cujus etiam vita apud laertium l. 8. exstat) fuisse Platonicum, adductus verbis Ciceronis lib. 2 de divin. *Eudoxus Platonis auditor, astrologus insignis.* Sed

multi

multi Platonem audiverunt, non tamen cum Platone fecerunt. Ita & hunc Eudoxum refert Laertius, ἐπανελθεῖν Ἀθήναζε πάνυ πολλοὺς περὶ ἑαυτὸν ἔχοντα μαθητὰς, ὑπὲρ τοῦ Πλάτωνα λυπῆσαι, ὅτι τὴν ἀρχὴν αὐτὸν παρεπέμψατο. *Venisse Athenas habentem secum discipulos plurimos, contristandi Platonis gratia, quod is ab initio illum ab se dimiserat.* Imo se toto libro octavo tantum vitas Pythagoricorum describere. Ergo Πυθαγόρειος dicendus est cum Iamblicho. Floruit circa olympiada 97. Ejus vitam etiam Phanocritus conscripsit teste Athenæo l. 7. c. 2. Fuit summus mathematicus, in primis astrologus; observavit in Asia & Sicilia φάσεις ἀπλανῶν & ἐπισημασίας. Seneca 7. Nat. quæst. 3. *Eudoxus primus ab Ægypto hos motus in Græciam transtulit. Hic tamen de Cometis nihil dicit.*

Οἱ περὶ Ἵππασον ἀκουσματικοὶ] Hippasus fuit Metapontinus. Hesychius Illustrius. Ἵππασος ὁ Μεταποντῖνος ἔλεγε χρόνον ὡρισμένον εἶναι τῆς τοῦ κόσμου μεταβολῆς, καὶ πεπερασμένον τὸ πᾶν καὶ ἀεικίνητον. *Hippasus Metapontinus dixit tempus definitum esse mutationis mundi, & universum finitum esse, atque in motu perpetuo.* Quæ singula verba sunt etiam apud Laertium. Pythagoricus fuit, & quia protulit ac primus sphæram cum duodecim pentagonis descripsit, quasi rem impiam patrasset & gloriam quasi inventor acciperet, in mari periit. Iambl. de vita Pyth. c. 11. Sectam condidit discipulorum, quos vocavit ἀκουσματικούς; Cum Pyhagoras suos vocarit μαθηματικοὺς ibidem. Quæ illi audiebant, erant ἀκούσματα ἀναπόδεικτα καὶ ἄνευ λόγων. auditiones quæ non demonstrabantur, & quarum ratio non reddebatur, sed ita agendum erat: cum Pythagoras omnia suis demonstraverit. Plurimum fuisse Hippasum in Arithmetica hinc colligo, quia sæpissime in hoc opere laudatur, ut pag. 142. 159. 163. Theon Smyrnæus c. 12. De Musica, dicit illum cum Laso Hermionensi motus celeritate & tarditate invenisse consonantiarum rationes, cum alii, inter quos etiam Pythagoras, eas in ponderibus & longitudinibus quæsiverint.

Κοσμοποιίας] Imo numerum in specie, ut quaternarium, se-

narium, denarium vocarunt κόσμον.

Κελτικὸν] Omnia quæ sunt in universo, Pythagorici assimulaverunt numero. Quemadmodum enim in numero videre est primum ordinis exemplar; ita in omnibus mundi partibus per numeros suos digesta compages habet instar numeri priores, posteriores mediasque partes. Philoponus ad Metaphys. lib. 1. *Numerum vero Pythagorei dicebant universum mundum, velut qui ordinem numeri ferret.*

Ἀρχὴ ποσοῦ] Ita unitatem definivit ipse Pythagoras. Theodoretus Therapeut. 11. Καὶ Πυθαγόρας δὲ ὁ Μνησάρχου ἀρχὴν τῶν πάντων ἔφησε τὴν μονάδα. *Pythagoras autem Mnesarchi filius principium rerum omnium dixit esse unitatem.* Laertius in Pythagora. Φησὶ δ' ἢ καὶ ὁ Ἀλέξανδρος ἐν ταῖς τῶν φιλοσόφων διαδοχαῖς, καὶ ταῦτα εὑρηκέναι ἐν Πυθαγορικοῖς ὑπομνήμασιν. ἀρχὴν μὲν τῶν ἁπάντων τὴν μονάδα. *Refert autem Alexander in successionibus philosophorum, etiam ista in Pythagoreorum commentariis se invenisse. Principium quidem omnium unitatem* A *esse.* Hermias in irrisione philos. gent. Ἄλλοι πάλιν ἀπὸ τῆς παλαιᾶς φυλῆς, Πυθαγόρας καὶ οἱ τούτου συμφυλέται, σεμνοὶ καὶ σιωπηλοὶ παραδιδόασιν ἄλλα μοι δόγματα, ὥσπερ μυστήρια, καὶ τοῦτο δὴ τὸ μέγα καὶ ἀπόρρητον, τὸ, Αὐτὸς ἔφη. Ἀρχὴ τῶν πάντων B ἡ μονάς, ἐκ δὲ τῶν σχημάτων αὐτῆς καὶ τῶν ἀριθμῶν τὰ στοιχεῖα γίνεται. *Alii rursum ab antiquo genere, Pythagoras ejusque contribules graves & taciturni alias mihi opiniones tradunt, tanquam aliqua mysteria; atque illud magnum sane & arcanum. IPSE DIXIT. Principium rerum omnium est unitas.* C *E figuris vero ejus numerisque elementa fiunt.*

Ὡς δὲ Θυμαρίδας] Fuit & hic Pythagoricus, patria Tarentinus. Iamblichus de vita Pythagoræ c. 23. & c. 28. Navigaturus dicebat se ea malle, quæ à Diis sibi essent eventura: Certus nihil fortuito sed omnia fieri provi- D dentia. Idem cum esset eversus fortunis suis, navigavit ad eum Thestor Posidoniates, tactus gloria viri, & tantum attulit ei nummorum, ut pristinæ fortunæ restitueretur. Iamblichus c. 33. & c. 36. in recensione Pythagoreo-

rum

rum illum vocat Parium. Ergo statuendum vel illum Tarenti studiis operam dedisse, aut esse hallucinationem Jamblichi. Fuisse Thymaridam arithmetices peritissimum hinc constat, quia ejus auctoritate sæpe in hoc opere nititur Iamblichus, ut p. 36.88.90.95.

Πεgαίνȣσα ποσότης] Vim omnium fere harum unitatis definitionum conjungit Theon Smyrnæus de arithm. cap. 3. *Μονὰς δέ ἐστι περαίνȣσα ποσότης, ἀρχὴ & στοιχεῖον τῶν ἀριθμῶν, ἥτις μειȣμένȣ τȣ̃ πλήθȣς κατὰ τὴν ὑφαίρεσιν, τȣ̃ παντὸς ἀριθμȣ̃ στερηθεῖσα μόνην τε καὶ στάσιν λαμβάνει. Οὐ γὰρ οἷόν τε περαιτέρω γενέσθαι τὴν τομήν.* *Unitas est quantitas terminans, principium & elementum numerorum; quæ per substractionem imminuta multitudine, omni numero privata firma fixaque manet: divisionem quippe ulterius progredi impossibile est.*

Ἀρχὴ καὶ τέλος] Macrobius in Somn. Scip. lib. 1. c. 6. *Hæc monas initium finisque omnium, neque ipsa principii aut finis sciens, ad summum refertur Deum, ejusque intellectum à sequentium numero rerum & potestatum sequestrat: nec in inferiore post Deum gradu eam frustra*

A *desideraveris. Hæc est illa mens ex summo enata Deo.* Ipsa certa summa unitas, quia per immensum à materia recedit, prorsus partium expers & individua, nec non actus infinitus immensusque esse hinc perspicitur. Cum enim à materia pendeat divisio; constat à divisionis ratione abesse, quod B à materia recedit. Atqui recedere à divisione est accedere ad indivisibilitatem & indivisionis rationem. Sunt enim divisio & indivisibilitas opposita. Recedere autem ab uno oppositorum est ad aliud accedere. Quare quæ magis recedunt à materia atque adeo à divisione, plenius accedunt ad C rationem actus, deinde indivisibilitatis; & si maxime, etiam per immensum; pari consimilique ratione maxime & per immensum. Porro summa unitas per immensum à materiei consortio recedit, ideoque per immensum à divisione abest, & ad actus nec non indivisionis rationem acce- D dit: Ad quæ qui per immensum accedit, necesse est immensus ut sit actus, idemque prorsus individuus.

Pag. 12. Καθ' ἕκαστον] Ita bene Memmianus Codex: Male Bulialdus ex Regio ad Theonem

Smyrnæum edidit hunc locum. Καθ' ἓν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται. ita & vertit: *Unum dici secundum unumquodque eorum quæ sunt.* Nullo sensu nec textui respondente. Quæstio erat non de definitione unius, sed unitatis. Illa est forma & dat essentiam rei, nimirum uni. Est ergo Unitas, secundum quam unumquodque eorum, quæ sunt, unum dicitur. Variæ sunt definitiones unius, sed omnes ad indivisibilitatem recidunt. Plutarch. De anima. Ἀμέριστον μὲν γὰρ εἶναι τὸ ἕν. *Unum enim esse indivisibile.* Platonis definitio est apud Sextum Empir. pag. 106. Ἕν ἐστιν, οὗ μηδὲν χωρὶς λέγεται ἕν. *unum est, cujus nihil seorsum dicitur unum.* Differentiam unius & unitatis hanc ponit Theon Smyrnæus c. 4. Ὥστε εἴη ἂν ἀρχὴ τῶν μὲν ἀριθμῶν ἡ μονάς, τῶν δὲ ἀριθμητῶν τὸ ἕν. *Unitas itaque erit principium numeri. Numerabilium vero unum.* Adhibe ad hoc loci nobilissimum Bullialdum.

Οἱ Χρυσίππιοι λέγοντες] τῷ λέγοντες caret Regius. Priores fere omnes, quorum auctoritatem auctor citavit, fuerunt Pythagorici; Chrysippus est Stoicæ

A *princeps philosophiæ* teste Gellio l. 6. c. 2. Cleanthis Stoici discipulus & successor, patria Solensis, Tarsensis dictus ob viciniam. De unitate credo illum egisse in libro περὶ οὐσίας, quem citat Plutarchus de contradict. Stoic. Consule diligentissimum I. Ionsium

B l. 2. c. 7. de script. Hist. Philos.

Πλῆθος ἕν] Verum omnes unitatem negaverunt esse numerum, omnemque numerum dixerunt multitudinem. Unitas ergo non multitudo. Ludit itaque hic jure suo Sextus Empiricus advers, Math. p. 106.

Εἶδος εἰδῶν] Hanc definiti-

C onem Nicomachus dedit etiam senario. Photius in excerptis suis è Nicomacho. Ἡ δὲ ἑξὰς εἶδος εἰδους αὐτῷ αἰτιολογεῖται. *Senarius ab illo forma formarum ratione reddita dicitur.* In Theologumenis arithmeticæ. Εἶδος οὖν εἴδους οὐκ ἂν διαμάρτοιμεν αὐτὴν ἡγούμενοι. *Si igitur formam formæ senarium*

D esse *arbitremur, nihil certe erraverimus.* Unitas & binarius sunt formæ & principia omnium numerorum. Sed ipse binarius est ex unitatibus compositus. Ergo unitas est forma formarum binarii & ternarii. Unitatem esse εἶδος

docet

docet Anonymus agens de dyade. Τὴν γὰρ τῆς μονάδος, ὡς εἴδους, πρόσοδον διὰ ἔρωτα ἐπισπωμένη τὰ λοιπὰ ἀποτελέσματα γεννᾷ. *Etenim cum Unitatis, seu formæ, accessum propter amorem attraxerit, reliquos effectus generat.* Martianus Capella lib. 7. *Si monas species est, accidens cuilibet exstantiam primo priusque est.* Simplicius in lib. 1. Physic. Εἰκότως ἓν μὲν τὸ εἶδος ἔλεγεν, ὡς ὁρίζον, ὅπερ ἂν καταλάβῃ, καὶ περατοῦν. *Merito unum Formam dixit, ut quæ finiat, quod comprehenderit, atque terminet.* vide Camerar. pag. 45.

Ἀπὸ τριγώνου] sic Plutarchus dixit ipsam unitatem esse triangularem. Platon. quæst. p. 1003. Καὶ μὴν ἡ μονὰς τρίγωνός ἐστι. Theon Smyr. c. 31. Πάντων τῶν σχημάτων κατὰ τὸν ἀνωτάτω καὶ σπερματικὸν λόγον ἡ μονὰς ἄρχει. *Omnium figurarum juxta supremam seminalemque rationem unitas est principium.*

Ἀποκαταστικὴ] q. d. recurrens, quæ restituitur. περὶ ἀριθμῶν ἀποκαταστικῶν scripsit Theon Smyrnæus c. 24.

Πλευρικὴ καὶ διαμετρικὴ] de lateralibus & diagoniis Theon

A Smyrnæus c. 21. & Iamblichus hujus operis pag. 128. & seqq.

σχέσεις] vocavi *habitudines* auctoritate Boethii 1. c. 19.

Pag. 13. Ἐπιμένειν] Bellum, quo Grammatici τὴν μονάδα ἐτυμολογοῦντες ducunt ἀπὸ τοῦ μένειν. Insistit enim permanetque firma in uno omnis numeratio, copia B autem atque multitudo cum deductionibus tum adjectionibus, itemque multiplicando & partiendo agitatur semper, & est instabilis atque fluxa. Quemadmodum res & facultates, quæ numerantur, secundum Nasonem:

Nempe & dat quodcunque libet fortuna, rapitque;
C *Irus & est subito qui modo Crœsus erat.*

λογισθῇ] mss. λογοθῇ. & sic pag. 128. Πλευρᾶς λόγῳ θείσης, cum fuerit latus positum in ratione; cum lateris ratio data.

Τὸ μὲν ἐστιν ἄρτιον, τὸ δὲ περισσόν] Hæc est divisio numeri prima & secundum se. Si quidem D numeri est triplex consideratio. Prima absoluta secundum se: secunda ex aliqua parte Geometrica: Tertia respectiva & Musicæ prorsus inserviens. Absolute & in se consideratur, cum neque ad al-

terum unitatibus expressus præ se fert formam aliquam figuræ geometricæ; quo pacto dicitur par impar, diminutus, perfectus abundans. Secundum vero figuram consideratus subit nomina figurarum, & dicitur tetragonus, pyramis, cubus. Cum ad alterum refertur, major aut minor est, & dicitur duplus, triplus, sesquialter, Exempli gratia ternarius secundum se consideratus, est primus impar, expressus suis unitatibus figuralis est, & trigonam formam exprimit. Relatus ad aliud, ut binarium, est major & sesquialter.

Μεγίστων τε καὶ ἐλαχίστων] definivit Pythagoras numerum parem per maximum & minimum; ut par dicatur, qui sub eadem divisione in maxima & minima dividitur. Ubi maximum refert ad maximas partes, quæ dicuntur spatia [spatium enim, intervallum & pars hic idem sunt] Minimum vero ad divisionem. Nec dicitur divisio magna aut parva ratione partium aut intervallorum, in quæ secatur numerus. Nihil enim refert sive magna sive parva fuerint: sed numerus, secundum quem fit divisio spectandus est; siquidem à tali divi-

A sio denominatur parva aut magna. Ut divisio quæ secundum 10, utpote in 10 partes, major est divisione, quæ fit secundum 6, in sex scilicet partes; & quæ secundum 6, major quam quæ secundum 2; cum binarius sit omnium numerorum minimus. Divisio itaque numeri in duas partes est
B minima quantitate, & quidem discreta, hoc est, numero exprimente, in quot partes fiat divisio. Quod si fiat in partes, quibus nullæ sunt majores, fieri dicetur in maxima spatia, hoc est, maxima intervalla. Et cum duplex sit pars constituens & numerativa, quam vocant alii aliquotam, solum hic
C agitur de parte numerativa, quæ aliquoties sumpta totum restituit. Quod ita innuitur, quia nulla pars major est discreta medietate; ut 4 maxima pars 2. quod nequaquam verum est de constituente. Nam 3 pars quaternarii constituens major est binario. Porro quod medietas sit cujusque
D numeri maxima pars numerativa, hinc colligitur. Quanto pars denominatur a numero majore, eo minor est, & quo a minore, eo major est. Ut una decima minor est una sexta, quæ à denario, qui major est 6, deno-

denominatur. Ita à minimo numero maxima judicabitur pars. At discreta medietas secunda nominatur à binario numerorum minimo. Est ergo maxima. Cum itaque numeri paris assignetur discreta medietas, divisio ejusdem in duo media, fieri dicitur in maxima spatia, hoc est in maximas illius numeri partes : & cum sit solum in duo, dicitur esse minima numero divisionis, denominata nimirum a minimo numero, utpote binario. Quare numerus par in maxima spatia & minima quantitate secernitur, & id quidem sub eadem divisione 3. ut 4. in 2 & 2. 6. in 3. & 3. Quæ quidem partitio solum in duo, & idcirco quantitate minima sunt & illæ partes partium numerativarum maximæ. Nam quaternarium solum 2 & 1. numerant. Binarius quidem bis sumptus, & unitas quater. Senarium vero 3. 2. 1. 3. Quidem si bis sumitur. 2. si ter. 1. si sexies. at 2. 1. est major. & 3 major 2 & 1. Quare supradictæ divisiones in maxima fuerunt spatia. Cæterum numerus impar cum careat medietate discreta (dividitur siquidem in summas inæquales, ex ejus prima definitione) non potest

A hoc pacto dividi. Si enim 9 dividis in tres ternarios, in maximas quidem dividis numerativas partes (non enim 9 pars numerativa invenitur 3 major) sed illa divisio minima non est, cum in tres sit partes, idque à ternario, qui non est minimus numerus, denominetur, Quo namque plu-
B res totius assignantur partes; eo minores sunt, eoque majoratur divisionis numerus. Hinc quantum decrescit spatium & magnitudo, eo amplius augetur numerus divisionis. Quorum plurima, ne nescias humane lector, nos docuit Giradus Ruffus.

Πρώτη γὰρ αὕτη μονάδων σύ-
C στημα] binarius primus componitur ex unitatibus; unde à Pythagoreis vocatur πρῶτον μῆκος. Simplicius commentario primo de anima. Καὶ ἐκάλουν, ὡς ἐκ τῶν ὑπ' Ἀριστοτέλους λεγομένων τεκμαίρεσθαι, τὴν Δυάδα πρῶτον μῆκος. Οὐ γὰρ ἁπλῶς μῆκος
D ἀλλὰ τὸ πρῶτον. ἵνα τὸ αἴτιον σημαίνωσιν. *Ac vocabant* Pythagorei, *ut ex iis, quæ ab Aristotele dicuntur, est conjicere, binarium Primam longitudinem. Neque enim simpliciter longitudinem: sed primam. uti causam indicarent.* Ibidem.

Τοῦ

Τοῦ μὲν μήκους ἰδέαν εἶναι τὴν πρώτην ἀπεφήναντο δυάδα. Ἀπὸ γὰρ ἑνὸς ἐφ᾽ ἓν τὸ μῆκος. *Primam longitudinis ideam statuerunt binarium. Nam longitudo est ab uno ad unum.*

Γενικοῦ ὅρος ἀριθμοῦ] Martianus Capella. *Quæ Dyas, quod sit prima procreatio, à nonnullis genesis dicta.*

Οὐ γὰρ διχῇ εἰς ἴσα μεριστόν] Impar numerus in primis in duo æqua, quæ totum ipsum restituant, dividi non potest, ut ex hac definitione dilucet. Boethius. l. 1. c. 4. *Impar vero numerus est, cujus in duas inæquales summas naturalis est sectio.* Insuper cum in ea, quæ sunt inæqualia, divisus est; paritati est admixta imparitas, ita ut una ejus sectionis pars sit par, altera impar, idque patescit 9 diviso in 5 & 4. 6 & 3. 7. & 2. 8 & 1. adeo in talium divisionum partibus paritati admiscetur imparitas, ut semper una pars sit par, altera impar: ut 5 impar. 4 par. 6. par. 3 impar. Idem etiam in reliquis contingat. Varro apud Servium in eclogam 8 Virgilii. dicit Pythagoreos putare, imparem numerum habere finem, parem esse finitum. Idque

A à Platone desumsit. Ille enim ait, unitatem à numero si separas, infinitas est, idque perinde ac si punctum à linea. Sumebat autem infinitum pro interminato; Ubi autem infinitas, nulla discretio; quare nec numerus. Unitas vero adveniens tali infinitati, eandem terminans numerum restituit. Est B itaque omnis numerus ex uno & infinito. Porro infinitum Pythagorei ut & Iamblichus paritatis exprimebant nomine, idque ratione divisionis; unitatem contra & unum impar appellabant. Etenim in coordinatione bonorum ponebat finitum, unum & impar; in malorum vero infinitum par & C multa. Utraque coordinatio huic tabulæ commode subjici potest.

Oppositæ *unitatis* & *binarii* proprietates & appellationes ex Meursio & aliis auctoribus collectæ.

D

Coor-

Coordinatio bonorum		Coordinatio malorum
Unum	1	Multa
Indivisibile	2	Divisibile
Simplex	3	Compositum
Immutabile	4	Mutabile
Idem	5	Alterum
Æquale	6	Inæquale
Finitum	7	Infinitum
Impar.	8	Par
Dextrum	9	Sinistrum
Masculum	10	Fœmineum
Perfectum	11	Imperfectum
Substantia.	12	Accidens
Insensibile	13	Sensibile
Veritas	14	Imago
Quies	15	Motus
Rectum	16	Curvum
Forma	17	Materia
Quadratum	18	Altera parte longius
Intellectus	19	Opinio
Lumen	20	Tenebræ
Actus	21	Potentia
Actio	22	Passio
Æternitas.	23	Tempus

Pag. 14.

Pag. 14. Οἱ ἀπὸ τῆς διδασκαλίας] Sunt viri docti, harum disciplinarum periti. Laert. οἱ ἀπὸ τ̃ μαθημάτων. mathematici. Item οἱ ἀπὸ φιλοσοφίας ϗ λόγων. Philosophi & literati. Belgæ eandem servant constructionem. Die van de kunst sijn. Sic Origenes passim τοὺς ἀπὸ τῆς Στοᾶς vocat Stoicos.

Ἄρτιον] Ut 6. 12. 20. 30. &c. altera parte longiores & hi dicuntur pares, quanquam ex pari & impari sint procreati.

Αὐφιμήκη] ut 9. 15. 21. 25 quia utraque ipsorum latera sunt imparia, & ipsi sunt impares.

Quod non dividitur vel in inæqualia] Quia unitas omnem divisionem prorsus respuit; non modo non in æqualia, sed ne quidem in inæqualia potest dividi. vide supra pag. 92. Quod intelligendum est de unitate νοητῇ non αἰσθητῇ; vel ut nunc loquimur abstracta, non concreta. Unum quatenus est in sensibilibus vel concretum, ut una tabella, unus ager, dividi potest. Indivisibile vero est in abstracto. Nam si secaretur in partes, unum fieret multa; & substractione facta singularum

A partium, in unitatem desineret. Hanc residuam si in partes rursus dividamus, multitudo exsurget, & per ablationem uniuscujusque partis ad unitatem tandem devenietur. Item quicquid dividitur, dividitur in partes se ipso minores. ut 6 in 3 & 3. 4 & 2. 5 & 1. Sed uno, quatenus unum est, ni-
B hil minus datur. Præterea illud potest dividi, quodcunque potest dividere & multiplicare, quod unitati negavit natura, ut senarius si semel vel dividatur vel multiplicetur, nunquam tamen mutatur.

Ἐπωνόμαζον] Boeth. *Deos interpretatione Romana memorant.*
C Ubique fere Pythagoras contendit numerum esse Deum.

Ἄτροπον] Nemo etiamnum inventus, qui unitatem nomine istius immobilis & duræ virginis indueret. Quemadmodum parcarum tabularia *Neque concussum cæli, nec fulminis iram, Nec me-*
D *tuunt ullas tuta atque æterna ruinas.* Sic μονὰς μένει ἄτρεπτος, καὶ μὴ ἐξίσαται τῆς ἑαυτῆς φύσεως. *Manet immota, & in naturæ suæ finibus non movetur.*

Ἀπόλλωνα] Plutarchus de Iside & Osiride. Δοκῶ δὲ ἔγωγε

καὶ

καὶ τὴν μονάδα τοὺς ἄνδρας ὀνομάζειν Ἀπόλλωνα. *Ego puto viros* (Pythagoreos) *etiam unitatem appellare Apollinem.* Iterumque. Οἱ δὲ Πυθαγόρειοι καὶ ἀριθμοὺς καὶ σχήματα θεῶν ἐκόσμησαν προσηγορίαις. Τὸ μὲν γὰρ ἰσόπλευρον τρίγωνον ἐκάλουν Ἀθηνᾶν, κορυφαγενῆ καὶ τριτογένειαν. Τὸ δὲ ἓν, Ἀπόλλωνα. *Pythagorei ornaverunt & numeros & figuras Deorum nominibus. Nam triangulum æquilaterum vocabant Minervam è vertice* (Iovis) *natam & Tritogeniam: Unum vero Apollinem.* Habetur & in Bibliotheca Photii unitatis iſtud numen. Ἀπόλλων τε καὶ προφήτης καὶ λόγιος. *Apollo, & Propheta & Fatidicus.* Quemadmodum ſol nihil operatur hominibus ſine terra aliiſque ſubjectis, vel Apollinis ſemen ſine Dearum corporibus nihil generat; vel Muſæ, quarum ille pater eſt, ſunt perpetuæ virginitatis voto damnatæ; ita unitas per ſe ſterilis eſt.

Ἶσιν] hoc vocabulum habet & Photii bibliotheca: Quemadmodum apud Ægyptios præerat parturientibus, ita binarius eſt prima numerorum procreatio.

Ἄρτεμιν] eſt Luna vel Diana.

A Porphyrius l. 2. de Abſtinentia. Πυθαγόρειοι περὶ τοὺς ἀριθμοὺς καὶ τὰς γραμμὰς σπουδάζοντες, ἀπὸ τούτων τὸ πλέον τοῖς θεοῖς ἀπήρχοντο, τὸν μέν τινα ἀριθμὸν Ἀθηνᾶν καλοῦντες. Τὸν δέ τινα Ἄρτεμιν. *Pythagorei circa numeros & lineas ſtudioſi ex his plerumque* B *Diis primitias libabant, hunc quidem numerum Minervam vocantes. Illum autem Dianam.* Ratio redditur in Theologumenis, capite de Dyade. Καὶ τῇ σελήνῃ δέ φασιν ἐφαρμόζειν τὸ δυὰς ὄνομα, ὅτι τε καὶ πλείονας δύσεις ἐκ πάντων τῶν ἀπλανῶν δέχεται, καὶ ὅτι ἐδυάσθη, καὶ C ἐδιχοτομήθη. Ἡμίτομος γὰρ καὶ διχότομος λέγεται. *Et lunæ ajunt convenire binarii nomen, quod plures occaſus ex omnibus fixis excipiat: tum quod duplex ſit, ac bifariam ſecta. Dimidiata enim & in duas partes diviſa dicitur.*

Pag. 15. Ἐναντίως τῇ τῶν ὀνομάτων αὐξήσει] quo à majori D numero partes denominantur, eo ſunt minores. Vide in notis p. 94. & 95.

Pag. 16. Λαβδῶμα] venit à λάβδα, quod veteres pro λάμβδα, poſuerunt. Eſt ergo λαβδῶμα

δῶμα figura referens literam Λ. vide notas ad pag. 55. ubi de γάμμα agimus.

Pag. 17. Ἑκατοςῦ] male Regius Ἑκατοντοςῦ.

Παρεισβιάζεται] hoc est, solidorum argumentorum viribus infertur & confirmatur. Ita p. 78. Ἀφ᾽ οὗ βεβαιωθήσεται ἐν τοῖς ἁρμονικοῖς λόγοις. *A quo confirmatur regula in rationibus harmonicis.*

Δὶς δύο] Multiplicat numerus numerum, cum qui multiplicatur, toties componitur, quoties unum est in eo, qui multiplicat. Quæ est jam planicies, & hi duo numeri πλευραὶ sunt, id est latera. bis duo. 4. facit quadratum ἰσάκις ἴσον. Quia planiciæ anguli omnes recti sunt, & latera æqualia.

Δὶς δύο δὶς] Quoties multiplicatio tribus numeris peragitur, numerus, qui ita existit, solidus est, & nominatur ςερεός, & sunt latera illius multiplices numeri. Ut cubus est bis duo bis, quæ sunt 8. & ter tria ter, quæ sunt 27. & hic numerus est ἰσάκις ἴσος ἰσάκις Græcis.

Προληπτέον ὡς χρήσιμον εἰς τὰ ἑξῆς ἐσόμενον] Præsupponen-

A dum est, fore utilissimum ad sequentia intelligenda. Ita loquitur auctor pag. 77. Ἔτι κἀκεῖνο προληπτέον, χρήσιμον ἡμῖν εἰς τὰ αὐτὰ ἐσόμενον.

Pag. 18. Οὐκέτι καὶ τῷ ὀνόματι παρωνυμεῖ] idem dicit pag. 23. Ἀπεδείξαμεν τὸ ἥμισυ τῷ δύο
B ἀντιπαρωνυμεῖν δυνάμει. Omnes partes denominantur à suis numeris, ut tertia à tribus, quarta à quatuor, quinta à quinque: sed dimidium Latinis non dicitur à duobus, neque ἥμισυ Græcis à δυεῖν, sed δυοςόν. Belgæ tamen à twee dicunt een tweeden deel. Notandum quod græci logistici non
C omnes partes potuerint tam breviter, ut nos Indicis figuris, proferre. Exempli gratia nos dicimus $\frac{63}{72}$ hoc, est sexaginta tres septuagesimæ secundæ, græci dicunt τῶν οβ′ ἥμισυ (hoc est $\frac{36}{72}$) καὶ ἑκτημόριον (hoc est $\frac{12}{72}$) καὶ ὀγδοημόριον (hoc est $\frac{9}{72}$) καὶ δωδεκατημόριον (hoc est $\frac{6}{72}$) quæ summa facit
D nostrum $\frac{63}{72}$. Vel ita, ἥμισυ ($\frac{36}{72}$) καὶ τεταρτημόριον ($\frac{18}{72}$) καὶ ὀγδοημόριον ($\frac{9}{72}$) quæ sunt idem. Sic etiam hodie calculum ridicule ponunt docti viri, & post inventas fruges glandibus vescuntur.

Ad

Ad partium autem appellationes quod attinet; ſciendum Græcos ὅλον nominaſſe integrum, quem ſua conſuetudine Latini vocarunt Aſſem: Partes autem ſeu portiones μόρια; Latinis dicuntur unciæ, ſeu integri, id eſt Aſſis, partes 12. Sed portiones fecerunt minutiores, Horatio teſte. *Romani pueri longis rationibus Aſſem.*

Diſcunt in partes centum diducere. Si ſecundum veteres dividas integrum circulum ſigniferum in pp. 60. vel, ut poſteriores in 360. Nominare hunc licebit aſſem, id eſt ὅλον. Diviſus autem idem in ſigna, tanquam Uncias 12, partes jam habet ea, quæ δωδεκατημόρια vocantur. Et horum ſingulorum rurſum pp. ſeu μοῖραι vel 30. Integrum erunt, id eſt, ὅλον unaquæque, & portiones ipſius λεπτά, id eſt partes comminutionis. Sed partiamur circulum tanquam aſſem in vncias; ſumamus autem numerum partium 360. Eſt igitur δωδεκατημόριον, id eſt uncia, ſignum 1. pp. 30. ἑκτημόριον, ſextans, ſigna 2. pp. 60. τεταρτημόριον quadrans. Vnciæ 3. SS. 3. pp. 90. τριτημόριον, triens, unciæ 4. SS. 4. pp. 120. Semiſſis ἡμιτυ. Unciæ 6. SS. 6. pp. 180. Atque hæc

A ita latinis verbis interpretari poſſumus. Πεμπτημόριον autem eſſet quinta pars aſſis; non quincunx, id eſt unciæ 5. ſeu SS. 5. pp. 150. Sed pp. 72. quibus ſignum tertium comminueretur, ut fierent SS. 2 $\frac{2}{5}$. Similiter ſeptunx ἑπτημόριον, eſſet circuli pars ſeptima, quæ ſunt 51 $\frac{3}{7}$. Ὀγδοημόριον pp. 45. Δίμοιρον

B autem, quæ ſola vox duas, hoc eſt plures quam unam, indiviſibiles partes nimirum $\frac{2}{3}$ effert, conſtat eſſe beſſem. Hæc erunt SS. 8. pp. 240. Ἐνναημόριον pp. 40. Dodrans vero SS. 9. pp. 270. id eſt circulus cui quadrans deſit. Δεκατημόριον eſſent 36. & Ἑνδεκατημόριον. pp. 32.

C $\frac{8}{11}$. Uſitata autem hæc ſunt: Totum ſeu integrum Latini aſſem vocant. Δωδεκατημόριον. pars 12. Uncia. ἑκτημόριον pars 6. ſextans. Athenis olim ἑκτημόριοι appellabantur ante Solonis conſtitutionem qui opera ruri faciebant, & frugum partem ſextam agrorum dominis afferebant: Græci in partibus denotandis

D his uſi ſunt characteribus. vel ſignificat dimidiam. beſſem $\frac{2}{3}$. reliquas partes literis denotarunt. ut γ′ $\frac{1}{3}$. δ′ $\frac{1}{4}$. ϛ′ $\frac{1}{6}$.

Γένεσις δὲ περιττοῦ καὶ ἀπὸ μονάδος] Oritur impar ab unitate

tate, quia impar numerus unitate differt à pari, vel incremento vel diminutione; par numerus item unitate differt ab impari incremento vel dimutione. Unum enim pari si vel adjeceris, vel dempseris, orietur impar; idem si impari feceris, orietur continuo par. Est itaque sola unitas, quæ parem ab impari discernit. Nam & si denarius, qui est par, à 7, qui est impar, ternario discernatur, id tamen fieri non contingit in pari & impari numeris sibi proxime succedentibus: adeo non discreveris à 5. 4; si unitatem commune discrimen non amplectaris.

Κατὰ σύνθεσιν τὴν σωρηδόν] ita loquitur auctor pag. 28. Κατὰ σύνθεσιν δ' αὐτῶν τὴν σωρηδόν.

Ἐνεργείᾳ ἄρτιος] Binarius, si est numerus dicendus, est par. Sed δυνάμει non ἐνεργείᾳ. Ille enim duplicare & alios pares potest facere. ἐνέργεια sæpe sic numeris adaptatur, ut in Theologumenis arithmeticis. Τὴν ὀκτάδα πρῶτον ἐνεργείᾳ κύβον, καὶ μόνον ἐντὸς δεκάδος ἀρτιάκις ἄρτιον ἔφαμεν. *Octonarium primum actu cubum diximus, ac solum intra denarium pariter parem.*

Εἰδοποίησις] est formarum procreatio. Sic binarius passim εἰδοποιὸς ἀριθμός. Alii tamen tribunt quaternario. Proclus in Theol: Plato lib. 4. c. 32. Πάσης γάρ εἰδοποιΐας ἡ τετρὰς αὕτη προϋφέστηκεν. *Omnis enim formarum procreationis fons prius exstitit illa quaternio.*

Pag. 19. Ἐν τῷ τῶν ἑκατέρωθεν] Omnis numerus duorum circum se positorum sed in naturali serie & simul junctorum reperitur medietas. Ut data naturali serie numerorum 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. in qua 5 medius est, si 6 & 4 circum ipsum positi jungantur, surget 10, cujus 5 medietas. Ita si 7 & 3. idem si 8 & 2. & si 9 & 1. Adeo 5. iisdem numeris in formam circuli dispositis centri munere fungitur. Neque duorum circum se proxime positorum duntaxat reperitur medietas, quin etiam quorumvis, modo ab illo æquidistent. Dicuntur numeri circum alterum positi, quorum in naturali serie numerorum præit unus, alter contra sequitur. Sunt ab aliquo æquidistantes, si quantum distat unus, id distet & alter; prout 4. & 10. sunt circa 7 positi,

positi, eidemque æquidiſtantes. Nam 4 præcedit & 10 ſequitur, & diſtantia intervallumque, quo evincit denarius ſeptenarium, eſt 3, quo eodem à ſeptenario ſuperatur quaternarius.

Pag. 20. Δικαιοσύνης] Ariſtoteles Metaphyſici majoris c. 5 huc reſpexit. Ἐπειδὴ τούτων οἱ ἀριθμοὶ φύσει πρῶτοι, ἐν δὲ τοῖς ἀριθμοῖς ἐδόκουν θεωρεῖν ὁμοιώματα πολλὰ τοῖς οὖσι καὶ γιγνομένοις μᾶλλον, ἢ ἐν πυρὶ, καὶ γῇ, καὶ ὕδατι. ὅτι τὸ μὲν τοιονδὶ τῶν ἀριθμῶν Δικαιοσύνη, τὸ δὲ τοιονδὶ ψυχὴ καὶ νοῦς. *Quoniam autem numeri ſunt primi natura, & in numeris magis videbantur (Pythagorici) videre ſimilitudines multas eorum, quæ ſunt & fiunt, quam in igne, terra, & aqua; ſtatuebant talem quidem numerorum affectum eſſe juſtitiam, talem autem animam atque mentem.* Porphyrius de abſtin. anim. l. 2. Καὶ πάλιν ἄλλον μὲν Δικαιοσύνην· ἄλλον δὲ Σωφροσύνην. *Alium numerum quidem Pythagorei Iuſtitiam, alium vero Temperantiam vocabant.* Etiam hoc vocabulum quaternario tribuerunt, Alexandro Aphrodiſæo teſte ad citatum locum Ariſtotelis. *Quia Pythagorei proprium*

A *juſtitiæ compenſationem & æquabilitatem eſſe rebantur, idque in numeris reperiebant, idcirco numerum pariter parem primum Iuſtitiam eſſe dicebant. Nam quod eſt primum in ſingulis, habentibus eandem rationem, hoc maxime id eſſe, quod dicitur, aſſerebant. Hunc autem numerum alii quaternarium eſſe dicebant; quia cum primus ſit*
B *quadratus, in paria dividitur, & eſt par. Alii vero novenarium, qui eſt primus numerus ſolidus, ex impari numero ternario in ſe multiplicato.* Maxima tamen auctorum pars cum Iamblicho putat Quinarium ita à Pythagoreis vocatum. Photius in Excerptis Nicomachi. Ἀνείκεια γὰρ ἡ πεντὰς, καὶ
C Ἀλλοίωσις, καὶ Δικαιοσύνη, καὶ Νέμεσις, καὶ Δίκησις. Quinarius quies dicitur à rixis, quod, quæcunque antea inter ſe diſtabant, conſtituat ac conciliet. Alteratio, quia id quod trifariam diremptum eſſet, in ſphæræ identitatem mutaverit. Iuſtitia, quod juſtitiam maxime omnium quina-
D rius oſtendat & tribuat: vel quia inæqualia æquet. Vide rationes Camerarii pag. 48 & 49. Iuſtitia hæc non tam geometrica quam arithmetica eſt.

Τοῦ δὲ τετραγώνου πρωτίστου] Novem

Novem eſt primus quadratus, factus à 3. Quia μονὰς non eſt numerus, δυὰς incipit eſſe numerus, nondum plane eſt, ſed tantum inchoatus. Τριὰς plane numerus eſt, proprietatis & naturæ ſingularis & arcanæ ſecundum Pythagoricos.

Ἔνvατον] 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. faciunt ſummam 45. Quia autem 5. eſt horum numerorum μεσότης; ideo ſinguli numeri, ut eſſent ἴσοι, deberent habere nonam partem ſummæ 45. Quia quinquies 9 faciunt 45. Et ſic ſemper extremus maximus numerus debet dividere ſummam additorum numerorum, qui συζύγως ſeſe ſequuntur, ut omnes æquales reddantur, & μεσότης inveniatur. Verbi gratia inter 1. 2. 3. μεσότην eſſe τὸν 2. conſtat, quia additi faciunt 6, qui à maximo termino 3 diviſus producit 2. Ita 1. 2: 3. 4. 5. una faciunt 15., qui numerus ab ultimo 5 diviſus facit 3 medietatem, & probat ſingulos debere habere quintam partem D τοῦ 15. Sic 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. faciunt 28. ejus $\frac{1}{7}$ eſt 4 medietas. Et. 1. 2. 3. 4, 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. eſt 66. ejus $\frac{1}{11}$ eſt 6. μεσότης &c.

Pag. 23. Μήτε πλεονεκτήσαν- A τι, μήτε πλεονεκτηθέντι] Eſt arithmetica juſtitia, in quâ pœnarum & contractuum æqualitas ſervatur. Proclus in dies Heſiodi. Ὅτι μὲν ἡ πεμπὰς Δίκης ἐςὶν ἀριθμὸς, ἢ Πυθαγορείων ἠκούσαμεν λεγόντων. καὶ λέγονται σαφῶς αἰτίαι παρ' ἐκείνοις διτταί. Τῶν δὲ τ' ἔργων τῆς Δίκης, ἢ πα- B ραβαίνον κολάζειν, ἢ τὴν πλεονεξίαν ἀφαιρεῖν, ἢ τὸ ἔλασσον ἐπανισοῦν ἢ ἐνεργετεῖν. Quod quinarius juſtitiæ ſit numerus, Pythagoreos dicentes audivimus, ejusque duæ cauſæ ab ipſis manifeſto memorantur. Quia inter juſtitiæ opera eſt, punire C tranſgreſſionem, & tollere quod alter altero plus habeat; item quod minus habet, exæquare & benefacere.

Pag. 25. Τετραγωνισθέντος] Si numeri altrinſecus à 5 ordine ſequentes multiplicentur per 5, habebunt medietatem 5 per ſe multiplicatum, hoc eſt 25. ut

6	30	7	35	8	40	9	45
5	25	5	25	5	25	5	25
4	20	3	15	2	10	1	5

In quibus numeris omnium extremitates æque diſtant à medio

25. Item 5. 10. 15. 20. 25. 30. 35. 40. 45. compositi faciunt summam 225. Cujus nona pars est 25. Si fiat multiplicatio cum quadrato. 5. idem eveniet.

6	150	7	175	
5	125	5	125	&c.
4	100	3	75	

Pag. 26. Τῦ γὰρ ἀρτίυ] Vide Camerarium pag. 6. Sunt tria genere parium. Primum appellatur pariter par, secundum pariter impar, tertium impariter par. Primum & secundum extrema sunt, & proinde in sectione plurimum adversa. Namque pariter paris partes universæ æqualium recipient sectionem: At pariter imparis nulla æqualitatis sectione donantur. Porro tertium genus nimirum impariter par mediam obtinet naturam, cum utroque communicans, idemque ab utroque discrimen habens. Nam quod nonnullæ ejus partes in æqua dividuntur, pariter paris accedit naturæ, sed id à pariter impari distat: quod vero nonnullæ ejus partes talem sectionem non habent, nec pervenit æqualium sectio ad unitatem usque, pariter impari collimat, sed pariter pari disjungitur. & id quidem est, quod innuit Boethius c. 8. *Medietas autem quædam, quæ utrorumque participat; est numerus qui vocatur impariter par.*

Περισσάρτιον] vocant etiam περισσάκις ἄρτιον, ut ἀρτιοπέρισσον etiam ἀρτιάκις περισσόν.

Οἱ περὶ Ἐυκλείδην) Euclides non semel à Iamblicho in arithmeticis reprehenditur, ut pag. 27. 31. 34. 42. 105. Quam vere, suis locis videbimus.

Γλαφυρωτάτῳ τόπῳ] Est, loco elegantissimo, ut vertit Camerarius pag. 39 & venusto, contemplatione digno in hac arte, quem alias vocant ἐπάνθημα flosculos artis. Iamblichus pag. 48. Θεωρίαν πάνυ ἀνθηροτάτην καὶ γλαφυρὰν ὖσαν. *Contemplationem valde amœnam & venustam:* pag. 73. Πολλὴν γλαφυρίαν ἐμφαίνεσθαι, *ut multa venustas appareat.* pag. 123. Καὶ ἄλλα πολλὰ εὕροι τὶς ἂν γλαφυρά. *Multa etiam alia venusta quis inveniet* pag. 147. Καὶ πλέονα δ᾽ ἄν τις εὕροι παρακολυθήματα γλαφυρά. Plures etiam aliquis venustas sequelas inveniet. pag. 52. Τερπνὰ ἐπακολυθήματα, καὶ γλαφυρίαν

O

φυρίαν ποικίλην, Iucundas sequelas & varias elegantias. & pag. 97. Πολλὰ ἄλλα παρακολουθήματα γλαφυρὰ εὕροι τις ἂν συντείνοντα ἑαυτόν. Quæ sic vertit Boethius l. 1. c. 26. *Quædam alia simul inspiciemus, & ad subtilitatem tenuissima, & ad scientiam utilissima, & ad exercitationem mentis jucundissima.*

A Pag. 27. Ἀρτιάκις ἄρτιος.] Is esse pariter par definitur; qui & ipse, & cujus partes universæ in duo æqua divisionem admittunt. Pars intelligitur quæ numerus est. Nam unitas ipsius pariter paris pars quidem est; sed quæ in duo non possit dividi, nedum in duo æqua. Exemplum sit 128. Qui B est numerus pariter par. Nam in duo æqua secatur, nempe 64 & 64.

I	II	IIII	VIII	XVI	XXXII	LXIIII	CXXVIII
Semel CXXVIII CXXVIII	bis LXIV sunt CXXVIII	Quater XXXII CXXVIII	Octies XVI CXXVIII	Sedecies VIII CXXVIII	Tricies bis Quatuor CXXVIII	Sexagesies quater duo facit CXXVIII	Centies Vigesies octies I

Ejus item universæ partes (nimirum numerativæ, ut sunt 64. 32. 16. 8. 4. 2.) æqualium admittunt sectionem, & divisio illa primum in unitate suum finem nanciscitur. Nam 64 in 32 & 32 dividitur. triginta duo in 16. & 16. 16. in 8 & 8. 8 in 4 & 4. quaternarius in 2 & 2. binarius in unam & alteram unitatem, in qua omnis divisio absolvitur & finitur.

Ἡμαρτημένος πάλιν Εὐκλείδης.] Iure apud Ciceronem lib. 3. de oratore c. 33. exclamavit disertissimus Crassus. *An tu existimas, cum esset Hippocrates ille Cous, fuisse tum alios medicos, qui morbis, alios qui vulneribus, alios* C *qui oculis mederentur? num geometriam Euclide aut Archimede, num musicam Damone aut Aristoxeno, num ipsas literas Aristophane aut Callimacho tractante, tam discerptas fuisse, ut nemo genus universum complecteretur, atque ut alius aliam sibi partem, in qua elaboraret, seponeret?* Nec immerito Cardanus lib. XVI. de Subtilitate, Euclidis geometrica D hoc encomio ornavit. *Inconcussa dogmatum firmitas, perfectioque adeo absoluta, ut nullum opus jure huic aliud comparare audeas. Quibus fit, ut adeo veritatis lux in eo refulgeat; ut soli hi in arduis quæstionibus videantur*

tur posse à vero falsum discernere, A
qui Euclidem habent familiarem.
Certe à Ptolomæo Lagi filio, sub
quo in Ægypto Euclides profite-
batur, nemo fuit inventus, qui
geometrica ejus elementa oppu-
gnarit, nisi Petrus Ramus; sed
ejus in hac arte recensio nimis im-
matura & temeraria visa dudum
Mathematum & literarum peri- B
tissimis. Idem Ramus quid de
Arithmetica Euclidis senserit,
Lazarus Schonerus epistola ad
Principem Mauritium Hassiæ
Landgravium scriptâ prodit. *P.
Ramus, quod erat Arithmeticum,
jubente artis ipsius definitione, Arith-
meticæ subjecit, & inclusit sic, ut
neque omitteret, quæ essent necessa-* C
*ria; neque inculcaret superflua. Id in
definitionibus propositionibusque suis
Euclides sive Theon, elementorum
ante P. Ramum auctor non omnino fe-
cit; cum numerandi principia, additi-
onem, subductionem, multiplicatio-
nem, divisionem, sine quibus cognosci,
& exerceri ars non poterat, præteriit;
cum alligationem neglexit; cum* D
*Arithmeticam proportionem aut non
agnovit, aut suo nomine nunquam
nominavit, nunquam definivit. Hu-
juscemodi defectus perquam graves
accidere discentibus necesse est. De
numeris porro nihil à P. Ramo bis
dictum, nihil denuo incultatum. At
Euclides, quæ in quinto libro dixerat,
iisdem in septimo iteratis, creare se
fastidium lectori non sentit. Quare
Arithmetica materies P. Ramo, quam
Euclidi lectior est, quæque copiæ me-
lioris largitate desideriis magis satis-
faciat.* Parcius, Schoneri, ista
viris; meritæ tam bene de poste-
ritate animæ parcendum fuerat;
nec tam turpiter Ramo adulan-
dum. Sed ad rem: Reliquit ergo
Iamblichus, qui sibi in Euclide
carpendo adessent:

Ἡμαρτημένος] Erravit Eu-
clides in definitione numeri pa-
riter paris, quem tradidit lib. VII
definitione 8. esse eum, quem par
numerus metitur per numerum
parem. Quæ definitio etiam com-
petit impariter pari. Nam 24 est
impariter par, & à pari 6 pariter
quater mensuratur. Sed 6 non
potest pariter à pari mensurari ad
unitatem usque (est enim bis 3.
vel ter duo) quæ tamen est pro-
prietas pariter paris. Lib. IX pro-
posit. 32. Τῶν ἀπὸ δυάδος δι-
πλασιαζομένων ἀριθμῶν ἀρτι-
άκις ἄρτιός ἐστι μόνον. *Numero-
rum a binario duplorum unusquisque
pariter par est tantum.* Clavius, acer-
rimus autoris assertor, defendit

eum per *τὸ μόνον*. Tanquam tum demum peccaſſet, ſi dixiſſet: *Numerus, quem par per parem metitur, eſt pariter par tantum.* Euclidem enim per verba propoſitionis 34. *pariter par eſt & pariter impar* intelligere impariter parem. Quod tamen nunquam Pythagorei, Nicomachus & Boethius Clavio vel Euclidi donabunt. Dicitur enim Impariter par non majore jure pariter par ſimul & pariter impar, dum ab utroque participat; quam homo Deus ſimul & beſtia, licet animum cum Diis, corpus cum beſtiis commune habeat.

Καὶ τοῦτο μέχρι τῆς φύσει ἀτόμου μονάδος] Idem in Theologumenis Arithmeticis. Τοῦ τῶν Μουσῶν ἀριθμοῦ, τὸ Εὐτέρπη ὄνομα τῇ ὀγδοάδι πρέπειν ἔλεγον. Παρόσον εὐτρεπτος μάλιστα τῶν ἐντὸς δεκάδος, ἀρτιάκις ἄρτιος οὖσα, καὶ μέχρι τῆς φύσει ἀτόμου μονάδος αὐτῆς. *Ex Muſarum numero nomen Euterpe octonario potiſſimum convenire dicebant, quod eorum, qui intra denarium ſunt, facillime mutari poſſit, pariter par exiſtens, etiam uſque ad ipſam unitatem, quæ natura ſectionem non admittit.* Numeri quo magis ab unitate recedunt, eo exſurgunt compoſitiores; &

A mutationis atque alteritatis cauſas plures inveniunt. quia unitas eſt omnis diviſionis & compoſitionis terminus. Nonnulla in ſe ipſis unitate terminantur, ut impar numerus, qui proxime ſuæ originis principium, nempe æqualitatis ternarium refert. In illo enim unitas initium, unitas finis,
B unitas medium & nexus. In pari autem contra una & altera media eſt, proinde in pare alteritas major apparet. Sed alia per aliud, quorum quædam per plura, quædam per pauciora; ut in magnitudinibus. Nam linea cominus & proxime puncto definitur: ſuperficies tantum media linea; corpus ſuperficie
C & linea, utriſque ut ſuo medio utitur. Quare omnium compoſitiſſimum corpus; cui quidem in numeris paribus reſpondet pariter par, lineæ pariter impar; at ſuperficiei, qui inter utroſque medius ſtatuitur, pariter par. Debet autem pariter par poſſe bifariam dividi uſque ad inſecabilem
D unitatem; quia pariter pares continenti ſerie integroque complexu acervati reddunt uno minus ſequenti. Verbi gratia in ſerie pariter parium 1.2.4.8.16.32. duos priores numeros unitatem & binarium congrega, habebis 3.

quæ à ſequenti 4 uno ſuperantur, A adde acervatis 4, habebis 7, quæ ab octonario uno diſtabunt, toti ſummæ priori adde 8, habebis 15, qui unitate minor eſt ſequenti pariter pari, nimirum 16. & ita deinceps. Quia unitas à primo pariter pari binario ſe ipſa contractior, ideo binarius unitatis incremento primam unitatem præ- B tergreditur; quod augmenti genus quique pariter pares ad ſummas priores obſervant.

Ἀρτιακῶς ὀνομάζεται] Numerus pariter par ſuarum partium numerativarum mutuo ductu conſurgit, & invicem respondet mutuaſque patitur denominationes. Sunt autem partes in- C vicem reſpondentes pars denominans & pars denominata. Pars denominans dicitur numerus indicans, quoties qui inde nomen ſumit numerus in ſumma invenitur: ut quoties quaternarius in octonario, binarius eſt pars denominans. Nam quaternarius octo- D narii pars quidem ſecunda, & à binario dicitur: In ſerie pari. ut 1. 2. 4. 8. 16. 32. quæ eam ob rem par eſt, quod numeri ponuntur pariter atque in numero pari. Proinde non unicum medium ſed plura. Sunt namque 4 & 8 ejuſce ſeriei media duo, quæ invicem reſpondent, ſeque invicem denominant. Nam 8 dicitur totius ſummæ 32 pars quarta à quaternario. 4 ejuſdem ſummæ octava pars ab octonario. Idem patiuntur, & qui circa ipſum ſunt, ut binarius & 16. Eſtque binarius ſummæ decima ſexta pars. & 16 ſecunda. In ſerie impari unicum medium eſt, & id quidem ſeipſum denominat, prout in hac ſerie 1. 2. 4. 8. 16. quaternarius medius quidem eſt, & ſummæ 16 pars quarta nuncupatur, & id à ſe ipſo.

Pag. 28. Ἀνάλογον διπλάσιος] Loquitur ita auctor pag. 46. Τοὺς γὰρ ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον διπλασίους, ὅπερ ἐστὶν ἀρτιάκις ἀρτίους ἐπισωρεύει. Pariter parium generatio oritur ſumptis continuis duplis ab unitate; adeo ſinguli quique ab unitate continue dupli iidemque ſoli pariter pares ſunt. Porro tum dicuntur dupli continui ab unitate ſumpti, cum hac lege diſpoſita eſt ſeries, cujus initum unitas, & ſequens ad ſibi proximum collatum duplam ſortitur proportionem, quo in genere eſt hæc ſeries. 1. 2. 4. 8. 16. 32. Nam 2. ad unitatem duplus. 4 ad 2. 8. ad 4.

iidemque deinceps etiamnum crescente quantumvis multitudine. Qua in serie quisque numerus pariter par, idemque solus occurrit sumendus. Procreantur etiam pariter pares, si binarius in unitatem, dein in productum ducatur. Nam unitatem si binario multiplicas, semel atque iterum unitate sumpta, duo prodeunt; quæ rursus binario multiplicata quaternarium relinquunt, qui binarii ductu auctus 8 statuit. Quo facile deprehenditur binarius pariter parium esse pars numerativa; eoque binarius dici multiplicitatis pariter parium primordium, etiamsi novissima est eorundem divisio. Quocirca numeri pariter pares materiales censendi sunt, & non sine causa imperfectis & materei mole obductis attribuendi. Nempe quia binario eoque divisionis fonte restituuntur, nec nisi parium ferunt dimensum.

Προχειρισθῶσιν] Sic Memmianus. Sed Regius habet ἀποχειρισθῶσιν.

Ἑκάστης συζυγίας] Vide pares & impares pariter parium expositiones apud Camerarium supra pag. 7.

Τῷ ἀπὸ τῆς μεσότητος] intellige

A γινομένῳ, ut millies in hoc opere. Medium à medio multiplicatum æquivalet multiplicato à duabus extremitatibus. Ut 2.4.8. bis 8 faciunt tantundem, ac quater 4.

Pag. 29. χρησιμεύουσα] χρησιμεύειν verbum auctori frequentatissimum, ad significandam viam & rationem inveniendorum numerorum, eorumque B proprietatum & affectionum. Sic pag. 173. Πρῶτος δὴ ὁ ἐλάχιστος ἡμῖν ὁ ϛ΄ χρησιμεύσει πρὸς τὰς τῶν λόγων ἀποστάσεις.

Ὑφαίνει προσηγορίαν] ὑφαίνειν est texere, quo e Latini utuntur in talibus. Boeth. 1. C arith. c. 26. *Secundo versu duplus ordo texatur.* Macrobius in somn. Scip. lib. 1. c. 5. *Eadem quoque qualitate contexitur, id est, bis bina bis. Cum ergo & contextio ipsius pari æqualitate procedat &c.* Homerus Iliad. ζ. dicit ὑφαίνειν δόλον, texere fraudes & insidias, quia illæ ordine disponuntur.

D Ἀρτιοπέριττος] Numerus pariter impar est, qui quod par est, in duo æqua, utpote in duo media, dividuus est. Sed hæc media nullam patiuntur in duo æqua sectionem. Verbi gratia

sena-

ſenarius pariter imparium primus in 3 & 3 ſecatur, ſua quidem media, ſed neutrum horum in duo æqua diviſioni ſubjacet. Idem patitur 10., nempe qui in 5 & 5 dividitur, cum hæc media eandem reſpuant ſectionem. Vocantur ergo pariter impares, quandoquidem binarium numerum parem & quendam præterea imparem menſuram habent. Binarius unitatem, ſenarius ternarium, denarius quinarium. &c.

Δυνάμεις ἀντιποιοῦσιν] Bulialdus legit ἀντιπαίουσιν, contrarietate quadam inter ſe pugnant. & ita pag. 32. Δυνάμεις ſunt totius reales partes, quæ ſunt contrariæ ὀνόμασιν, hoc eſt, denominatoribus. In numero pariter impari partes quantitate & denominatione minime conſpirant, verum ſi par denominatio, impar quantitas, & contra ſi par quantitas, impar denominatio. Quod quidem de parte numerativa duntaxat ſumendum. Verbi gratia in 30. partes numerativæ ſunt. 15.10.6.5.3.2.1. Porro 15, quod in duo æqua dividi non poteſt, quantitate impar, totius vero ſummæ nomine par. Nam à binario numero pari pars ſecunda dicitur. 10 contra quantitate par, at deno-

A minatione impar. Eſt enim tertia pars ſummæ. 6 Similiter quantitate par, denominatione impar. Nam quinta pars dicitur. 5. contra quantitate impar, denominatione par, cum ſit ſexta pars. At binarius par quantitate, impar nomine. Eſt enim decima quinta pars. Denique unitas impar quantitate,
B par nomine. Ergo nulla pars habet ejuſdem generis & nomen & numerum; vel poteſt eſſe utrinque aut par aut impar; ſed cum una parte eſt par, altera eſt impar.

Pag. 30. Ταυτὸν ἀεὶ] Paritati & materiæ annectitur paſſibilitas, cujus pati proprium, & mu-
C tabilitas; imparitati & formæ contra operativa virtus. Quia formæ eſt agere. Item immutabilitas. Numeri autem illi ſunt magis formales, quam materiales. Quod unam patiuntur diviſionem, habent à materia & paritate; quod mox ſiſtitur & finitur diviſio, id imparitatis &
D formæ eſt.

Γεννᾶται δὲ δυάδος] Eorum ortus hoc pacto contingit: Diſponantur impares ab uno ſumpta quidem unitate, ut ſit hæc ſeriei principium. Porro talis ordo eſt numerorum binario invicem diſ-

juncto-

junctorum distantiumque. Nam A impares à se invicem duabus unitatibus disjunguntur. Sic 5 à 3 impare cominus præcedente, & 7 sequente duobus distat. Quare & idem prodit ordo, si ab uno continenti serie unus interstes omittitur numerus, sequente assignato & asscripto. Ut 1 posita sed omisso binario asscribatur 3, B cui, interstite dimisso quaternario, proxime jungatur 5, & ita in reliquis: prout in subscripta 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. Si itaque in ejus seriei singulos ducis binarium, mox exsurgent quique omnes pariter impares, ut uno congeminato binariique dimensum excipiente, surgit protinus C binarius pariter imparium primus, quod si eodem binario 3 multiplicas, prodit 6 secundus pariter impar, & sic deinceps.

Πέμπτοι ἀπ' ἀλλήλων] Pariter impares à binario accipiunt formam, ternarium habent interstitem, quaternario differunt, quinto loco à se distant, ut vi- D dere est in subjecta tabula. Quaternario distant, quatenus major sibi proxime minorem excedit quaternarii excessu. Sic denarius quatuor unitatibus senarium evincit, & 14. dena-

Impares à binarioproducti, sunt pariter impares.

3		5		7		9		11		13		
Numeri naturalis seriei a senario												
6	7 8 9	10	11 12 13	14	15 16 17	18	19 20 21	22	23 24 25	26		
			Numeri pari loco distan	ter tes	impares tri	bus	continue omis	sis	& à se quinto			
6		10		14		18		22		26		
differentiæ 4			4		4		4		4			

rium, & 18. 14. idemque in aliis eveniet. Quinto loco à se distant, sed utroque connumerato. Senario namque in naturali serie numerorum succedit denarius quinto loco, ipso quidem senario numerato primo loco, dein 7, tertio 8, quarto 9, quibus tandem succedit denarius quintum obtinens locum; eoque senarium in nativo numerorum ordine præcedere denarium, à quo quaternario distat, tres item inter senarium & denarium intercipi numeros facile agnoscimus.

Ἐν ἀρτίᾳ ἐκθέσει] Par numerorum pariter imparium continue dispositorum series habet duos medios numeros duas medietates, circum se positorum eorundemque ab ipsis æquidistantium, & quidem ad seriei complementum. Sit series 2. 6. 10. 14. 18. 22. 26. 30. Hæc cum par sit, habet duos medios, nempe 14 & 18. qui coarcervati faciunt 32, cui æquantur circumpositi simul juncti 10 & 22. Item 6 & 26. præterea 2 & 30. eundem numerum restituunt.

Ἐν δὲ περισσῇ] Si series fuerit impar. ut 2. 6. 10. 14. 18 Medius numerus, 10, reddit dimidiam partem circumpositorum

A & simul junctorum. Ut 6 & 14. Item 2 & 18. faciunt 20. numerum duplum 10.

Pag. 31. Ἀντίκειται] In pariter pare sola est minima pars, nimirum unitas, nulli divisioni subjecta. In pariter impare totus & integer numerus duntaxat recipit divisionem. Præterea in
B pariter pare multiplicationis est usus, & quidem in expositione pari & impari. In pariter impare utrinq; additione utendum. Ortus quoque est utriusq; diversus.

Εὐκλείδου ῥητόν] Iterum vapulat sub acutissimo Philisopho Iamblicho Euclides, quod definitione 9. lib. VII. pariter impares
C cum impariter paribus confuderit.

Ὁ δ' αὐτὸς καὶ περισσάρτιός ἐστι,] Hæc & sequentia verba non sunt Euclidis, sed Iamblichi contra illum argumentantis.

Λόγου χάριν] hoc est, *Exempli causa.*

Pag. 32. Τρίτῳ τῶν ἀριθμη-
D τικῶν] Est liber nonus elementorum, cujus duæ definitiones nimirum 33 & 34 hic afferuntur, sed aliter, quam in editis hodie habentur: Nam trigesima tertia hodie his verbis datur. Ἐὰν ἀριθμὸς

θμὸς τὸν ἥμισυν ἔχῃ περιοσὸν, ἀρτιάκις περιοσός ἐςι μόνον. Quæ mihi vera difinitio: Bulialdus non viderat illud μόνον; Iamblichus non modo illud omſit, ſed alia repoſuit. Καὶ περιοσάκις ἄρτιος. Propoſitio 34. Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς μήτε τ̃ ἀπὸ δυάδος (Iamblichus legit μονάδος) διπλασιαζομένων ᾖ, μήτε τὸν ἥμισυν ἔχῃ περιοσὸν, ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐςι, καὶ ἀρτιάκις περιοσός. Iamblichus iterum addit καὶ περιοσάκις ἄρτιος. Credebat Bulialdus lectos Iamblicho Euclidis libros, à noſtris variantes.

Κρᾶμα] mixtura. infra pag. 34. μίγμα. Boethius lib. 1. c. XI. ita definit. *Impariter par numerus eſt ex utriſque confectus & medietatis loco gemina extremitate concluditur, ut qua ab utroque diſcrepet, eadem ad alterum cognatione jungatur.* Impariter par numerus eſt, qui in duo æqua, ſimul & cujus partium nonnullæ dividuntur. Sed hæc ſectio ad uſque unitatem non pertingit. Ut 12 dividitur in 6. & 6. dein 6 in 3 & 3. Sed æqualium diviſio non amplius progreditur; adeo ejus pars duntaxat media in duo æqua diviſa

A eſt. Sic 24 in 12 & 12. 12 in 6 & 6. 6. in 3 & 3. ubi diviſio finitur; ubi & partes partium in duo æqua ſectionem admiſerunt. Quamobrem inter pariter parem & pariter imparem obtinet medium locum, utpote partim cum utriſque conſpirans, partim pugnans; quæ eſt medii natura.
B Dum plures una ſectiones recipit, facit cum pariter pare, & à pariter impare differt, qui unicam ſortitur ſectionem; Dum vero ejus diviſio non pervenit ad unitatem, ſed citra deficit, convenit cum pariter impari & à pariter pari ſe ſegregat.

Λ'ντιπαίσεως τῶν μερῶν ὀνό-
C ματα ὑπὸ τῶν δυνάμεων] Boethius lib. 1. c. 12. vertit. *Vocabulo partium à quantitatis paritate diſcrepare. Vide ſupra pag.* 111.

Δευτέρῳ] Secundo parium genere, hoc eſt, pariter imparium. Ut ſtatim προτέρου pariter parium denotat.

D Pag. 33. Ἀπὸ τριάδος] Nam γένεσις ἀρτιοπερίσσων eſt ex ternario.

Τῷ πρώτῳ τὴν προτέραν ἔκθεσιν] Ortum numerorum impariter parium clarius Boethius reddit.

Naſ-

Naſcuntur tales numeri ita, ut ſubſtantiam naturamque ſuam in ipſa etiam propria generatione deſignent, ex pariter paribus & pariter imparibus procreati. Pariter enim impares cunctis dudum ordinatim poſitis imparibus naſcebantur: pariter vero pares ex duplici progreſſione. Diſponantur igitur omnes in ordinem naturaliter impares, & ſub his a quatuor inchoantes omnes duplices, & ſint hoc modo.

3	5	7	9	11	13
4	8	16	32	64	128

His igitur ita poſitis, ſi primus primi multiplicatione concreſcat, id eſt, ſi quaternarii ternarius: vel ſi idem primus ſecundi, id eſt octonarii ternarius: vel ſi idem primus tertii, id eſt 16 ternarius, & idem uſque ad ultimum. Vel ſi ſecundus primi & ſecundi, vel ſi ſecundus tertii, & eadem uſque ad extremum multiplicatio proferatur; vel ſi tertius à primo inchoans uſque in extremum tranſeat; atque ita quartus & omnes in ordinem ſuperiores multiplicent eos, qui ſub ipſis in diſpoſitione ſunt, omnes impariter pares procreabunt. Hujus rei tale ſumamus exemplum. Si tres quater multiplices, fient 12. Vel ſi 5. quatuor multiplicent, 20 numerus excreſcet. Vel ſi item 7 multiplicent 4. 28 ſuccreſcet, atque hoc uſque in finem. Rurſus ſi 8. multiplicent 3. naſcentur 24. ſi 8 in 5. fiunt 40 ſi in 7. colligentur 56. Atque ad hunc modum ſi omnes inferiores duplices à ſuperioribus multiplicentur, vel ſi ſuperiores eoſdem inferiores multiplicent, cunctos qui nati fuerint

A *impariter pares invenies.* Vide Camerarium pag. 9.

Ὀγδοάδι] Auctores frequentius ὀκτάδα dicunt. Theol. Arith. Τὴν ὀκτάδα πρῶτον ἐνεργείᾳ κύβον. Euſtathius ad Iliad. ψ΄. ὁ τὴν ὀκτάδα δηλαδὴ σημαίνων. Photius in Nicomachi excerptis.
B Ἡ δὲ ὀκτὰς, εἰ καὶ μὴ τοῖς ἴσοις μηδ᾽ ὀγδόῳ μέρει, ἀλλ᾽ οὖν θεὸς αὐτοῖς εἶναι, οὐδ᾽ αὐτὴ τοῦ θρόνου ἀπερρίφη. *Octonarius deinde, & ſi nequaquam tantam laudem ne octava quidem ex parte obtinuit; quando tamen pro Deo hic ipſis eſt, e ſede ſua non excidit.*

C Impariter pares tali ordine procreati octonarii exceſſu invicem diſtant, quo propemodum ſuæ conſpirant origini. Nam ſurgent quaternarii in impares ductu, impares autem cominus ſeſe binario tranſcendunt. Ut 12. 20. 28. 36. 44. 52. Hi primi impariter pares octonario inter ſe diſtant.

D Εἶτ᾽ ἀπ᾽ ἄλλης ἀρχῆς] hoc eſt, ſeries imparium multiplicatorum cum ſequenti duplo, hoc eſt, octonario, deinde ſequentibus 16. 32. &c. facit etiam impariter pares, quod hac deſcriptione manifeſtatur.

Impariter pares

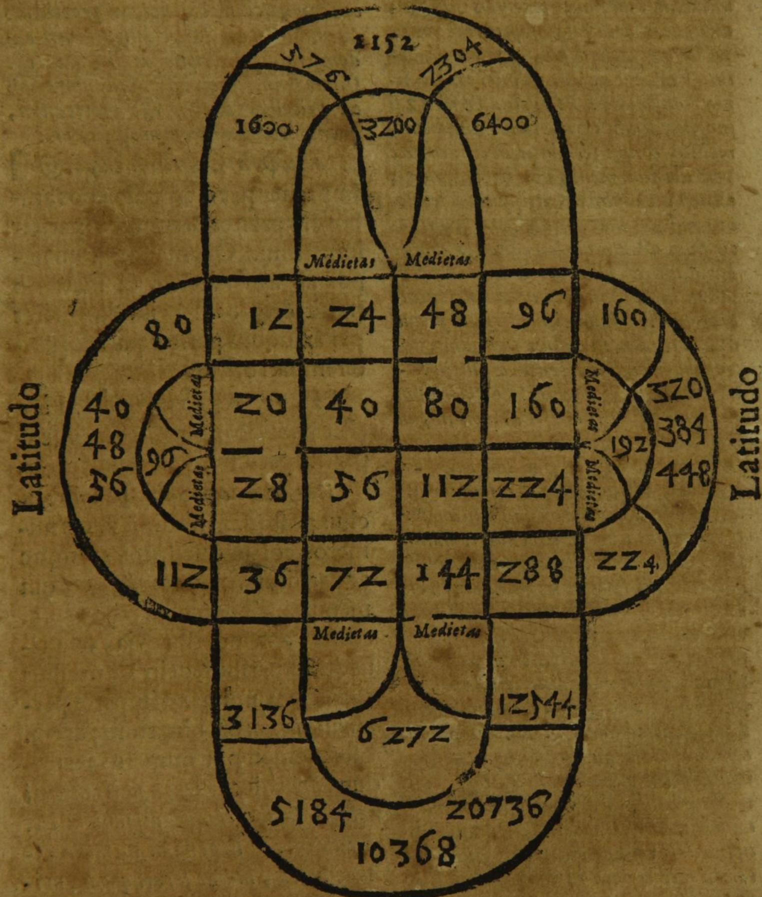
Impares												
11		44			88			176			352	
9		36			72			144			288	
7	Latitudo	28	Primus ordo		56	Secundus ordo		112	Tertius ordo		224	Quartus ordo
5		20			40			80			160	
3		12			24			48			96	
			Longitudo									
		4			8			16			32	

Pariter pares à 4.

Pag. 34. Μίγματι αὐτῶν] Omnia ſequentia apertiſſime explicat Boethius. *Admirabilis eſt hujus numeri forma; quod cum fuerit ipſa diſpoſitio deſcriptioque perſpecta numerorum ad latitudinem pariter imparium, ad longitudinem pariter parium numerorum proprietas invenitur. Sunt enim in latitudinem duabus medietatibus æquales duæ extremitates, vel una medietate duæ duplices extremitates. In longitudinem vero pariter paris numeri item proprietatemque deſignat. Quod enim ſub duabus medietatibus continetur, æquale eſt ei quod ſub extremis conficitur, vel quod ab una me-* A *dietate naſcitur, æquale eſt illi, quod ſub utriuſque extremitatibus continetur. Deſcriptio autem quæ ſuppoſita eſt, hoc modo facta eſt. Quantoſcunque in ordine pariter parium numerorum ternarius multiplicavit, quicunque ex eo procreati ſunt, primo ſunt verſu diſpoſiti. Rurſus qui eoſdem multiplicante quinario nati ſunt, ſecundo loco conſtituti ſunt. Poſt vero quos ſeptenarius cæteros multiplicando procreavit; eoſdem tertio* B *conſcripſimus loco, atque idem reliqua deſcriptionis parte perfecimus.*

In hac formula ſequenti ſimilitudo pariter paris & pariter imparis, ad impariter parem oſtenditur.

Longitudo



Latitudo

Latitudo

Longitudo

Superius igitur digeſtæ deſcriptionis hæc ratio eſt. Si ad latitudinem reſpicias, ubi eſt duorum terminorum una medietas, ipſoſque terminos jungas: duplos eos medietate propria reperies. ut 36 & 20 faciunt 56, quorum medietas eſt 28, qui medius eſt inter eos terminus conſtitutus. Et rurſus 28 & 12 ſi jungas, faciunt 40. quorum 20 medietas, medius eorum terminus invenitur. At vero ubi duas medietates habent, utræq; extremitates junctæ, utriſque medietatibus æquales fiunt. Vt 12 & 36 ſi junxeris fiunt 48. Horum ſi medietates ſibimet applicaveris, id eſt 20 & 28 idem erit. Atque in aliâ parte latitudinis, eodem ordine qui fiant numeri, notati ſunt: neque ulla in re ratio utriuſque latitudinis diſcrepabit, idemque in eodem ordine in cæteris numeris pernotabis. & hoc ſecundum formam pariter imparis numeri fit, in quo hanc proprietatem eſſe ſupra jam ſcriptum eſt. Rurſus ſi ad longitudinem reſpicias, ubi duo termini unam medietatem habent, quod fit ex multiplicatis extremitatibus, hoc fit, ſi medius terminus ſuæ capiat pluralitatis augmenta. Nam duodecies 48 faciunt 576. Medius vero eorum terminus, id eſt 24 ſi multiplicetur, eoſdem rurſus 576 precreabit. Et rurſus ſi 24 in 96 multiplicentur, faciunt 2304. Quorum medius terminus, id eſt 48 ſi in ſemet ipſum ducatur, idem 2304 procreatur. Ubi autem termini duo duas medietates includunt: quod fit multiplicatis extremitatibus, hoc idem redditur in alterutram ſummam medietatibus ductis. Duodecies enim 96 multiplicatis, 1152 procreantur. Duæ vero eorum medietates, id eſt 24 & 48 ſi in ſemet ipſas multiplicentur, eoſdem 1152 A *reſtituent. Atque hoc eſt ad imitationem cognationemque numeri pariter paris, à quo participatione tracta, hæc ei recognoſcitur ingenerata proprietas. Et in alio vero latere longitudinis eadem ratio deſcriptioque notata eſt. Quare manifeſtum eſt, hunc numerum ex prioribus duobus eſſe procreatum, quoniam eorum retinet proprietates.*

Ἀμφοῖν ϛ ὡσανεὶ ἔκγονος] B Impariter par eſt quaſi nepos amborum pariter parium & pariter imparium. Quemadmodum nepos ab avo paterno & materno trahit originem, ita impariter par à duobus pariter pari & pariter impari oritur.

Pag. 35. Ἀριθμητική] Hæc eſt expoſitio numerorum impariter parium, & eorum ortus. C

Περισσοῦ ἀριθμοῦ] Iamblichus poſtquam tradidit pares numeros eorumque ſpecies, nunc aggreditur impares & eorum membra. Theon Smyrnæus c. 5. contra alia poceſſit via, & prius de imparibus, dein de paribus egit. Quia unitas ad impares pertinens præcedit binarium parem. D Eſt autem impar numerus ſecundum Boëthium. *Qui à paris numeri natura ſubſtantiaque diſjunctus eſt. Siquidem ille in gemina membra dividi poteſt, hic ne ſecari queat, unitatis impedit interventus.* Theon

ius

Smyrnæus c. 5. Περισσοὶ δὲ οἱ εἰς ἄνισα διαιρούμενοι, οἷον ὁ ε. ὁ ζ'. *Impares vero, qui in partes inæquales dividuntur, quales numeri 5. & 7.* Unitas, quæ relinquitur ad numeri implendam summam, impedit, ne divisionem ex æquo admittant. Ut si 5. in 2 & 2 dividas, relinquitur unitas, quo integer reddatur quinarius. Cum quo facit Euclides lib. 7. definit. 7. *Impar vero, qui bifariam non dividitur. Vel qui unitate differt à pari.* Vide supra pag. 102. Omnes auctores definitionem petunt à negatione divisionis ex æquo. Psellus ad lib. III. Physic. Διαφέρονται δὲ καὶ ταύτῃ πρὸς τὸν Πλάτωνα οἱ Πυθαγόρειοι, οἱ τὸν ἀριθμὸν οὐχ ἅπαντα ἄπειρον λέγουσιν, ἀλλὰ τὸν ἄρτιον μόνον. Τοῦτον γὰρ εἶναι τῆς εἰς τὰ ἴσα τομῆς αἴτιον, ἥτις ἄπειρος, καὶ τῇ αὐτοῦ φύσει γεννητικὸν ἀπειρίας τὸν ἄρτιον εἶναι, ἐν οἷς ἂν ὑπάρξῃ· περαίνεσθαι δὲ ὑπὸ τοῦ περιττοῦ. Τοῦτον γὰρ κωλύειν τὴν εἰς ἴσα διαίρεσιν, προστιθέμενον τῷ ἀρτίῳ. *Sed & in eo à Platone differunt Pythagorei, qui non omnem numerum infinitum dicunt, sed solum parem. Nam esse causam sectionis in partes æquales, quæ infinita, ac natura quidem sua, quibus inest, infinitatem generare; finiri vero ab impari, quod pari appositus sectionem in æquales partes vetet.* Anonymus in Ptolemæi Tetrabiblum lib. I. Καὶ γὰρ εἰώθασιν οἱ Πυθαγόρειοι λόγον τινὰ λέγειν τοιοῦτον. Ὅτι ὁ ἄρτιος ἀριθμὸς τὸ τμητικὸν ἔχει καὶ παθητικόν, ὁ δὲ περισσὸς τὸ ἄτμητον, καὶ ἀπαθὲς καὶ δραστήριον. Διὸ ὁ μὲν θῆλυς ὀνομάζεται, ὁ δὲ ἄρρην. *Solent etenim Pythagorici sic statuere, numerum parem sectioni atque passioni obnoxium; imparem utriusque expertem atque efficacem. Ideoque ille quidem fœmina ipsis nominatur, hic vero mas.* Porro tres enumerantur ab arithmeticis imparium species. Prima est numerorum primorum & incompositorum, quo in genere sunt 3. 5. 7. & id genus alia. Altera species priori quidem opposita, secundorum est & compositorum. tales 9. 15. 21. Tertia mediam quandam extremorum invicem adversantium sortita naturam, est illorum, qui secundum se & absolute sumpti secundi quidem sunt, sed ad alios collati, primi. ut 9 ad 25. Nam novenarius secundum se quidem

compoſitus; at ad 25 collatus primus & incompoſitus relinquitur. Item quod ſecundum ſe compoſiti ſunt, communicant cum ſecundis, quod cum altero ſolam unitatem partem habent communem, cum primis. Quemadmodum pariter impares ſummum, pariter pares infimum, impariter pares medium locum ſortiebantur: ita quoque primi & incompoſiti ſunt in ſummo limite imparium, ſecundi & compoſiti in infimo; ſed primi & incompoſiti ad alterum, in medio.

Pag. 36 Καὶ σύνθετον] Non ſolum impares, ſed etiam pares dicuntur alias numeri compoſiti. Theon Smyrnæus c. 7. Σύνθετοι δέ εἰσι οἱ πρὸς ἑαυτοὺς οἱ ὑπό τινος ἐλάττονος ἀριθμοῦ μετρούμενοι. ὡς ὁ ϛ′ ὑπὸ δυάδος καὶ τριάδος. Πρὸς ἀλλήλους δὲ σύνθετοι, οἱ κοινῷ ὡτινιοῦν μετρούμενοι, ὡς ὁ η′ καὶ ὁ ϛ′. καὶ ὁ θ′. κοινὸν γὰρ ἔχουσι μέτρον δυάδα καὶ τριάδα. *Compoſiti numeri ſunt, quos numerus ipſis minor metitur, ut ſenarium 3. & 2. Inter ſe vero compoſiti ſunt, qui communem quamlibet habent menſuram, ut 8. 6. 9. Communem enim menſuram habent 8 & 6 binarium, 6 & 9 ternarium.*

A Πρῶτος οὖν καὶ ἀσύνθετος] Eandem definitionem tradidit Theon c. 6. Πρῶτοι μὲν ἁπλῶς καὶ ἀσύνθετοι, οἱ ὑπὸ μηδενὸς μὲν ἀριθμοῦ, ὑπὸ μόνης δὲ μονάδος μετρούμενοι οὕτως. γ. ε. ζ. ια. ιγ. ιζ. ιθ. καὶ οἱ τούτοις ὅμοιοι. Λέγονται δὲ οἱ αὐτοὶ οὗτοι, γραμ-
B μικοὶ, καὶ εὐθυμετρικοὶ, διὰ τὸ καὶ τὰ μήκη καὶ τὰς γραμμὰς κατὰ μίαν διάστασιν θεωρεῖσθαι. Καλοῦνται δὲ καὶ περισσάκις περισσοὶ, ὥστε ὀνομάζεσθαι αὐτοὺς πενταχῶς, πρώτους, ἀσυνθέτους, γραμμικοὺς, εὐθυμετρικοὺς, περισσάκις περισσούς.
C *Primi vero abſolute & incompoſiti ſunt, quos nullus numerus, ſed ſola unitas metitur, quales ſunt 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. Hiſque ſimiles. Dicuntur etiam iſti numeri lineares & Euthymetrici, id eſt in directum metientes, quod longitudines & lineæ ſecundum unum tantum intervallum conſiderentur, impariter quoque im-*
D *pares appellantur. Quintuplici itaque nomine inſigniuntur. Primi, incompoſiti, lineares, Euthymetrici, & impariter pares.*

Ἀπλατής] male Bulialdus cum Regio codice (Illo enim fuit uſus) conſenſit, & ad Theonem

onem ſuum edidit εὐπλατής. quæ vox contrarium indicat. Quia primi conſiderantur ut longitudines & lineæ, ſunt ἀπλατεῖς, & carent latitudine. Euclides. γραμμὴ ἐστι μῆκος ἀπλατές. *Linea eſt longitudo latitudinis expers.* Sextus Empyricus f. 105. Ἡ γραμμὴ μῆκος ἀπλατὲς τυγχάνουσα. & ita pag. 72. σχέσεων πλάσεως ἀπλατῶν. *Formatio habitudinum, quæ latitudine carent*, hoc eſt, numerorum primorum nec compoſitorum.

Μόνον τὸ παρώνυμον αὐτῷ] ſubintellige μέρος. Boethius lib. 1. c. 14. *Qui nullam aliam partem habet, niſi eam, quæ à tota numeri quantitate denominata ſit; ut ipſa pars non ſit niſi unitas, ut ſunt 3. 5. 7. 11. 13. In his ergo ſingulis nulla unquam alia pars invenietur, niſi quæ ab ipſis denominata eſt, & ipſa tantum unitas, ut ſupra jam dictum eſt. In tribus enim una pars ſola eſt, id eſt tertia, quæ à tribus ſcilicet denominata eſt, & ipſa tertia pars, unitas.*

Οὐ αὐτὸς ἔσται πολυπλάσιος] Theon. c. 6. Μόνοι δὲ οὕτως καταμετροῦνται. Τὰ γὰρ τρία οὐκ ἂν ὑπ' ἄλλου καταμετρηθείη ἀριθμοῦ, ὥστε γεννηθῆναι ἐκ τοῦ πολλαπλασιασμοῦ αὐτῶν, ἢ ὑπὸ μόνης μονάδος. *Illos vero ſic metiri poſſumus. Ternarius enim alius numerus præter unitatem ſolam non metietur, ex cujus multiplicatione ternarius generari queat.*

Pag. 37. Ὅτι οὐδὲ συνετέθη ἐκ τοιούτων] Boethius. *Quoniam ex nullis aliis numeris compoſiti ſunt, ſed tantum ex unitatibus in ſemetipſis auctis* [vulgo *acutis*] *multiplicatiſque procreantur. Ter enim unus 3, & quinquies unus quinque, & septies unus 7 fecerunt.* In ſe vero multiplicari totius partes intelliguntur, cum coacervatæ & numero aliquo ſumptæ in unitatem ducuntur, id quod Boethii exemplis conſtat.

Δεύτερος δὲ καὶ σύνθετος] Numerus ſecundus & compoſitus eſt, qui in duo æqua dividi non poteſt, quia impar; Sed quem non ſola unitas ſuo dimenſu attingit & metitur, ut 9. qui non ſola unitate, ſed etiam ternario procreatur. Nam ternarius tertio ſibi acervatus novenarium profert, quod numero primo nequaquam competit. 15 quoque compoſitus, quia

à 3 & 5 multiplicatis invicem procreatur.

Μέρος τε παρὲξ τοῦ παρωνύμου] partes & à se ipso & alieno vocabulo denominatas; quia habet unitatem, quæ quota totius summæ pars sit, ab ipso nomen sumit. Nam unitas cujusque numeri pars est, ab ipsomet denominata: Simul & alius nactus est numerum suam partem, sed quota sit pars, haud quaquam ab eodem denominatur. Quemadmodum 9 unitatem habet & ternarium suas partes numerativas. At ternarius tertia à ternario dicta, unitas ejusdem nona ab ipsomet dicta.

Ἢ ἓν ἢ πλέονα] Ab alieno vocabulo partes interdum plures denominantur: ut in 15. 3 & 5. in 21. 3 & 7. interdum unica, ut in 9 solum ternarius.

Τετραγωνικῶς] ut 25. numerus impar quadratus habet in singulis lateribus 5.

Παραλληλογράμμως] 21. parallelogrammum habet in longitudine 7. in latitudine 3. & ita laterum differentiam.

Καλεῖται δὲ δεύτερος] Boethius. 1. c. 15. *Secundus vocatur hic numerus, quoniam non sola unitate metitur, sed etiam alio numero, à quo scilicet conjunctus. Neque habet in se quicquam principalis intelligentiæ.*

Σύνθετος δὲ] Boethius ibidem. *Compositus autem dicitur, eo quod resolvi potest in eosdem ipsos, à quibus dicitur esse compositus, in eos scilicet, qui compositum numerum metiuntur. Nihil autem quod dissolvi potest, incompositum est; sed omni rerum necessitate compositum.*

Pag. 38. Πρὸς ἄλλο δὲ πρῶτον] Numerus ad alterum primus is est, qui secundum se quidem compositus, sed ad alterum collatus communem utriusque partem solam habet unitatem. Ut 9 ad 25. Nam 9. secundum se quidem compositus, ut quem 3 metiendo restituat, sed idem ad 25 primus. Sola namque unitas utrumque eadem communique mensura restituit.

Ἐὰν δύο τυχόντες περισσοί] Datis duobus numeris, si minorem à majore subtrahas, & iterum minorem à majore, nec desistas, quoadusque incurras unitatem, quæ detractionis ulteriorem impedit progressum, tales numeri sunt ad invicem primi. ut 9 & 25. Nam subducto

ducto novenario à 25, relinquuntur 16; à quibus iterum ſubtracto novenario, relinquuntur 7, quæ ſi ſubtrahantur à novenario, relinquuntur 2. quæ ſi à 7 ſubtrahas, relinquuntur 5, à quibus ſi rurſum duo ſubtrahas, relinquuntur 3. Porro à 3 binario ſubducto manet unitas; quæ à binario adempta, unitatem relinquit, ſed à qua nihil ſubduci poteſt: Quare hi numeri ſunt ad invicem primi. Si vero in tali detractione numerum incurris talem, quæ impediat ſubtractionem, communicantes compoſitiq; ſunt. Ut 9 & 15. Detracto enim novenario à 15 reſtant 6. iiſdem quoque à novem ſubductis relinquuntur 3. quæ ſi ſi à ſenario detrahantur, relinquunt 3, à quibus ternarium non ſubtraxeris. 3 ergo communis utriuſque menſura, proinde compoſiti, &, ut Boethius lib. 1. c. 18 vocat, commenſurabiles.

Pag. 39. ιέ πρὸς λ] 15 ad 30. hos communes numerorum menſura, nimirum quinarius & ternarius metiuntur & habent partes æquivocas, ideo reſpectu mutuo ſecundi dicuntur. Regius & Romanus Codd. habent, ὡς ιέ

A πρὸς λέ, ad 35. & ita lege. Nam 30 non eſt impar.

Ἔφοδον) Vide Camer. ſupra pag. 25.

Κόσκινον) Boethius l. 1. c. 17. *Generatio autem ipſorum atque ortus hujuſmodi inveſtigatione colligitur, quam ſcilicet Eratoſthenes cribrum nominabat, quod cunctis imparibus* B *in medio collocatis per eam quam tradituri ſumus artem, qui primi quive ſecundi, quique tertii generis videantur eſſe, diſtinguitur.* Nam ordinate ſegregantur primi à compoſitis, ut non ab re cribrum vocarit Eratoſthenes; Quemadmodum enim in cribro purum ab impuro, ſubtile à craſſo, com- C poſitum à ſimplice, ita expoſitis à ternario quam plurimis, & omiſſo uno inter binos medio, velut è cribro ejecto, inveniuntur primi. Vide Camerarium pag. 9. 10. 11. Iambl. infra pag. 42. Οἱ δὲ παραλειπόμενοι, ὥσπερ τὰ διὰ κοσκίνου ἔκβολα πρῶ- D τοι καὶ ἀσύνθετοι. *Prætermiſſi vero, tanquam qui per cribrum rejiciuntur, ſunt primi & incompoſiti.*

Τῷ πρώτῳ πειρόμενος] Qui incipit à primo impare nimirum 3. poteſt ternario metiri omnes impares duobus præteritis in infi-

nitum ſequentes, ut 9 (omiſſis 5 & 7) 15 (omiſſis 11 & 13) 21. 27. 33. 39 &c.

Pag. 40. Τῷ δευτέρῳ] Secundus impar à ternario eſt quinarius; ille menſurat plene impares quatuor prætereuntes, ut 15 (qui quatuor relinquebat ut 7. 9. 11. 13) 25. 35. 45. &c.

Τρίτῳ) eſt ſeptenarius, qui in menſurando ſex impares relinquit, ut 9. 11. 13. 15. 17. 19 antequam metiatur 21. ſic 35. 49. 63. 77. qui à ſeptenario menſurantur, relinquunt ſex impares.

Τετάρτῳ) eſt novenarius, qui octo omiſſis imparibus, ut 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. metitur 27. dein 45. 63. 81. 99. &c. qui omnes octo impares omittunt.

Τρίτους) Novenarius menſuratur à 3, à quo eſt in ordine tertius impar.

Secundum tertii magnitudinem] eſt ſepties. Nam 21 tertius impar, qui menſurari poteſt, facit ter ſepties.

Καὶ τοῦτο διʼ ὅλου] nimirum ternarius omnes duobus intermiſſis imparibus ſequentes metitur, ſecundum quantitatem imparium ordine poſitorum.

A Μεταλαβών] *qui in his uno relicto alterum capit.* Ut quinarius relicto novenario, qui menſurari à ternario poterat, 15. metitur.

Pag. 41. *Apud unitatem*] Quam menſuram omnes numeri communem habent, utpote omnium matrem & procreatricem.

B Γνωμόνων] Memm. γνωρίμων.

Προμήκης] Omnes reſpectu ſecundi ſunt προμήκεις ut 15. 21. 27. 35. Habent enim latera inæqualia, quorum unum alterum binario & quaternario & ſenario ſuperat. ut 15 ex 3 &
C 5. 21 ex 7. & 3. &c.

Κατὰ περισσῶν ἔκθεσιν] ut 3 menſurat 9 ſecundum expoſitionem imparium, nimirum ter. Sed ſecundum intermiſſionem parium, hoc eſt duorum, qui ſunt 5 & 7. Sic 5 menſurat impariter 15 nimirum ter, ſed ſecundum intermiſſionem quatuor, quippe
D 7. 9. 11. 13. fuerunt omiſſi.

Pag. 43. Τῷ διαστήματι, φθόγγῳ] Διάστημα (Theon Smyrnæus c. 3. de muſica) δέ φησιν εἶναι φθόγγων τὴν πρὸς ἀλλήλους ποιὰν σχέσιν. *Intervallum autem definiunt, ſonorum inter ſe*

quan-

quandam diſpoſitionem. ibidem c.2. A Θράσυλλος τοίνυν περὶ τῆς ἐν ὀργάνῳ αἰσθητῆς λέγων ἁρμονίας, φθόγγον φησὶν εἶναι φωνῆς ἐναρμονίου τάσιν. *Thraſyllus ſane de Harmonia in organis ſenſibili diſputando, definit ſonum vocis enharmonica tenſionem.*

Ἀναλογία, λόγος] Quia B proportio eſt rationum compoſitio. Vel ut Euclides lib. 5. defin. 4. Ἀναλογία δέ ἐστιν, ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης. *Proportio eſt rationum ſimilitudo.* defin. 3. Λόγος ἐστι δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις. *Ratio eſt duarum ma-* C *gnitudinum ejuſdem generis ſecundum quantitatem mutua habitudo.*

Τοῦ ἀρτίου ἀριθμοῦ] exponit ſecundam partitionem numerorum parium, eoſque dicit eſſe ultra quam perfectos, imperfectos, perfectos. Quæ ſectio quoniam nequaquam poteſt competere im- D paribus, ideo dicit auctor: ἀπηλλαγμένου τῆς πρὸς τὸν περισσὸν κἀνταῦθα ἐπιπλοκῆς. Nam inter impares nullus omnino perfectus, quia ſenario & octonario omnes perfectus terminatur, & ex paris in imparem ductu procreatur. Pare autem in imparem multiplicato, par oritur neceſſario. Numerus perfectus æquitatem obſervat, & partium ad totam ſummam, & totius ſummæ ad partes. Nam partes numeratiuæ in unum addacti ſic ſummæ æquantur, ut ne ipſam quidem excedant, neque ab eadem deficiant. ut 6. in 3. 2. 1. Cæterum numeri diminuti & abundantes inæquitatem obſervant, hi majorem, illi minorem. Nam abundantium partes in unum collectæ totius ſummam ſuperant. ut 12. in 6. 4. 3. 2. 1. quæ conficiunt 16, ſummam majorem duodenario. Diminutorum vero partes contra ad corporis proprii modum atque ſummam non perveniunt. Neque enim in unum adactæ collectæque ſummam implent, ſed parte aliqua ab eadem exceduntur. Unde recte concludit Iamblichus numerum perfectum medium obtinere locum inter abundantem & diminutum.

Ὑπερτελὴς μὲν] ita & Theon. c. 32. Ὑπερτέλειοι δέ εἰσιν, ὧν τὰ μέρη συντεθέντα μείζονά ἐστι τῶν ὅλων. Οἷον τὸ ιβ. Τούτου γὰρ

ἥμισυ ἐστὶ ϛ΄. Τρίτον δ΄. τέταρτον γ. ἕκτον β. δωδέκατον α. ἅτινα συντεθέντα γίνεται ιϛ. καὶ ἐστὶ μείζων τοῦ ἐξ ἀρχῆς. *Abundantes vero sunt, quorum partes additæ majores sunt totis, velut 12. illius enim semissis est 6. triens 4. quadrans 3. sextans 2. uncia 1. quæ simul additæ majorem numerum exhibent illo, qui in principio propositus erat.*

Ὡς εἴ τινι πλέονες δάκτυλοι ἐν μιᾷ χειρί] Boethius. *Prior ille, quem suæ partes superant, talis videatur; tanquam si quis multis super naturam manibus natus, ut centimanus Gigas; vel triplici conjunctus corpore, ut Gerion tergeminus, vel quicquid unquam monstrosum natura in multiplicatione partium surripuit.* Quoties voluit natura jocari, protulit in lucem partus à recta & solita secundum speciem dispositione degenerantes, non modo quibus deessent, verum etiam abundarent membra: Non enim modo deficiunt quoad numerum & qualitatem partium & membrorum nascendique tempus; sed etiam exceditur quantitas propric totius aut alicujus membri, tempus protelatur, & forma, dispositio ac ordo peccant excessu. 4 Æneid. *Monstrum hor-*

A *rendum, ingens: cui quot sunt corpore plumæ, Tot vigiles oculi subter (mirabile dictu) Tot linguæ, totidem ora sonant, tot subrigit aures.* medii & perfecti auctoribus dicuntur *suis numeris compositi* partus: hinc non modo vitiorum, sed etiam virtutum monstra sunt missa in posteritatem. Ut illa in-

B fra humanam naturam se malitia depresserunt, ita hæc supra eandem mentis divinitate se erexerunt. Cicero 1. divin. c. 42. Monstra credebat dici, quia monstrarent & portenderent. Non vero semper futura ostendunt; ergo quod monstrentur digitis, tanquam insolitum quid.

C Ἐλλιπές] Theon. c. 32. Ἐλλιπεῖς δέ εἰσιν, ὧν τὰ μέρη συντεθέντα, ἐλάττονα ποιεῖ τὸν ἀριθμὸν τοῦ ἐξ ἀρχῆς προτεθέντος ἀριθμοῦ. οἷον τῶν η. Τούτου γὰρ ἥμισυ δ. τέταρτον β. ὄγδοον ά. *Deficientes vero sunt, quorum partes simul additæ minorem numerum*

D *colligunt eo; qui ab initio propositus est, velut* 8. *cujus semissis* 4. *quadrans* 2. *octava pars* 1.

Pag. 44. Συμπλήρωσιν] ita Reg. sed Memm. πλήρωσιν.

Πλεονεκτούμενος] Boethius 1. c. 19. *Illos autem veluti paupertate*

tate inopes oppressasque quadam natura sua inopia, minor, quam ipsi sunt, partium summa componit.

Ἄγλωσσος] Boeth. ibid. *Ille vero, ut si naturaliter quadam necessaria parte detracta, aut minus oculo nasceretur; ut* Cyclopeæ *frontis dedecus fuit, vel quo alio curtatus membro, naturale totius suæ plenitudinis dispendium sortiretur.* 3. Æn. *Monstrum informe, ingens, cui lumen ademptum.* ibidem *Quod torva solum sub fronte latebat.*

Τέλειον] Perfectus numerius, ait Boethius, *nec supervacua progressione porrigitur, nec contracta rursus diminutione remittitur, sed medietatis obtinens terminum, suis æquus partibus, nec crassatur abundantiâ, nec eget inopiâ.* Theon. Καὶ τέλειοι μέν εἰσιν, οἱ τοῖς αὐτῶν μέρεσιν ἴσοι, ὡς ὁ ϛʹ. Μέρη γὰρ αὐτοῦ ἥμισυ γ. τρίτον β. ἕκτον α. ἅτινα συντιθέμενα ποιεῖ τὸν ἕκτον. *Et perfecti quidem sunt, qui partibus suis sunt æquales, veluti* 6. *Partes enim ipsius sunt semissis* 3. *triens* 2. *Sextans* 1. *Quæ compositæ & additæ colligunt.* 6. Convenit hic inter auctorem & Euclidem lib. 7. definit. 22. Τέλειος ἀριθμός ἐστιν, ὁ τοῖς αὐτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν. *Perfectus numerus est, qui suis parti-* A *bus est æqualis.* Proprie ergo senarius numerorum intra denarium dicitur perfectus. Censorinus cap. XI. *Nec immerito senarius fundamentum gignendi est. Nam eum* τέλειον *Græci, nos perfectum vocamus, quod ejus partes tres, sexta, & tertia & dimidia, id est unus, & duo, & tres, eundem ipsum per-* B *ficiunt.* Philo de mundi opificio. Τοῖς γενομένοις ἔδει τάξεως· τάξει δ' ἀριθμὸς οἰκεῖον· ἀριθμῶν δὲ φύσεως νόμοις γεννητικώτατος ὁ ἕξ. Τῶν τε γὰρ ἀπὸ μονάδος πρῶτος τέλειός ἐστιν, ἰσούμενος τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσι, καὶ συμπληρούμενος ἐξ αὐτῶν ἡμίσους μὲν C τριάδος, τρίτου δὲ δυάδος, ἕκτου δὲ μονάδος, καὶ ὡς ἔπος εἰπεῖν, ἄῤῥην τε καὶ θῆλυς πέφυκε, κἀκ τῆς ἑκατέρου δυνάμεως ἥρμοσται. *Rebus, quæ creabantur, opus erat ordine; ordini autem numerus est proprius. Inter numeros vero, lege naturæ, aptissimus generationi senarius. Nam post unitatem primus est per-* D *fectus, & suis partibus æquatus, atque ex iisdem compositus; è dimidio quidem ternario; tertia vero parte binario: uti sexta, unitate, & ut ita dicam, mas simul & fœmina existit. Atque ex viribus utriusque est concinnatus.*

Cassi-

Cassiodorus Var. lib. 1. ep. 10. A *Senarium vero, quem non immerito perfectum docta antiquitas definivit, Unciæ, qui mensuræ primus gradus est, appellatione signavit.* & lib. de amicitia. *Senarius numerus perfectus, constans ex partibus suis. Si enim conjunxeris unum, duo, tria, perfectum habebis senarium.* Senarius itaque perfectus dictus ob B partium cum toto convenientiam; sed alii numeri alias ob caussas dicti perfecti. Ut ternarius, cujus rationem reddit Plutarchus, quod principium, medium & finem habeat: Symposiac. l. 9. quæst. 3. Καὶ μὴν ὁ πάντων ἀριθμῶν πρῶτος τέλειος ἡ μὲν τριὰς, ὡς ἀρχὴν, καὶ μέσον ἔχουσα, καὶ τέλος. *Et omnium numerorum primus perfectus est quidem ternarius, ut qui habeat principium, medium & finem.* Martianus Capella. *Trias vero princeps imparium numerorum perfectusque censendus est. Nam prior initium, medium, finemque sortitur: & centrum medietatis ad initium finemque in-* D *terstitiorum æqualitate componit.* item *quaternarius.* Ioannes Protospatharius ad Hesiodi dies. V. 797. Τελεία ἄρα ἡ τετρὰς, καὶ ἀξία τιμᾶσθαι. Ἐτιμᾶτο δὲ καὶ παρὰ τοῖς Πυθαγορείοις. *Perfectus itaque quaternarius, atque dignus honorari. ideoque honorabatur à Pythagoricis.* Vide & Grævium ad illum locum; sed Nicomachum ejus Gergasenum (ut non semel indigetat) nec esse nec fuisse in rerum natura crede. Vocarunt autem perfectum quaternarium, quia esset primus quadratus, & ipsum denarium gigneret: Præterea etiam *septenarius* perfectionis laude celebris. Alexander Aphrodisæus probl. l. 11. quæst 47. Ὁ ἑπτὰ ἀριθμὸς τέλειός ἐστι τῇ φύσει, ὡς μαρτυρεῖ Πυθαγόρας, καὶ οἱ ἀριθμητικοὶ καὶ οἱ μουσικοί. C *Numerus septenarius est perfectus natura, ut testatur Pythagoras, & arithmetici & musici.* Rationes afferuntur à græcis; quia Deus mundum septem astris regit. homo septem formatur mensibus. septimo mense dentes prodeunt. septimo anno ejiciuntur; bis septimo idem pubescit, ter septimo vir fit. Morbi quoque septenario judicantur; luna eodem formatur, mensis per septenarios constituitur: vocales etiam septem existunt. A Christianis: quia rerum opifex septimo die cessavit ab opere. Item *Octonarius* perfe-

ctus

ctus, quia primus cubus est, & A
corpoream soliditatem efficit.
Item Novenarius. Martianus. *Enneas
quoque perfecta est, & perfector di-
citur, quoniam ex triade perfecta,
forma ejus multiplicata, perficitur.*
Hinc Magi apud Senecam epist.
58. *Qui forte Athenis erant, immo-
laverunt defuncto* Platoni, *ampli-
oris fuisse sortis, quam humanæ rati,* B
*quia consummasset perfectissimum
numerum, quem novem novies mul-
tiplicata componunt.* Plato decessit
suo natali, & annum unum at-
que octogesimum implevit sine
ulla deductione. *Denarius* quo-
que perfectus. Theon Smyr. c. 32.
Τὸ αὐτὸ δὲ καὶ τῷ ι. συμβέβη-
κεν, ὃν καθ' ἕτερον λόγον τέλειον C
ἔφασαν οἱ Πυθαγορικοὶ, περὶ οὗ
κατὰ τὴν οἰκείαν χώραν ἀποδώσο-
μεν. *Denarii numeri eadem est sors,
quem perfectum alia ratione dixerunt
Pythagorici, de quo suo loco agemus.*
locum credo esse cap. 49. de Mu-
sica. Ἡ μέντοι δεκὰς πάντα D
περαίνει τὸν ἀριθμὸν, ἐμπεριέ-
χουσα πᾶσαν φύσιν ἐντὸς [αὐ-
τῆς] ἀρτίου τε καὶ περιττοῦ, κινου-
μένου τε καὶ ἀκινήτου, ἀγαθοῦ τε καὶ
κακοῦ. *Decas omnem claudit & de-
finit numerum, ambitu suo com-
prehendens naturam omnem paris &
imparis, mobilis & immobilis, boni
& mali.* Philoponus de anima
lib. 1. Τέλειος γὰρ ἀριθμὸς
ὁ δέκα. Περιέχει γὰρ πάντα τὸν
ἀριθμὸν ἐν ἑαυτῷ. Οἱ γὰρ μετὰ
τὴν δεκάδα εἰς τοὺς ἀπὸ μονάδος
πάλιν ἀνακάμπτουσι. *Perfectus
enim numerus est denarius; quippe
omnem in se numerum comprehendit.
Postquam enim ad denarium perve-
nerunt, ad eos numeros, qui sequun-
tur unitatem, recurrunt.*

Μετριότητάς τινας καὶ μεσότη-
τας] supra pag. 20. Ἐπεὶ καὶ ἡ
δικαιοσύνη καὶ ἄλλαι ἀρεταὶ με-
σότητες τούτων. *Quia justitia ali-
æque virtutes sunt medietates illorum*
excessuum & defectum. Defi-
nivit ita & Cicero in Bruto c. 40.
*Cum omnis virtus, ut vestra, Brute,
vetus Academia dixit, mediocritas.*
Ipsum quin etiam summum bo-
num apud Platonem in fine Philebi
Socrates inferebat esse, πρῶτον μέν
πη περὶ μέτρον καὶ τὸ μέτριον καὶ
καίριον &c. Δεύτερον μὴν περὶ
τὸ σύμμετρον καὶ καλὸν καὶ τέλεον, καὶ
ἱκανόν. Quia senarius est æqualis
suis partibus, æqualitatis au-
tem, quod statim tradetur, ratio
est uniusmodi & simplex, cum

inæqualia ſint infinita; aſſumi- A tur ad demonſtrationem recti, veri, juſti, honeſti, pulchritudinis, laudis, virtutis, integritatis, amicitiæ, tanquam normæ exemplum & perfecti numeri, circumſtantibus ſuperfluis & diminutis; in quibus ſunt turpia, falſa, prava, deformitas, vitium, dedecus, morbi, odia. B Cæterum cum virtus ſit fugere vitium, & cum vitiis e diametro pugnet, eſt media inter illa per modum non participandi, ſed privandi. Liberalitas eſt virtus, non quia prodigalitati largiendo, & avaritiæ accipiendo conſentit; ſed quia cum prodigalitate accipiendo, & avaritia lar- C giendo rixatur. Vide Grotium lib. I. de I. b. & p.

Pag. 45. Τελείυ διὰ τὸ τοιῦτον ἡ σπανιότης] Boeth. 20. *Eſt autem in his quoque magna ſimilitudo virtutis & vitii. Perfectos enim numeros raro invenies, eoſque facile numerabiles, quippe qui pauci ſunt, nimis conſtanti ordine procre-* D *ati. At vero ſuperfluos ac diminutos longe multos infinitoſque reperies, nullis ordinibus paſſim inordinateque diſpoſitos, & à nullo certo fine generatos.*

Πολύχυ ἐντ῀ος κακῦ] Notum Sapientis. Οἱ πλεῖςοι κακοί. Plures mali. Iuvenalis Sat. 13. v. 27. *Rari quippe boni: numerus vix eſt totidem, quot Thebarum portæ, vel divitis oſtia Nili.* Πολύχον eſt varium, multiplex, cum bonum ſit ſimplex, unum. ibidem. v. 236. *Mobilis & varia eſt ferme natura malorum.*

Pag. 46. Ἐν πρώτῳ βαθμῷ μυριάδων] in primo μυριάδων gradu non eſt numerus perfectus, ſed in ſecundo, nimirum 130816.

Κατὰ μέρ῀ος] h. e. *alternatim* perfecti numeri terminantur & & definiuntur 6 & 8. Nam 6 primus eſt. 28 ſecundus, iſque octonario terminatus. 496 tertius: 6. 8128 quartus. qui rurſum finitur octonario. Idemque in reliquis perfectis facillime deprehenditur.

Ἀπὸ μονάδων ἀνάλογον διπλασίυς] diſpoſita ſerie pariter parium ab unitate precedentibus ſequentes coacervandi ſunt, & ſi exſurgat impar primus, ille ducendus in coacervatorum maximum, & qui exſurgit, perfectus dicitur. Verbi gratia 1. 2. faciunt primum imparem. 3. qui à maxi-

mo

Pariter pares	Impares ex coacervatione producti.	Perfecti.
1 2	3	6
4	7	28
8	15	¶
16	31	496
32	63	¶
64	127	8128
128	255	¶
256	511	130816
512	1023	¶
1024	2047	2096128
2048	4095	¶
4096	8191	33550336

A mo coacervatorum, hoc est, binario productus facit senarium perfectum. dein 1. 2. 4. facit primum & incompositum 7. qui à maximo 4 multiplicatus gignit 28. Si vero in tali coacervatione incurramus compositum imparem, ille transeundus est, tanquam ineptus. ut. 1. 2. 4. 8.
B ex horum additione procreatur compositus impar 15. ad perfecti productionem ineptus, ideoque prætereundus. Rursus 1. 2. 4. 8. 16. acervati faciunt imparem primum 31. qui cum ultimo 16 multiplicatus facit perfectum 496. In subjecta figura soli impares, 1. & 7 terminati, apti sunt & primi in-
C veniuntur. Similiter pariter pares, qui 4 & 6 termininantur, apti; qui vero 2 & 8, inepti.

Pag. 47. Πρῶτον ἑτερομήκη] Senarius est primus altera parte longior actu: binarius sola δυνάμει.

Γάμον] Clemens Strom. VI. Οἵ τε Πυθαγόρειοι ἐντεῦθεν,
D οἶμαι, ἀπὸ τῆς τοῦ κόσμου κατὰ τὸν προφήτην γενέσεως, τὸν ἓξ ἀριθμὸν τέλειον νομίζουσι, καὶ καλοῦσι τοῦτον καὶ γάμον. Ὡς γὰρ ὁ γάμος ἐξ ἄρρενος καὶ θηλείας γεννᾷ, οὕτως ὁ ἓξ ἐκ περιττοῦ μὲν τοῦ τρία, ἄρρενος ἀριθμοῦ λεγομένου,

μένου, ἀρτίου δὲ τοῦ δύο, θήλεος νομιζομένου, γεννᾶται. Δὶς γὰρ τὰ τρία γίνεται ὁ ἕξ. *Et Pythagorei hinc, arbitror, à mundi ortu, juxta Prophetam, numerum senarium perfectum existimant, eumque etiam Matrimonium apellant. Uti enim matrimonium generat ex masculo & fœmina; sic senarius ex ternario quidem impare, qui mas dicitur, & binario item pare, qui existimatur fœmina, generatur. Nam bis tria fiunt sex.* Plutarchus lib. de animæ procreatione. Καὶ ἔστιν ὁ μὲν ἓξ ἀριθμὸς τέλειος, ἴσος ὢν ἑαυτοῦ μέρεσι, καὶ γάμος καλεῖται, διὰ τὴν τοῦ πρώτου ἀρτίου καὶ περιττοῦ σύμμιξιν. *Ac senarius quidem numerus est perfectus, suis partibus æqualis existens: diciturque Matrimonium, propter primi paris & imparis mixtionem.* Ob eandem causam dictus ψυχοποιὸς. ζυγία. Ἀφροδίτη. & Veneri sacer fuit. Quinarius præterea, ternarius. binarius quisque per similitudinem vocatus à Pythagoreis γάμος.

Ὑγίειαν] auctores ὑγείαν posuerunt. Lucianus pro lapsu inter salutandum admisso. Καὶ τό γε τριπλοῦν αὐτοῖς τρίγωνον, τὸ δι᾽ ἀλλήλων τὸ πεντάγραμμον, ᾧ συμβόλῳ πρὸς τοὺς ὁμοδόξους ἐχρῶντο, Ὑγεία πρὸς αὐτῶν ὠνομάζετο. *Præterea & triplex illorum triangulus, qui alternatim inter se junctus quinquelinearem figuram constituit, quo tanquam symbolo ad sodales suæ sectæ utebantur, Valetudo ab iis nominabatur.*

Κάλλος] Nulla pulchritudo est sine mensura, integritate, sanitate, amore; quæ omnia quum sint in numero perfecto, ipse pulchritudo dicitur, & in Theologumenis Arithmeticis Ἀφροδίτη. Pulcherrima enim Dearum Venus, & mater pulchritudinis.

Φιλίαν] Omnia pulchra, venusta, sana, integra, proportionalia amantur; imo amor matrimonii causa. Photius in excerptis suis è Nicomacho. Ἀλλὰ καὶ ζυγῖτις, καὶ φιλοτησία, καὶ Εἰρήνη, καὶ Φιλία. *Senarius ab illo dicitur jugalis etiam, & Illecebra, & Pax & Amicitia.*

Φίλους ἀριθμοὺς] Ut unitatem & octonarium Pythagorici dixerunt φιλίαν.

Προσοικειοῦν] Metaphorice est

eſt aſſimilare; proprie unius ædes alterius conjungere. In aureis Carm. Pythag. Δύναμις γὰρ ἀνάγκης ἐγγύθι ναίει. *Potentia enim & neceſſitas prope ſe invicem habitant*. hoc eſt, ſunt proportionales.

Ἀρετὰς καὶ ἀστείας ἕξεις] Quia ipſa virtus nihil eſt, niſi habitus.

284 & 220] pro communi menſura habent quaternarium.

Pag. 48. Ἕτερος ἐγώ] Ita amicum quoque Ariſtoteles in Ethicis definivit. Ἔστι δὲ φίλος ἄλλος αὐτός. *Amicus eſt alter ipſe*. Alia definitio eſt in ejus vita apud Laertium Ἐρωτηθεὶς τί ἐστι φίλος, ἔφη. Μία ψυχὴ δύο σώμασιν ἐνοικοῦσα. *Interrogatus quid ſit amicus: Una (inquit) anima in duobus corporibus habitans.* Ibidem. Τήν τε φιλίαν ὡρίζετο ἰσότητα εὐνοίας ἀντίστροφον. *Amicitiam æqualitatem eſſe definivit reciprocæ benevolentiæ.* Stoici in Zenone. Τὴν φιλίαν φασὶ αὐτοῖς κοινωνίαν τινὰ εἶναι τῶν κατὰ τὸν βίον, χρωμένων ἡμῶν τοῖς φίλοις ὡς ἑαυτοῖς. *Amicitiam ſocietatem quandam eſſe dicunt omnium, quæ ſunt ad vitam neceſſaria, quum amicis ut nobis ipſis utamur.*

A Cæterum ſacræ etiam literæ amicum, uxorem, filium, cognatum vocant ſecundum. Eccleſiaſt. c. 4. v. 8. *Unus eſt & ſecundum non habet.* Galli. Un ſeconde.

Δείκνυται] Oſtenditur hoc à Photio in excerptis e Nicomacho. Ἡ δὲ δυὰς ἐκ συνθέσεως τε καὶ
B κατακεράσεως μόνη ἶσον ποιεῖ, διὸ καὶ ἴση *Quia binarius ex compoſitione atque permixtione ſolus æqualitatem* (Inter inæquales, ut Dominum & ſervum, non eſt amicitia) *efficit; quare etiam æqualis eſt.*

Πῶς γὰρ οὐκ] Rationem hujus tranſitus reddit Boethius l. 2.
C c. 4. *Amat enim quodammodo matheſeos ſpeculatio alterna probationum ratione conſtitui.* Quod omnes numeros reſpectu carentes non continue ſed per intervallum tradat auctor, docet factum ob doctrinæ utilitatem. διὰ τὸ χρήσιμον τῆς διδασκαλίας. pag. 79.

D Pag. 49. Ἰσότης ἐστὶ καὶ ἀνισότης] Quemadmodum qualitas alteri collata ſimilis dicitur atque diſſimilis; ita quantitas ad aliam relata, eſt proprie æqualis & inæqualis.

Ἄσχετός ἐστιν] hoc eſt, non

habet diversam habitudinem æqualitas respectu ejus, cui æqualis est. Nam ut Boethius c. 21. *Nullus dicere potest; quod æqualitatis hoc quidem tale est, illud vero hujusmodi. Omnis enim æqualitas unam servat in propria moderatione mensuram.*

Εἰς τὸ μεῖζον ϗ τὸ ἔλαττον] Excessus & defectus sunt in discreta & continua quantitate: in numeris deprehenduntur unitate. Nam qui plures unitates habet, excedere dicitur, qui pauciores, deficere: Et in magnitudinibus excessus atque defectus maxime per minimam quantitatis mensuram deprehenduntur. Quæ enim pluries minimam admittit quantitas, illa major est, quæ eandem minore numero admittit. Ita bicubitum cubito majus esse agnoscitur, & denarius major octonario. At binarius binario æqualis, cum utrinque sint duæ unitates; & cubitus cubito, pes pedi. Cum autem æqualitas majus & minus non admittat, omnisque divisio sit diversitas, ac differentia inter excedens & excessum (nam divisio sine alteritate non est: sed alteritas inter unum & alterum) æqualitas suapte natura indivisa

A est. Primo, quia æqualitas sua moderatione habet tantum unicam mensuram. Mensura enim numerorum est eorundem discretio: est autem in æqualibus numeris eadem consimilisque discretio. Ut binarium & binarium unitas ex æquo bis repetita discernit, estque bina unitatis

B repetitio, utriusque eadem mensura atque discretio. Et universaliter in æqualibus numeris non invenies, quod unum mensuret altero ab eodem non mensurato; adde & id secundum idem fieri. Nam 8 & 8. 1. 2. 4, ex æquo metiuntur: Quaternarius quidem secundo repetitus, 2 quarto, &

C unitas octavo. Secundo, quia ἀνθυπακούει τὸ αὐτὸ ὄνομα. Æqualitas æqualium est, & quæ ejusdem denominationis sortiantur rationem: Nam utrumque est æquale; itaque æquale æquiparantiæ dicitur, quod relativum & suum correlativum ejusdem sint nominis. Nam æquale

D ad æquale refertur, & utrumque coincidit. Quare non est rationis in æqualitate alteritas, multo minus rei: Cum vero nec rei nec nominis sit alteritas, constat æqualitatem suapte natura esse indivisam.

Τὸ μεῖζον τῷ ἐλάττονι] Ita Regius. Sed Memm. Cod. τῷ ἔλαττον. Tanquam ἔλαττον esset indeclinabile, ut statim, τῷ μὲν ἴσον. Sic omnes Codd.

Ἑτερωνύμως] Inæquale alteritatem admittit, hanc diversa subsequitur denominatio. Quodcunque inæqualitatis subit rationem, admittit excessum & defectum, qui ubi inveniuntur, illic & majus & minus. Sed majus & minus invicem discreta sunt atque divisa, ideoque dividunt ipsam inæqualitatem; propterea una inæqualitas major, altera minor dicitur. Majus autem & minus contraria sibimet denominatione fungi, sic colligitur. Unumquodque à correlativo suam accipit denominationem, & mutua sibi donant nomina, quæ ad aliquid dicuntur. Pater sic dicitur, qui habet filium, & filius qui patrem. Ita quoque majus, quod sit minore majus; itidem minus, quod majore minus: Aufer minus, nihil dicetur majus: Tolle majus, nihil dicetur minus. At majus & minus opposita. Quare etiam contraria denominatione funguntur; ita minoris à majore sumitur denominatio, & majoris à minore.

Διδάσκαλος] *Præceptor* habet correlatum *discipulum*. In æqualitate, amicus amico erat amicus, vicinus vicino vicinus, & non signabantur alio vocabulo, quam ipsi, quibus compararentur. In inæqualitate contra: ut discens & docens, cædens & vapulans, Pater & Filius.

Pag. 50. Πέντε σχέσεις] Boethius vocat *partes*. hoc est, species majoris inæqualitatis, quarum tres sunt simplices; nimirum multiplex, superparticularis & superpartiens: duæ vero compositæ, scilicet multiplex superparticularis & multiplex superpartiens. Minoris, quia illud relative majori opponitur, totidem sunt modi, & enumerantur sola addita præpositione *Sub*. Divisio in hanc formulam redigitur.

Inæqualitas.

Major.	Minor.
Multiplex.	Submultiplex.
Superparticularis.	Subsuperparticularis.
Superpartiens.	Subsuperpartiens.
Multiplex superparticularis.	Multiplex subsuperparticularis.
Multiplex superpartiens.	Multiplex subsuperpartiens.

Harum specierum prima & perfectissima est multiplex: secundum locum obtinet superparticularis, infimo loco, sed tamen

tamen inter simplices, superpartiens.

Μετὰ τῆς Ὑπὸ προθέσεως] Hæc præpositio declarat, minoris modos sese relative habere ad species majoris inæqualitatis.

Προλόγους] πρόλογος q.d. præcedens ratio, quæ majoris est numeri ad minorem. ut 4. ad 2. λόγος est διπλάσιος. 4 est διπλάσιος, & πρόλογος princeps numerus. 2 est ὑποδιπλάσιος, & ὑπόλογος, q. d. sequens ratio. Boethius lib 1. c. 24. *Voco autem majores numeros duces, minores comites.* Camerarius pag. 24.

Pag. 51. Λόγος ἕτερος] Cum duo termini convertuntur, intervallum quidem manet idem, sed ratio mutatur. Ut 3 ad 5 habet idem intervallum, ac 5 ad 3. Sed rationem diversam. Eadem vero ratione manente mutatur intervallum : ut 3 ad 5 habet eandem rationem, quam 6 ad 10. Sed diversum intervallum. Theon de Musica c. 30. Διαφέρει δὲ διάστημα καὶ λόγος, ἐπειδὰν διάστημα μέν ἐστι τὸ μεταξὺ τῶν ὁμογενῶν τε καὶ ἀνίσων ὅρων. Λόγος δὲ ἁπλῶς ἡ τῶν ὁμογενῶν

A ὅρων πρὸς ἀλλήλους σχέσις. Διὸ καὶ τῶν ἴσων διάστημα μὲν οὐδέν ἐστι μεταξύ. Λόγος δὲ πρὸς ἀλλήλους εἷς, καὶ ὁ αὐτὸς ὁ τῆς ἰσότητος. Τῶν δὲ ἀνίσων διάστημα μὲν ἓν καὶ τὸ αὐτὸ ἐφ᾽ ἑκατέρου ἑκάτερον. Λόγος δὲ ἕτερος καὶ ἐναντίος ἑκατέρου πρὸς ἑκάτερον. Οἷον ἀπὸ τῶν δύο

B πρὸς τὸ ἕν, καὶ ἀπὸ τοῦ ἑνὸς πρὸς τὰ δύο διάστημα ἓν καὶ τὸ αὐτό. Λόγος δὲ ἕτερος τῶν μὲν δύο πρὸς τὸ ἓν διπλάσιος, τοῦ δὲ ἑνὸς πρὸς τὰ δύο ἥμισος. *Inter se differunt intervallum & ratio, quatenus intervallum est, quod terminis homogeneis & inæqualibus comprehenditur. Ratio vero absolute*

C *& simpliciter est homogeneorum terminorum inter se habitudo. Propterea inter æquales terminos nullum datur medium intervallum; ratio vero inter ipsos æqualis una intercedit. Inæqualium vero intervallum unum, & idem ab alterutro in alterutrum terminorum, ratio vero diversa, & opposita alterutrius ad*

D *alterutrum: veluti à binario ad unitatem, & ab unitate ad binarium unum, & idem est intervallum, ratio vero diversa: binarii enim ad unitatem dupla est, unitatis ad binarium subdupla.*

Iamblich

Iamblichus.pag. 139. Καὶ γὰρ ἐπὶ πλείοσιν ὅροις λόγου πολλάκις τοῦ αὐτοῦ ὄντος, διάστημα ἕτερόν ἐστι, ὡς ἐπὶ τῶν δ. ς. θ. *Nam etiam in pluribus terminis cum ſæpe ratio ſit eadem, intervallum eſt diverſum: ut in* 4.6.9.

Πολλαπλάσιον] Omnes numerorum ſpecies auctor ſingulari neutro maluit efferre, ut ἐπιμόριον, ἐπιμερὲς, τέλειον, ὑπερτελὲς, ἐλλιπὲς, ἄρτιον, περισσὸν, quam maſculino; quanquam hæc adjectiva prædicentur de ἀριθμῷ. Herodot. l. 1. c. 62. Οἷσιν ἡ τυραννὶς πρὸς ἐλευθερίης ἦν ἀσπαστότερον. *Quibus dominatio quam libertas erat quid amplexabilius.* Xenoph. Cyrop. l. 2. Πρὸς τὸ ἀλλήλοις δὲ πρᾳοτέρους εἶναι ἀγαθὸν ἡγεῖτο τοὺς πόνους εἶναι. *Credebat labores eſſe bonum, ut forent invicem manſueti.* l. 5. Φοβερὸν γὰρ ἡ ἀποχώρησις. *Formidabile enim eſt abſceſſus.* Hom. Iliad. β. Οὐκ ἀγαθὸν πολυκοιρανίη. Latini non ſemel imitati. Silius Ital. l. 14. *Immedicabile viſum Seditio.* lib. 6. *Exiguis vigor admirabile membris.* Statius 2. Theb. 399. *Sed quia dulcis amor regni, blan-* A *dumque poteſtas, Poſceris.* Seneca Troad. v. 1007. *Dulce mœrenti populus dolentum.*

Τοῦ μείζονος τὸ πρῶτον εἶδος] Boethius *Multiplex eſt prima pars majoris inæqualitatis, cunctis aliis antiquior, naturaque præſtantior.* In Pythagoreorum numerorum diagrammate princeps eſt mul- B tiplex, quia in eo primum occurrunt multiplices. Quicunque limes ad primum, multiplex eſt: nullus ad eundem ſuperparticularis. Porro tertius limes ad ſecundum collatus primos exhibet ſuperparticulares. Quare multiplices cæteris inæqualitatis ſpeciebus priores ſunt. Præterea C multiplex primo loco à trina æqualitate emanat, & eſt ſuperparticularium origo.

Πλεονάκις ἢ ἅπαξ] Theo lib. de Muſica cap. 23. Πολλαπλάσιος μὲν οὖν ἐστι λόγος, ὅταν ὁ μείζων ὅρος πλεονάκις ἔχῃ τὸν ἐλάττονα, τοῦτ᾽ ἔστιν, ὁ D μείζων ὅρος καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος ἀπαρτιζόντως, ὡς μηδὲν ἔτι λείπεσθαι ἀπ᾽ αὐτοῦ. *Eſt itaque ratio multiplex, quando major terminus pluries continet minorem, id eſt, quando majorem terminum minor integre metitur,*

ſ nec

nec ulla pars majoris residua superest. Boethius. *Hic autem numerus hujusmodi est, ut comparatus cum altero, illum, contra quem comparatus est, habeat plus quam semel.* Euclid. lib. 5. defin. 2. Πολλαπλάσιον δὲ τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

Πληρούντως] Unusquisque multiplex ab integritate non recedit: integrum plusquam semel minorem terminum amplectitur, sed nullam ipsius partem; item nec partes. Si enim partem; non multiplex absolute diceretur, sed multiplex superparticularis; ut 5 ad 2. qui binarium bis continet & adhuc secundam binarii partem. Quod si præter integrum aliquot partes contineret, esset multiplex superpartiens, ut 8 ad 3. quem quidem continet bis, & adhuc duas tertias.

Ἄρξεται δὲ ἀπὸ τοῦ δὶς] Multiplices à binario initium sumunt, & per singulos numeros in immensum suo progressu excurrunt, ut quovis assignato continue major dari possit. Nam quanto numeri magis ab unitate distant, eo pluries ea- A dem suo ambitu complectuntur.

Pag. 52. Τοὺς μετ' αὐτὴν] sunt 2. 3. 4. 5. &c. vide Camerarium pag. 17.

Τοὺς παρὰ δύο] in duplis unus omittitur, quod primus ad unitatem duplus ab unitate uno distat, id quod obser- B vant ad se invicem dupli. Sic quia primus triplus, ternarius scilicet, duobus ab unitate distat, propterea fit duorum omissio in eliciendis triplis: quia primus quadruplus 4, tribus distat ab unitate, tres itidem omittendi; ita & in reliquis, quantum primi ab unitate disjuncti sunt, C eadem fit omissio numerorum.

Μικτῶν] Sunt multiplex superparticularis & multiplex superpartiens.

Pag. 53. Ὁμολόγως φανήσονται] abunde demonstrat Boethius l. 1. c. 29.

Πλινθίδων] Sunt laterculi. D Theo. c. 54. Τὰ δὲ τὸ μὲν μῆκος καὶ πλάτος ἴσον ἔχοντα, τοῦτ' ἔστι βάσεις τετραγώνους, τὸ δὲ ὕψος ἔλαττον, πλινθίδες. Τὰ δὲ τὸ μὲν μῆκος καὶ πλάτος ἴσον, τὸ δὲ ὕψος μεῖζον,

δο-

δοκίδες. *Quæ vero longitudinem & latitudinem æquales habent, hoc est bases quadratas, altitudinem vero minorem, plinthides, seu laterculi appellantur. At quorum longitudo latitudini æqualis est, altitudo vero major, trabeculæ dicuntur.* Boeth. 2. c. 29. *Laterculi sunt, qui fiunt ex æqualiter æqualibus in minus. Asseres vero & ipsæ quidem figuræ sunt solidæ, sed hoc modo, ut ex æqualiter æqualibus ducantur in majus. Nam si æqua fuerit latitudo longitudini & major sit altitudo, illæ figuræ à nobis asseres, à Græcis* Δοκίδες *nominantur.* ibid. cap. 25. Vide Iamblichum. pag. 131. & seqq.

Μαντικῶν] Quomodo numeris inesse vim divinam & præsagam finxerit vetustas, docet Casparus Peucerus in libro de sortibus.

Ἐπανθήμασι] Ἐπανθήματα artis dicuntur ejus precipuæ, magis conspicuæ & elegantiores partes: quemadmodum flos eminet in pratis, & oculos sollicitat legentis. Auctor pag. 88. Ἐντεῦθεν καὶ ἡ ἔφοδος τοῦ θυμαριδίου ἐπανθήματος ἐλήφθη. pag. 89. lit. A. & c. 91. 95. & 96. Latini & *flores* pro eminenti-

A bus dictis posuerunt. Ammianus Marcellinus. l. 29. *Valentem subrusticum hominem sibi varie commulcebat, horridula ejus verba & rudia flosculos Tullianos apellans.* Seneca epist. 22. *Non fuerunt circa flosculos occupati.* Auctoribus *Flos ætatis, ordinis, sanguinis, juventæ, poetarum, patriæ* est fre- B quentissimus.

Ἐγγώνιοι] Nicomachus vocavit ἐπιγωνίους vide Camerarium. pag. 18.

Τὸ ἴσον τῶν ἄκρων τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου] Verbi gratia 1. est prima unitas, 4. tertia, quæ cum prima multiplicata facit æquale mediæ hoc est 2, per se multi- C plicatæ, nimirum quatuor. Sic 1. prima unitas. 9. tertia. 3. secunda vel media in se ducta facit etiam 9.

Σημείου λόγον ἕξει] Habebit rationem & similitudinem puncti. Omnes numeri, omnia pondera cum mensuris, & vice D versa comparari possunt. Loquitur ita Sextus Empyricus f. 105. cap. 4. adv. math. Ἡ μὲν μονὰς τὸν τῆς στιγμῆς ἐπέχει λόγον, ἡ δὲ δυὰς τὸν τῆς γραμμῆς, καὶ τοῦ μήκους. *Unitas quidem habet*

rationem lineæ & longitudinis. Iamblichus pag. 80. & 81. Ἕξει καὶ ἡ μονὰς καθ' ὁμοιότητα στιγμῶν καὶ σημείου λόγον. *Unitas per similitudinem habebit rationem puncti.* pag. 108. Μεσότητος λόγον ἔχοντα. pag. 109. Ὅιπερ καμπλήρων λόγον ἕξουσιν ἐπὶ τῶν ἑτερομηκῶν. Vitruvius lib. 4. cap. 1. *Abaci latitudo habeat rationem, ut quanta fuerit altitudo, bis tanta sit diagonios ab angulo ad angulum.*

Pag. 54. Τετραγώνου] ſit 100 tertia unitas, ideo angularis numerus, & quadratus, cujus radix 10 eſt latus, hujus lateris reſpectu unitas obtinet puncti vicem.

Δύο τῶν ἑκατέρωθεν] duorum altrinſecus poſitorum medius eſt dimidius ut 6. eſt medius 3. & 9. qui faciunt 12, cujus 6 eſt dimidius. ita 9 inter 6 & 12. ſic 12. inter 9. & 15.

Διαγωνίως] 9 diagonaliter eſt medius inter 4 & 16, qui faciunt 20, dimidium 10 unitate majorem 9: Sed 9 jacet etiam diagonaliter inter 8 & 8. qui faciunt ſimul 16, dimidium 8 unitate minorem 9.

Δύο ἑτερομηκῶν] Omnes qua-
A drati in figura habent altrinſecus poſitos altera parte longiores. Ut 9 habet à dextra & ſupra ſe 6. à ſiniſtra & infra 12. altera parte longiores. 6 & 12 ſunt continui altera parte longiores, qui cum bis medio, hoc eſt 18, componunt 36 quadratum. Vice verſa 4 & 9 ſunt continui quadrati,
B qui cum bis medio 6 hoc eſt 12, faciunt 25 quadratum.

Δορυφοροῦντας ἑτερομήκεις] Altera parte longiores debent quadratos cingere inſtar ſatellitum. Sic auctor loquitur de numeris pag. 108. Ὥσπερ ἐν ἀκροπόλει μόνος τεταγμένος δορυφορεῖται.
C Sic numerum vocat γείτονα *vicinum* pag. 19. Περισσῶν ἐπιπλάστους *Imparium ſimulatores* p. 33. Ἐκγόνους, *Nepotes.* Boethius *Duces, comites,* 1. cap. 24. & 21. Unitatem *matrem.* c. 32. Hicrocles in carm. Pythag. Σύνδρομος ἦν ἡ τάξις. *Erat comes ordo.*

D Pag. 55. Ἐν οἷς πάντως ἐστὶ περισσός] Quoniam extremitates ſemel ſumuntur & ſunt quadrati, ut 4. 9. & continui quadrati ſunt alternatim impares & pares, ideo, ſi cum bis altera parte longiore componantur,

manet

manet imparitas. ut 4. bis 6, hoc eſt 12. & 9. faciunt quadratum 25 imparem: ita 9. bis 12. 16. faciunt 49.

Γαμμοειδῶς] vide Camerarium pag. 17. Gamma debet eſſe magnum non parvum, ut exprimat figuram. Græcorum literæ magis, quam Romanorum, aptiores fuerunt deſcribendis regionibus & figuris: inprimis Δ. Auctor belli Alexandrini c. 27. *Locus eſt fere regionum illarum nobiliſſimus, qui nominatur Delta, quod nomen à ſimilitudine literæ cepit.* Sic Conſtantinus Porphyrogenneta l. 1. them. 14. vocat inſulam Rhodum Δελτωτὴν τὸ σχῆμα. Fuit ejus literæ regio & in Thracia. Xenophon in Cyro Min. lib. 7. Ὅτι ἕτοιμος εἴη ἡγεῖσθαι αὐτοῖς εἰς Δέλτα καλούμενον τῆς Θρᾴκης, ἔνθα πολλὰ καὶ ἀγαθὰ λήψοιντο. Hujus formæ etiam ſidus. Manilius l. 1. v. 358. *Conſpicitur paribus Deltoton nomine ſidus Ex ſimili dictum.* Ammianus Marcellinus lib. 22. Propontidem comparat cum litera Φ. Iamblichus ſupra pag. 16. Λαβδῶμα dixit figuram Λ.

Pag. 56. Διαγώνιοι] Numeri diagonales in tabula multipli-

A cium ab una parte, hoc eſt à prima unitate in tertiam, ſunt quadrati. 1. 4. 9. 16. 25. 30. 49. 64. 81. 100. Habent a principio ad finem pro differentiis impares à ternario. ut 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. Ab altera parte, hoc eſt à ſecunda unitate in ſecundam, ſunt 10. 18. 24. 28. 30. & 30. 28.
B 24. 18. 10. & habent à mediis ad fines pro differentiis pares à binario, nimirum. 2. 4. 6. 8.

Ἐπιμόριος λόγος] ſupra pag. 50. ἐπιμόριον vocavit σχέσιν. & infra pag 38. Ἐπιμερὴς σχέσις. Ergo ratio eſt habitudo, ut docuit pag. 51. Boethius. *Superparticularis vero, eſt numerus*
C *ad alterum comparatus, quotiens habet in ſe totum minorem & partem ejus aliquam. Qui ſi minoris habeat medietatem, vocatur ſeſquialter; ſi vero tertiam partem, vocatur ſeſquitertius: ſi vero quartam, vocatur ſeſquiquartus. & ſi quintam, vocatur ſeſquiquintus.* Theo Smyrnæus c. 24. Ἐπιμόριος δέ ἐστι
D λόγος, ὅταν ὁ μείζων ὅρος ἅπαξ ἔχῃ τὸν ἐλάττονα καὶ μόριον ἕν τι τοῦ ἐλάττονος. *Ratio ſuperparticularis eſt, quando major terminus minorem ſemel continet, & partem inſuper ipſius unam.* Notan-

dum μόριον ab arithmeticis dici de ſuperparticulari, μέρη de Superpartiente. Duplex pars Mathematicis, quædam ſuum totum integre metitur, & repetitione ſui conſtituit. ut 4 ſi conferatur cum 8. 12. 16. &c. Alia non integre metitur, ſed aliquoties repetita vel à toto ſuperatur, vel totum ſuperat. ut 4 ad 7. 9. 10 &c. Prior aliquota, poſterior aliquanta vocatur. prior pars, poſterior partes. In ſuperparticali ſunt $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$ vel $\frac{2}{4}$. $\frac{2}{6}$. $\frac{2}{8}$. &c. hic unitates & binarii repetiti metiuntur ſuppoſitos numeros. In ſuperpartiente ſunt $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$. $\frac{4}{7}$. vel $\frac{4}{6}$ $\frac{6}{10}$. $\frac{8}{14}$. hic à minoribus non poſſunt majores integre menſurari; quia minores ſunt μέρη, non μόριον.

A B C (margin letters)

Ἡμιόλιος] Boethius lib. 1. c. 24. *Hemiolia, id eſt, ſeſquialtera proportio naſcetur.* Omnes hodie Grammatici tradunt *ſeſqui* componi ex *ſes* (& hoc contractum ex *ſemis*) & *qui*, idque pro *Que* dictum, ut *heri here, peregri peregre*; ſignificare ergo in compoſitione, majus dimidio, quaſi dicas tantundem & ſemis: ut in *ſeſquipes, ſeſquicubitus, ſeſquidigitus, ſeſquijugerum*: *ſeſquipedalia ligna* vocat Cæſar, craſſa pedem unum & dimidiatum, Plautus *ſeſquiplaga.* Plinius junior. *ſeſquihora.* Cicero, *ſeſquimodius.* Ponitur ejuſdem in his *ſeſqui* pro *ſemis*; ſed non in progreſſione numerationis. Latini dixerunt, ut diſcere eſt ex Varrone lib. 4. l. L. *ſemis tertius, ſemis quartus, ſemis quintus*, pro $2\frac{1}{2}$. $3\frac{1}{2}$. $4\frac{1}{2}$. Hic numerus eſt multiplex ſuperparticularis. Sed ſeſquitertius, ſeſquiquartus, ſeſquiquintus Romanis eſt ſuperparticularis tantum, ſignificans integrum ſemel & unam partem ab integro denominatam. $1\frac{1}{3}$. $1\frac{1}{4}$ $1\frac{1}{5}$. Cicero in Timæo. *Seſquialteris autem intervallis & ſeſquitertiis & ſeſquioctavis ſumptis ex bis colligationibus, in primis intervallis ſeſquioctavo intervallo ſeſquitertia omnia explebat, cum particulam ſingulorum relinqueret.* In his ergo *ſeſqui* non componitur ex *ſemiſque*: Non enim ſemis ſuperadditur toti, ſed pars *ab* hypologo denominata. ut 2. ad 3. facit ſeſquialterum; 3. continet 2. & ejus unam partem, hoc eſt $\frac{1}{2}$. 3. ad 4. ſeſquitertium. 4. continet 3 & ejus partem $\frac{1}{3}$. 4 ad 5. ſeſquiquartum. 5 habet 4, & unam partem ejus $\frac{1}{4}$. Ergo Auguſtinus de Muſica (quod Cæſar Scaliger l. 11. de Re Poet. c. 26. oppugnat) docet bene dici, *quaſi ſe abſque.*

D

Nam

Nam præter totius quantitatem A etiam quamcunq; partem habet. Ἡμιόλιον Latini non modo *ſeſquialterum* ſed etiam *ſeſquiplicem* vocarunt. Cicero orat.c.57. *Sed ita factos eos pedes eſſe, ut in eis ſingulis modus inſit, aut ſeſquiplex, aut duplex, aut par.*

Ἡμιολίου μὲν] Superparticularium rationum prima & maxima eſt ſeſquialtera; quia pars dimidia & maxima eſt, totiq; proxima: illam ſequitur ſeſquitertia, deinde ſeſquiquarta, idemque eſt in infinitum decreſcendo progreſſus. Generantur ſeſquialteri hoc modo. Deſcribantur longiſſimi verſus triplicium naturalis numeri atque duplicium.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

Primus igitur verſus continet numerum naturalem, ſecundus ejus triplicem, tertius vero duplicem atque in eo ſi ternarius binario, vel ſenarius quaternario, vel novenarius ſenario comparetur, vel omnes triplices ſuperiores ſi duplicibus numeris conſequentibus opponantur, erit B ſeſquitertia proportio. Tres enim habent intra ſe duo & eorum mediam partem id eſt 1. Sex quoque continent intra ſe 4, & eorum medietatem, id eſt 2. & novem intra ſe denarium claudunt, & ejus mediam partem 3.

Pag. 57. Ἐπιτρίτου] Sextus Empyricus f. 105. l. 4. Ἐπίτριτος δὲ λέγεται ἀριθμὸς, ὁ ἐξ ὅλου τινὸς ἀριθμοῦ συνεστηκὼς, καὶ ἐξ τρίτου μέρους ἐκείνου. *Seſquitertius autem dicitur numerus, qui conſtat ex toto aliquo numero, & ex tertia illus parte.* Vitruvius l.3.c.1. *Cum facta ſunt octo, quod eſt tertia adjecta, tertiarium, qui* ἐπίτριτος *dicitur: dimidia adjecta cum facta ſunt novem, ſeſquialterum, qui* D ἡμιόλιος *appellatur.* Loquitur de numero ſenario, cujus reſpectu octonarius eſt ſeſquitertius, novenarius ſeſquialter. Theo. c. 24. Πάλιν ἐν τῷ τρίτῳ μέρει τοῦ ἐλάττονος

τενος ὑπερέχοντες ἐπίτριτοι καλοῦνται. *Qui tertia rursus parte minorem superant, sesquitertii appellantur, ut quaternarius ternarii.* Hi inveniuntur, ut docet Boethius, si omnibus à quaternario numero continuatim quadruplis constitutis à ternario numero triplices comparentur, eruntque duces quadrupli, comites tripli. Sit enim in ordine hoc modo numerus naturalis, ut sub eo quadrupli, & sub eo tripli sint: Supponatur sub primo

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30

Quadruplo primus triplus, sub secundo secundus, sub tertio
A tertius, & eodem modo cuncti ejusdem primi versus tripli in ordinem dirigantur. Habet 4 totum ternarium, & ejus tertiam partem, id est 1. Habet sic octonarius totum senarium, & ejus tertiam partem, id est 2. Ergo continent rationem sesquitertiam. Sic 4. 8. 12. &c. Sunt
B duces & sesquitertii. 3 6. 9. &c. Sunt comites & vocantur subsesquitertii.

Unitate ab ipsis different] Omnes superparticulares à subsuperparticularibus unitate differunt. ut 3 à 2. 4 à 3.

Πυθμένες λόγων] M. Meibomius in dialogo de proportionibus: πυθμένα seu πυθμενικὸν λό-
C γον vocat *fundatam rationem*, cum sit *radicalis* dicenda. Quemadmodum enim à radicibus quæque suis ducunt originem, ita etiam rationes ἀπὸ τῶν πυθμένων. Sed solet ille ignorata prioribus seculis & mathemata se invenisse gloriari, & vocabula
D tradere. ut *supertertia superquarta*, pro *sesquitertia, sesquiquarta*. Item *superpers* pro *superpartiens*. Fundus tamen rationis commode dici potest, si cum Scaligero, in lib. 1. Theophr. de causis plant. c. 22.

c. 2. & de causis l. l. c. 28. statuamus fundum dici ἀπὸ τοῦ φύειν, quod inde plantæ nascuntur atque exeunt: Nam ex minimis numeris, si multiplicantur, rationes majora intervalla habentes prodeunt. Etymologicum magnum huc alludit & tradit factum ex φυθμὴν, φ. in π. mutato. Πυθμὴν, inquit, φυτοθεμήν τις ἐστὶν, οἷον τοῦ φυτοῦ θέσις, φυθμὴν καὶ πυθμήν. Theon. c. 29. Πάντων δὲ τῶν κατ᾽ εἶδος εἰρημένων λόγων, οἱ ἐν ἐλαχίστοις καὶ πρώτοις πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοῖς ὄντες, καθ᾽ ἕκαστον πρῶτοι λέγονται τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων, καὶ πυθμένες τῶν ὁμοειδῶν. *Omnium vero speciatim explicatarum rationum, illæ primæ dicuntur uniuscujusque eandem rationem habentis, & radices specie similium.*

Pag. 58. Ἐκεῖνο τὸ μόριον] πυθμὴν non habet partem examinandam scilicet secundum μείζονας ὅρους. in 4. 5. Datur examinatio partis, quia numeri sunt πυθμενικοὶ, non vero in majoribus terminis, 8. 10. Licet ratio sit eadem sesquiquarta.

Ἐπιμερὴς] Tertia inæqua- A litatis species, minus simplex duabus prioribus, dicitur superpartiens, & fit, cum numerus ad alium comparatus habet eum totum intra se, & ejus insuper aliquas partes, vel duas vel 3. vel 4, vel quot ipsa tulerit comparatio.

Ἐπιδιμερὴς] *superbipartiens* B *tertias* Theoni dicitur δὶς ἐπίτριτος. *superbipartiens quintas*, δὶς ἐπίπεμπτος. *Supertripartiens quintas*, τρὶς ἐπίπεμπτος.

Τὸν παρ᾽ ἕνα αὐτῶν] Sic exponantur à ternario impares. 3. 5. 7. 9. 11. Minores, quorum C majores seu prologi erunt numeri uno intermisso sequentes. ut 5. 7. 9. 11. 13. & habebunt vel duas tertias, vel duas quintas, vel duas septimas, vel duas nonas, vel duas undecimas, ita ut semper duabus imparibus minorem major superet. Nam si totum eum habuerit, ejusque duas sextas, D vel duas octavas, erit superparticularis. Duæ enim sextæ est pars tertia.

Mixtæ] Ut quinarius, qui est superparticularis. 4. & superbipartiens 3. habet in se $1\frac{1}{4}$. vel $1\frac{2}{3}$.

Pag. 59. Ἀπὸ τριάδος]

Superpartientium ordo naturalis est, quoties disponuntur à tribus omnes pares atque impares numeri naturaliter constituti; & sub his aptantur alii, qui sunt à quinario numero incipientes omnes impares, habitudo sic superpartiens procreabitur.

3	4	5	6	7	8	9	10
5	7	6	11	13	15	17	19

Si quinarius cum ternario comparetur, erit superbipartiens: quia totum ternarium ejusque duas partes, hoc est 2. in se habet. In secundo ordine erit supertripartiens: In tertio superquadripartiens; & in sequentibus convenientes ordinatæque superpartientium species.

Ἐξαίρετον) Unitas ad binarium est & minor terminus, & terminorum differentia, & in

A omnibus duplicibus. 4. ad 8. Semel quatuor est minor terminus, & differentia simul. vide infra pag. 67.

Pag. 60. Ἐμφαντάζεσθαι] Imaginem vel speciem unitatis in multiplicibus mente concipere possumus. Ut in 4., qui respectu 2 est duplus, concipi-

B mus duas unitates, vel etiam, cum confertur cum uno, videmus quatuor unitates.

Διαφορὰ αὐτῶν] superparticulares habent pro differentia unitatem. 2 ad 3. 3 ad 4. &c.

Μόρια] ut 5 ad 3 est $1\frac{2}{3}$. 7 ad 4 facit $1\frac{3}{4}$. 9. ad 5. $1\frac{4}{5}$ partium in majore relictarum, ut $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{5}$. differentia

C ad minorem terminum est unitas. Nam, ut ait Boethius, uno semper adjecto super habitas partes subauditio facienda est, ut eorum germana convenientiaque his nomina hæc sint: Ut qui dicitur superbipartiens, idem dicatur superbitertius; qui dicitur supertripartiens, is sit supertri-

D quartus. & qui dicitur superquadripartiens, idem dicatur supraquadriquintus, eademque similitudine usque in infinitum nomina producantur. Omnes igitur superpartientium partes in primo versu distant à minore ter-

mino

mino unitate, non in sequentibus versibus. Est enim superbipartiens quintas, septimas, nonas, &c. Notandum quod superpartientes efferantur non tantum uno denominatore, sed etiam duobus. ut 13 ad 8. est superpartiens alteram & unam octavam partem. 23 ad 12. est superpartiens duas tertias & unam quartam.

Ὑπολόγων δὲ τῶν ἴσων] Respectu intervalli & differentiæ hypologi sunt æquales prologis. ut 2 ad 3. habent idem intervallum, quod 3 ad 2.

Pag. 61. Ἐκ τῆς ἰσότητος] Æqualitas quoniam est simplex, incomposita: una eademque manens, habet rationem principii ad omnes rationes & inæqualitates. Boethius. 1. capit ultimo. *Hoc autem erit perspicuum, si intelligamus omnes inæqualitatis species ab æqualitatis crevisse primordiis, ut ipsa quodammodo æquitas matris & radicis obtinens vim, omnes inæqualitatis species ordinesque profundat.* Theon. c. 40. de Musica. Δείκνυσι δὲ, ὅτι ὁ τῆς ἰσότητος λόγος ἀρχηγὸς καὶ πρῶτος ἐστὶ, καὶ στοιχεῖον πάντων τῶν εἰρημένων λόγων, καὶ τῶν κατ' αὐτοὺς ἀναλογιῶν. Ἐκ πρώτου γὰρ τούτου πάντα συνίσταται, καὶ εἰς τοῦτον ἀναλύεται τά τε τῶν λόγων καὶ τὰ τῶν ἀναλογιῶν. *Ostendit etiam rationem æqualitatis ducere ordinem primamque esse & elementum omnium prædictarum rationum, & earum, quæ in illis sunt, analogiarum. Ex illa enim prima cæteræ ortum habent, inque illam resolvuntur, quæ ad rationes & analogias pertinent.* Hoc autem in sequentibus Boethius & Iamblichus aperte demonstrant.

Φυσικῇ ἀνάγκῃ, καὶ οὐχ ἡμῶν θεμένων] Opponitur lex naturalis inventioni humanæ. Iamblichus, pag. 106. Ἐκεῖνοι ἀπ' αὐτῆς τῆς φύσεως, καὶ οὐχ ἡμῶν θεμένων, εἰς παρ' ἕνα διευτακτοῦνται.

Ἐπιμερότητα] formam & essentiam superpartientis. p. 98. Τῇ συζυγίᾳ τῆς ἐπιμερότητος. Sic modo dixit Ἐπιμορειότητα proprietatem superparticularis.

Pag. 62. Ἔσται δὲ προστάγματα] Boethius. *Præcepta autem tria hæc sunt: ut primum numerum primo facias parem; secundum vero primo & secundo, tertium primo, duobus secundis & tertio.* Horum præceptorum auctorem Theon

vocat Adraſtum, diſcipulum A Ariſtotelis ex Philippis Macedoniæ oriundum.

Ἐν μονάσιν, εἶτ' ἐν δυάσιν) Ut ſunt quinque inæqualitatis majoris ſpecies, ita quinque regulæ: prima ſi obſervaverimus dicta præcepta, & trinam æqualitatem poſuerimus, profluent multiplices hoc ordine, primo B dupli, poſtea tripli, deinde quadrupli, & ita deinceps.

Æqualitas	1	1	1	2	2	2	3	3	3
dupla	1	2	4	2	4	8	3	6	12
tripla	1	3	9	2	6	18	3	9	27
Quadrupla	1	4	16	2	8	32	3	12	48

Pag. 63. Ἡμιόλιοι μὲν ἀπὸ διπλασίων) Secunda regula eſt; ex multiplicibus converſis ſurgunt omnes ſuperparticulares conſimilis denominationis.

Dupli converſi	4	2	1	8	4	2	12	6	3
ſeſquialteri.	4	6	9	8	12	18	12	18	27

C

D

Tripli converſi	9	3	1	18	6	2	27	9	3
Seſquitertii.	9	12	16	18	24	32	27	36	48

Quadrupli converſi	16	4	1	32	8	2	48	12	3
Seſquiquarti.	16	20	25	32	40	50	48	60	75

Τὰς ἐπιμερεῖς λόγους] tertia regula ; si quis conversos superparticulares secundum dicta præcepta convertat, accrescent superpartientes : & quidem ex sesquialtero superbipartiens, ex sesquitertio supertripartiens, cæterique secundum communes denominationis species, sine ulla ordinis interpolatione nascentur.

Sesquialteri conversi	9	6	4		18	12	8		27	18	12
Superbipartientes.	9	15	25		18	30	50		27	45	75

Sesquitertii conversi	16	12	9		32	24	18		48	36	27
Supertripartientes.	16	28	49		32	56	98		48	84	147

Pag. 65. Ἐν τρισὶν ὅροις] Verbi gratia 3 ad. 4 est sesquitertiorum radix; non potest acquiri tertius terminus, qui ad medium 4 habeat eandem rationem sesquitertiam, quam habet 4 ad 3 Nam 5 ⅓ proportionalis quidem est, sed incommensurabilis. Ergo in duobus terminis sunt superparticularium radices.

Pag. 66. Ἑτέρως ἐμφαντασθήσονται] In mente considerabuntur, quoniam verbis vix exprimuntur. 4.6.9. quoniam hi tres termini possunt dividi, non sunt primi sesquialterorum ; verum eorum differentiæ, ut 2 ad 3. sunt radicales termini, tantum bini, non terni.

Πυθμενικοὶ] male in Codd. erat Πυθαγορικοί.

Pag. 67. Διαφοραὶ τὸν αὐτὸν λόγον περιέξουσιν] Si exponantur duplices. 1. 2. 4. 8. 16. Horum differentiæ sunt 1. 2. 4. 8. & proportionales, habentes eandem rationem cum expositis : minores termini expositi & minores differentiæ sunt etiam rationum radices, quia in ratione dupla. In cæterorum vero multiplicium expositione differentiæ non sunt radicales, sed habent eandem

rationem. 1. 3. 9. 27. differentiæ A ſunt 2. 6. 18. In ſuperparticularium quavis expoſitione differentiæ ſunt radices 4. 6. 9. differentias habent 2. 3. radices. 9. 12. 16. habent 3. 4.

Ἐπιδιμερεῖ] Superbipartientes tres termini ut 9. 15. 25. habent radices in differentiarum 6. & 10 dimidia parte, quæ eſt 3 ad 5. B

Ἐπιτριμερεῖ] Supertripartientes 16. 28. 49 in differentiarum & 12. 21. tertia parte, quæ eſt 4. ad 7.

Pag. 68. Μονάδι μειωνυμώτερον] Codd. addunt μιᾷ.

Πολλαπλασιεπιμορίω] Theo c. 26. Πολλαπλασιεπιμόριος δέ ἐστι λόγος, ὅταν ὁ μείζων ὅρος C δὶς ἢ πλεονάκις ἔχῃ τὸν ἐλάττονα, καὶ ἔτι μέρος αὐτοῦ. *Multiplex ſuperparticularis ratio eſt, quando major terminus bis vel pluries minorem continet, & partem præterea illius.*

Οὐκέτι ἀναστρόφως] In ſuperparticularibus & ſuperpartientibus convertebantur termini, D non in hac regula, quæ quarta eſt in ordine. Ex ſuperparticularibus directis oriuntur multiplices ſuperparticulares, primo dupli ſeſquialteri, dein ex duplis tripli itidem ſeſquialteri, ex triplis quadrupli. Et ex ſeſquialteris ſeſquialteri, ex ſeſquitertiis ſeſquitertii. Ut

Seſquitertii direct.	9	12	16	18	24	32	27	36	48
Dupli ſeſquitertii	9	21	49	18	42	98	27	63	147

Seſquialteri directi	4	6	9	8	12	18	12	18	27
Dupli ſeſquialter	4	10	25	8	20	50	12	30	75
Tripli ſeſquialteri	4	14	49	8	28	98	2	42	147

Pag. 70. Ἐν τρίτῳ μέρει τῶν διαφορῶν] Duplæ ſeſquialteræ, ut 4. 10. 25 radicem habent in differentiarum 6. 15. tertia parte,

te, quæ eſt 2. 5. Nam quinarius ad binarium eſt in ratione dupla ſeſquialtera. Duplæ ſeſquitertiæ, ut 9. 21. 49 in differentiarum 12 & 28 quarta parte 3. 7. habent πυθμένα ſuum.

Pag. 71. Οἱ ἄκροι τετράγωνοι] Omnium numerorum ſecundum tria dicta præcepta formatorum extremitates quidem ſunt quadratæ, ſed non niſi cum ab æqualitate incipiunt. Camerar. pag. 24.

Πολλαπλασιεπιμερής] Multiplex ſuperpartiens ultima ſpecies majoris inæqualitatis eſt, quoties numerus ad numerum comparatus habet in ſe alium numerum totum pluſquam ſemel, ejuſque duas vel 3 vel plures particulas impariter denominatas, ſecundum ſuperpartientis proprietatem. Theo. cap. 27. Πολλαπλασιεπιμερής ἐστι λόγος, ὅταν ὁ μείζων ὅρος δὶς, ἢ πλεονάκις ἔχῃ τὸν ἐλάττονα, καὶ δύο ἢ πλείω τινὰ μέρη αὐτοῦ, εἴτε ὅμοια, εἴτε διάφορα. *Ratio multiplex ſuperpartiens eſt, quando major terminus minorem continet bis vel pluries, & partes ejus inſuper duas, pluresve quaſdam ſeu ſimiles, ſeu diverſas.*

Καὶ ἐκ μὲν τῆς ἐπιμεροῦς]

A Hæc verba abſunt à regio codice. Continetur vero hac periodo quinta regula. Ex ſuperpartientibus directis oriuntur multiplices ſuperpartientes, e primo dupli, ex duplis tripli, ex triplis quadrupli, &c. ex ſuperbipartientibus ſuperbipartientes, ex ſupertripartientibus ſupertripartien- B tes, & ſimiliter in reliquis, ut videre eſt ex ſubjecta deſcriptione.

Supertripartientes	16	28	49	32	56	98	48	84	147
Dupli ſupertripartientes	16	44	121	32	88	242	48	132	363
Superbipartientes	9	15	25	18	30	50	27	45	75
Dupli ſuperbipartientes	9	24	64	18	48	128	27	72	192
Tripli ſupertripartientes	9	33	121	18	66	242	27	99	363

C

D

Pag

Pag. 72. Ἐν πέμπτῳ μέρει] duplices superbipartientes, ut 9. 24. 64, in differentiarum 15. 40 parte quinta nimirum 3 ad 8 habent radicem. Duplices supertripartientes 16. 44. 121, in differentiarum 28. 77. Septima parte nimirum 4. 11.

Ἀρμονικῆς θεωρίας] Inæqualitas, quoniam ab æqualitate ducit originem, sic componitur & temperatur, ut ei non desit harmonia, quæ tanto major apparet, quo magis ad æqualitatem accedit; ut in numeris facile perspeximus. Quare optimo jure inæqualitati concentum & harmoniam tribuerunt, sed cuidam certæ temperaturæ astrictam. Hinc monochordorum, tetrachordorum, & polychordorum varii concentus orti, hinc diatonicum, chromaticum, enarmonicum symphoniarum diversa genera prodierunt: præterea musicorum instrumenta, cytharæ, tibiæ, sambuci, testudo, barbati, plectra, cornua, heptagona, hydraulæ, nabiliæ, psalteria, magades, naula, multorum foraminum fistulæ, & id genus innumera surrexer unt.

Ἕκαστον τῶν ἀπὸ μονάδος) Hanc regulam Boethius l. 2. c. 2.
A Sic vertit. *Omnes enim multiplices tantarum similium* (Iamblichus: τοσούτων ἐπιμορίων ἡγήσεται λόγων ἀντιπαρωνύμων) *sibimet proportionum principes erunt, quoto ipsi loco ab unitate discesserint. Quod autem dico, sibimet similium, tale est: ut dupli semper multiplicitas* (*ut superius semper dictum est*) *ses-*
B *quialteros creet, triplex sit dux sesquitertiorum, quadruplus sesquiquartis.*

Τῷ πρώτῳ] Verbi gratia multiplex duplus habet tot sesquialteros (illi enim habent λόγον ἀντιπαρώνυμον duplorum) quotus ab unitate fuerit ipse. Ut binarius
C primus duplus comparatus ad ternarium facit sesquialteram rationem. Sed ternarius, quoniam dividi non potest, non habet alterum numerum, ad quem in ratione sesquialtera comparetur. Quaternarius secundus ab unitate duplus, duos sesquialteros eosque continuos præcedet, nimirum 6
D & 9. Nam 6 ad 4. & 9 ad 6. habent sesquialteram rationem. In novenario autem, quoniam bifariam non secatur, sistitur proportionis progressus. Sed 8, qui in duplorum ordine tertius est, tres habet sesquialteros suos comites, scilicet 12. 18. 27. Quar-

tus

tus in ordine duplorum 16. habet quatuor continuos, nimirum 24. 36. 54. 81. Idem in reliquis eveniet, ita ut ultimus numerus in medietates dividi & secari non possit.

LATITUDO

1	2	4	8	16	32
	3	6	12	24	48
	An	9	18	36	72
	tri	gu	27	54	108
		pli	la	81	162
				res	243

Sesquialteri.

DUPLI

Qui inter sesquialteros duplorum comites, totus exstiterit, quotus & duplus suus quidem dux ab unitate; ita ut quem in sesquialteris, hunc duplum continua ratione sequentibus, sortitus est locum, par, æqualis ejusdemq; denominationis sit dupli loco; is debet esse necessario impar & medium non habere: Verbi gratia, novenarius est à 4 (quem medietate continua assequitur) duplo, secundus sesquialter, eoque inter sesquialteros à 4 totus, quotus & ipse 4 in numero duplorum est ab unitate. Est autem 9 impar. Similiter 27. est in sesquialteris ab 8. totus, quotus & ipse 8. ab unitate in ordine duplorum. Uterque enim in sua serie tertius: Numerus 27. autem impar, ideoque in medietates secari non potest: cujus consequentiæ necessitatem hinc *divinam quandam nec humanam constitutionem* recte à Boethio dictam videmus. Triplorum eadem natura; ut tot habeant sesquitertios, suos quasi comites, quotus ipse triplus ab unitate exstiterit. Si fuerit primus, unum; si ab unitate secundus, duos; si tertius triplus, tres. &c. Ut ternarius primus triplus, habet unum sesquitertium nimirum 4, cujus tertia pars quia non potest inveniri, ideo hic non habet alium sesquitertium.

A B C D

Sesquitertii

Tripli ab unitate						
	1	An	Qua			
1.1	3	4	gu	dru		
2.2	9	12	16	la	pli	
3.3	27	36	48	64	res	
4.4	81	108	144	192	256	
5.5	243	324	432	576	768	1024

Secundus triplus, qui eſt 9, habet ad ſe duodenarium numerum ſeſquitertium. Duodenarius vero, quia habet tertiam partem, habet etiam in ſeſquitertia proportione numerum ſecum comparatum ſexdecim. Sed 16 numerus non poteſt in tertias ſolvi, ergo non habet alium numerum in ſeſquitertia ratione. Sic & 64 ſeſquitertiæ habitudinis à 27, poſtremus numerus, tres ante ſe ejuſdem rationis obtinet numeros: totus etiam eorum primus 27, in ordine triplorum eſt ab unitate. Nam eſt tertius. Eadem quoque quadruplorum & quincuplorum conditio: quadruplus tot habet ſeſquiquartos, quotus ipſe in quadruplis ab unitate fuerit. Quincuplus item tot ſeſquiquintos, quotus in quincuplis. ſeſcuplus tot ſeſquiſextos, quotus ipſe in ſeſcuplis, & ita deinceps.

A

B

C

Quadrupli

Sesquiquarti

f.	1					
1.1	4	5	An	quin		
2.2	16	20	25	gu	cu	
3.3	64	80	100	125	la	pli
4.4	256	320	400	500	625	res
5.5	1024	1280	1600	2000	2500	3125

In his figuris omnibus notandum eſt, quod angulares omnium multiplices neceſſario eveniant. Sunt vero duplicium triplices, triplicium quadruplices, quadruplorum quincupli. & ſecundum eandem ordinis incommutabilem rationem inter ſe omnia convenient.

D

Pag. 73. μῆκ@] Longitudo in triangulo rectangulo eſt baſis, βάθ@ profunditas ſive altitudo, eſt linea perpendicularis,

Euclidi

Euclidi κάθετος. lib. 6. defi-nit. 4.

ὑποτείνουσα] Latinis *subtensa*, hoc est, posita contra rectum angulum. Euclides l. 1. propos. 6. ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί.



Σύριγγι] puto esse præcedentem descriptionem. Vitruvius lib. x. c. 15. *Canaliculi* (*qui græce σύριγξ dicitur*) *longitudo foraminum* XIX. *Regularum, quas nonnulli bucculas appellant, quæ dextra* C *ac sinistra canalem figuntur, foraminum* XIX. *altitudo, foraminis unius, & crassitudo.* Σύριγξ proprie est fistula, quæ pro canali latinis frequentissime ponitur. Seneca. 1. Nat. quæst. 3. *Videmus cum fistula aliquo rupta est, aquam per tenue foramen elidi.* Claudianus de Apono. *Nullo cum strepitu* D *madidisque infecta favillis Despumat niveum fistula cana salem.* Ovid. 4. Metam. *Cum vitiato fistula plumbo Scinditur, & tenui tridente foramine longas Ejaculatur aquas.* Vitruvius

A l. 8. c. 7. *Sin autem* (aqua) *fistulis plumbeis ducetur.* ibidem. *multo salubrior est ex tribulis aqua, quam per fistulas.* Paulus digest. de aqua pluv. arcenda leg. 17. §. 1. *Quæ fere in consuetudine esse solent, ut per fistulas aqua ducatur.*

Ἐκ τριπλασίων] credo addendum, τετραπλάσιοι καὶ ἐπίτριτοι, ἐκ τετραπλασίων. B

συνεχὴς πολλαπλάσιος] est, cum duplum triplus, triplum quadruplus, quadruplum quincuplus sequitur.

Pag. 75. ἀριθμητικῶν μεσοτήτων] μεσότης & ἀναλογία differunt. Theon. c. 32. Medietas est in proportione, proportio non semper in medietate; ideo Iamblichus addit ἀριθμητικῶν, quia numerorum medietates habent arithmeticam proportionem.

Ἐλάττονας] ut 48. ad 53. minores termini habent majorem rationem, quam majores 53 ad 58.

Ἴσους τοὺς λόγους] 50 ad 55. habent eandem rationem, quam 10 ad 11. quia ipsos secundum illos quinarius, ipsorum differentia, plene mensuravit.

Ἐπιδεκάτῳ] male Stephanus & ex illo Scapula vertunt ἐπιδέκατος

κατ@ *decimus*, quasi ἐπὶ δέκα solvatur, cum sit *sesquidecimus*, hoc est, habens unum totum & ejus decimam partem. Sic 55 est ἐπιδέκατ@ τῦ 50. Illum enim numerum totum ejusque decimam partem in se continet.

Pag. 76. μεῖζον ἢ] 53 habet in se 48, ejusq; decimam & ducentesimam quadragesimam partem.

Ἐν πολλαπλασίῳ] 36. 18. 9. horum differentiæ 18. 9. Sunt in multiplci, nimirum dupla ratione; ergo extremitates 36 & 9 habent multiplicem, hoc est quadruplam rationem.

Ἐν ἐπιμορίῳ] 36. 24. 16. habent differentias 12. 8. in ratione sesquialtera. Ipsæ extremitates 36. 16. in mixta habitudine, dupla sesquiquarta.

Pag. 78. Πολλαπλάσιον μὲν οὐκ ἔςαι, ἐπιμόριον δὲ] ita distingue. Intervallum διαφορηθὲν nunquam erit multiplex, sed, &c.

Δύο ἀριθμοὶ] Hoc demonstrat Euclides l. 5. proposit. 15. sint 4 & 10 dupli sesquialteri, & multiplicent 4. 6. sesquialteros major majorem, minor minorem. Faciunt 16. & 60 in ratione tripla supertripartiente quartas. Sed dupla sesquialtera & sesquialtera faciunt triplam supertripartientem. Quo-
A niam vero productores non erant radicales, nec producti sunt radicales.

Pag. 80. Τὸ παλαιὸν φυσικώτερον] Omnia debent censeri præstantiora, quo à simplicissima illa principii ratione propius absunt; quia, ut Cicero 2. de leg. c. 11. *Antiquitas proxime accedit*
B *ad Deos*. Hinc priora secula aurea poetis & oratoribus, insculptumque Romæ in veteri marmore. CANDIDA FULVO NOBILIOR AURO FELIX ANTIQUITAS. Hinc apud Suetonium ex antiquitate esse repetendam disciplinam militarem censuit Tiberius. Cum de testandi ratione
C quæreretur, lex civilis respondit retinendum esse morem fidelissimæ vetustatis. l. 18. c. de testam. In concilio etiam Niceno, cum illud ageret de finibus & ordine gubernationis Ecclesiasticæ, excepta nobilis vox: ΤΑ ΑΡΧΑΙΑ ΚΡΑΤΕΙΤΩ. Hinc *prisca fides* & *antiquitas*, in ipsius virtutis notam cessit. Ut deniq; novitati sua gra-
D tia, ita antiquitati fuit auctoritas: Luci enim vetustate sacri cum specie carerent, habuerunt religionem & majestatem, à quibus commendarentur:

Ἀναλύοντες εἰς μονάδας] egit hactenus auctor de quanti-
tate

tate ad aliquid relata; nunc tractabit de quantitate, quæ per se ipsam constat, neque ad aliquid refertur, & de numeris secundum figuram: Et quia est triplex dimensionis intervallum, tres eorum sunt species: primus linearis, alter planus, tertius solidus. Veteres vero numeros non notis arithmeticis, sed virgulis aut punctis unitates referentibus exponebant, & cujusque unitatis loco unam virgulam apponebant: quæ ratio propius accedit naturæ. Boethius. 2.4. *Hoc autem cognoscendum est, quod hæc signa numerorum posita, quæ nunc quoque homines in summarum designatione describunt, non naturali institutione formata sunt: Ut enim quinarii subjectam notulam signant de V, vel denarii, quam descripsimus de* X, *& alias hujuscemodi, non natura posuit, sed usus affinxit.* Cum ergo vellent veteres quatuor demonstrare, faciebant quatuor virgulas, & ita ducebant IIII. cum quinque, totidem scribebant IIIII. Sic Romani tot clavos pangebant, quot annos vellent indicari. Festus. *Clavus annalis appellatur, qui figebatur in parietibus sacrarum ædium per annos singulos, ut per eos colligeretur annorum numerus.* Totam rem ejusque causam expedit Livius lib. 7. c.3. *Lex vetusta est priscis literis verbisque scripta, ut qui Prætor Maximus sit, idibus septembribus clavum pangat. Fixus fuit dextro lateri ædis Jovis optimi Maximi, ea parte, qua Minervæ templum est: eum clavum, quia raræ per ea tempora literæ erant, notam numeri annorum fuisse ferunt, eoque Minervæ templo dicatam legem, quia numerus à Minerva inventus sit. Vulsiniis quoque clavos indices numeri annorum fixos in templo Nortiæ Etruscæ Deæ comparere, diligens talium monumentorum auctor Cincius affirmat.* Ille numerandi modus nostris rusticis adhuc in usu, ideoque vocatur *Boerenkrijt*. Græci numeros suis literis designabant, & quidem primum limitem, hoc est eorum, qui sunt intra decem unitates.

ᾱ	β̄	γ̄	δ̄	ε̄	ς̄	ζ̄	η̄	θ̄
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Pro senario hic interposuerunt ς, *quod vocant* ἐπίσημον.

Secundum limitem eorum, qui sunt intra centum denarii.

ῑ	κ̄	λ̄	μ̄	ν̄	ξ̄	ο̄	π̄	ϟ̄
10	20	30	40	50	60	70	80	90

pro XC posuerunt notam hanc ϛ, vel A S, *vel* ζ.

Tertium limitem centenariorum, intra mille.

ρ̄ σ̄ τ̄ ῡ φ̄ χ̄ ψ̄ ω̄ ϡ̄
100 200 300 400 500 600 700 800 900

Pro DCCCC Manuscripti codices habent & ψ item ϡ. Notandum B *quoque, quod pro linea transversa, quæ super imponitur literis, plurimi codices habeant spiritum lenem, in primo autem numerorum limite accentum acutum.*

Quartum limitem millenariorum intra μυριάδα, notatorum adjecto infra obliquo ductu, C quod à Græcis vocatur ἐκ πλαγίου σύρμα.

ᾱ β̄ γ̄ δ̄ ε̄ ϛ̄ ζ̄ η̄ θ̄
͵α ͵β ͵γ ͵δ ͵ε ͵ϛ ͵ζ ͵η ͵θ
1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 8000 9000

Quintum limitem μυριαδικῶν ἁπλῶν, hoc est decem millenariorum, signaverunt duobus D punctis subscriptis.

α̤ β̤ γ̤ δ̤ ε̤ ϛ̤ ζ̤ η̤ θ̤

ι̤ κ̤ λ̤ μ̤ ν̤ ξ̤ ο̤ π̤ ϟ̤ Sextum limitem.

ρ̤ σ̤ τ̤ υ̤ φ̤ χ̤ ψ̤ ω̤ ϡ̤ Septimum limitem.

His Græci denotaverunt decem & centum millia, decies centena millia, vicies, tricies, quadragies. &c. centena millia.

Octavum limitem, qui continet centies centena millia (Græcis dicuntur χίλιαι μυριάδες) ducenties centena millia, & ita deinceps, notaverunt duobus punctis superpositis, & subjecto obliquo ductu.

α̈ β̈ γ̈ δ̈ ε̈ ϛ̈ ζ̈ η̈ θ̈
͵ ͵ ͵ ͵ ͵ ͵ ͵ ͵ ͵

Nonum limitem, qui est μυριοντάδικῶν vel μυριαδικῶν διπλῶν, & continet millies centena millia (Græcis dicuntur μύριαι μυριάδες) descripserunt quatuor supra quamque figuram punctis, quæ vocantur κεντήματα ἄνωθεν, collocatis.

∷ α	∷ β	∷ γ
100000000	200000000	300000000
∷ δ	∷ ε	∷ ϛ
400000000	500000000	600000000
∷ ζ	∷ η	∷ θ
700000000	800000000	900000000

Toties autem hæc numerabuntur, quoties indicabit numeranda esse

nota

nota seu figura illa, supra quam A *puncta ista reperientur, ut.* ∷ γ τρισμύριαι μυριάδες. ∷ ο ἑβδομηκοντάκις μύριαι μυριάδες ∷ η ὀκτάκις χιλιοντάκις μύριαι μυ ιάδες. *Deinceps etiam incrementa numeri signantur sic punctis. ut* μυριάκις μύριαι μυριάδες.

∷
α, *qui numerus vocatur* μυριονταδικῶν τριπλῶν. Exemplum esto cum figuris Indicis.

∷ ∷ ∷ ∷ ∷ ∷ ∷ ¨ ¨ ¨
ρ π ζ η χ ξ ς θ φ π ε υ ι ζ.

Indicæ figuræ.

1 8 7 8 6 6 6 9 5 8o 5 4 1 7.

Latini quoque literis expresse- C runt numeros, sed non pluribus, quam septem, nimirum: I, C, D, M, X, L, V. primum limitem formarunt I. II. III. IV. V. VI. VII. VIII. IX. X. quem augebant adjunctione ad X. ut XI. XII. postea decem conjungebant ad quinquaginta, cujus nota L. Huic addebant denarios ad usque D nonaginta, notata X. posito ante C. Ita sequebatur tertius limes centenariorum: in quo & notam C centum, cumulabant ad quingenta. quorum figura D. vel secta linea IↃ. ut significaretur dimidium numeri conficientis mille. Illi apponebant notas centenarias usque ad mille, quorum figura M vel CIↃ,

Hæc etiam supra appositis aliis notis augebant,

ut: I I. V. C. D. M.

M. M. item M. M. usque ad M.

Quid attinet dicere, numerandi B rationem à veteribus per digitos institutam: cum utriusque linguæ auctores hoc abunde prodiderint, & ex illis Petrus Colvius, Andreas Tiraquellus, Lilius Gyraldus, Joannes Savaro, Sirmondus ad Sidonium: Unum locum venerabilis Bedæ describam: nam hoc jam multi fecerunt. *Cum dicis unum, minimum in læva digitum inflectens in medium palmæ figes, cum duo, secundum à minimo flexum ibidem impones, cum tria, tertium similiter inflectes, cum quatuor, eundem minimum levabis, cum quinque, secundum à minimo similiter eriges, cum sex, tertium elevabis, medio in medium palmæ defixo, cum septem, minimum super palmæ radicem, cæteris levatis impones, cum octo, medium, cum novem, impudicum e regione compones, cum decem, unguem indicis in medio pollicis ortu figes, cum viginti, summitatem impudici inter nodos indicis & pollicis arcte*

arcte figes, cum triginta, ungues indicis & pollicis blande conjunges, cum quadraginta, interiora pollicis lateri applicabis, cum quinquaginta, pollicem ad palmum inclinabis. Hanc minorum numerorum exprimendorum ille rationem tradidit, illam vero majorum: *Cum decem millia significare volebant, medio pectori lævam supinam admovebant,* B *digitis ad collum erectis, cum viginti millia, eandem expansam pectori apponebant, cum triginta millia, eadem manu prona & tamen erecta pollicem ac cartilaginem medii pectoris affigebant, cum quadraginta millia, eandem in umbilico erectam supinabant, cum quinquaginta millia, ejusdem pronæ & erectæ pollicem* C *umbilico applicabant, cum sexaginta millia, andem prona femur lævum comprehendebant, cum septuaginta millia, eandem supinam femori item lævo imponebant, cum octuaginta millia, eadem pronam femori admovebant.*

Ὥσπερ ῥύσιν] Budæus ex Philopono. Γραμμὴ ῥύσις στιγ- D μῆς. *Linea est fluxio puncti.* Lineam ut vere intelligamus, ponimus punctum è loco in locum moveri: ex quo imaginario motu individui infertur vestigium quoddan longum latitudine carens. Ut A ——— B. fac punctum A ex A fluere in B. vestigium relictum A B, linea appellabitur. Quia autem distantia contenta duobus punctis A & B est longitudo quædam ἀπλατὴς, dum punctum A nullo modo latitudinem potest facere; hinc dixerunt lineam nihil aliud esse quam puncti fluxum; alii definiverunt uno intervallo contentam, quia unica ratione, nimirum longitudinis, secatur & dividitur. Sextus Empiricus lib. 3. f. 87. στιγμῆς μὲν γὰρ ῥυείσης γραμμὴν γίνεσθαί φασι. *Nam si punctus quidam fluxerit, dicunt fieri lineam.* ibidem. Γραμμὴν δὲ μῆκος ἀπλατὲς, ἢ πέρας ἐπιφανείας. dicunt *lineam esse longitudinem latitudine carentem, aut finem superficiei.*

Pag. 81. σημείου] Boethius 2. 4. *Est igitur unitas vicem obtinens puncti.* Leo Baptista de Albertis στιγμὴν vocare punctum videtur, σημεῖον signum. lib. 1. de pictura. *Recta linea est signum à puncto ad punctum directe in longum protensum. Flexa est, quæ a puncto ad punctum non recto gressu, sed facto sinu fluxerit.* ibidem. *Signum hoc loco appello, quicquid in superficie ita insit,*

insit, ut possit oculo conspici. *Principio* A *novisse oportet punctum esse signum, ut ita loquar, quod minime queat in partes dividi.*

Σύνθεσις σημείων] Sextus Empiricus lib. 3. fol. 90. Ἐπιδέδεικται δὲ μήτε σημεῖον οὖσα, μήτε ἐκ σημείων σύνθετος. *Ostensum vero est*, lineam *neque esse signum, neq; ex signis compositam.* B

Ψαυστῶν] ita lege. male Regius, Ψευστῶν. Sextus Emp. 30. l. 89. Ταῦτα γὰρ τὰ σημεῖα ἤτοι ψαύοντα ἀλλήλων νοεῖται, ἢ οὐ ψαύοντα. *Hæc enim signa intelliguntur se inter se tangere, aut non tangere:* pergit ratiocinari ex thesi hac. Si inter se non tangant se, in medio intercepta locis quibusdam distinguentur: & si locis quibusdam non distinguantur, non utique facient unam lineam. Si autem intelligantur se inter se tangere, aut tota tangentur à totis, aut partes a partibus. Et si à partibus quidem tangantur partes, aut partes partium, non erunt aliquæ ex iis non suscipientes dimensionem, & carentes partibus. Nam quod in medio duorum signorum, exempli gratia, intelligitur signum, alia quidem parte tanget prius signum, alia autem A posterius: non eadem autem superficiem, diversa autem alium locum. Quo fit, ut, quod revera caret partibus, non sit idem, sed multas habens partes. Sin vero tota signa tangantur à totis, perspicuum est, quod signa continebuntur in signis, eundemque tenebunt locum; & ea ratione non erunt amplius locata per seriem, ut fiant linea.

Οὗ μέρος οὐδὲν] Euclides def. 1. l. 1. Σημεῖον ἐστὶ, οὗ μέρος οὐθέν. Punctum est, cujus pars nulla est.

Μέρος εἶναι τοῦτο] Negat Camerarius unitatem esse partem numeri; quia omnis numeri pars C etiam debet esse numerus, definit. 3. lib. 7. Euclidis. Μέρος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ὅ ἐὰν καταμετρῇ τὸν μείζονα. Verum cum numerus ex unitatibus componatur; id vero cujusque pars sit, ex quo quid componitur: dicendum partem aliquotam & per alium D quam se metientem vocari hic numerum; unitatem vere esse partem per se metientem, denominatam à numero, quem mensurat.

Pag. 82. Ἐπίπεδος] Theon Smyr-

Smyrnæus c. 18. de arithmetica. Εἰσὶ δὲ τῶν ἀριθμῶν οἱ μὲν ἐπίπεδοι, ὅσοι ὑπὸ δύο ἀριθμῶν πολλαπλασιάζονται, οἷον μήκους καὶ πλάτους. *Numeri autem plani sunt, quicunque à duorum numerorum, tanquam longitudinis & latitudinis multiplicatione producuntur.* Ad quam definitionem, quanquam cum definitione 16 lib. 7. Euclidis conveniat, celeberrimus Bulialdus bene triangulares numeros, quos Theon & Iamblichus etiam inter planos recenset, non duorum numerorum multiplicatione, sed gnomonum circumpositione produci notavit.

Διχῆ διαστατὸς] Corpus omne habet tres διαστάσεις, nimirum longitudinem, latitudinem, profunditatem. Quorum prima quidem dimensio est per longitudinem, superne deorsum: secunda autem per latitudinem, à dexteris ad sinistra; Tertia vero per profunditatem, nempe ante & retro. Adeo ut ex his tribus sex fiant dimensiones, duæ in unaquaque: primæ quidem rursum & deorsum: secundæ dextra & sinistra; tertiæ autem ante & retro. Planus ergo numerus, quia planiciei speciem præ se fert distat superne deorsum, & à dextra ad sinistram.

A

Ἐκκειμένου γὰρ ἀπὸ μονάδος] Numerus triangularis est planorum primus (quia omnis planus in trigonum resolvitur) & habet tria latera æqualia, ut

B



Nascuntur vero triangulares, si disposita naturali serie numerorum ab unitate, eaque asscripta, prioribus proxime sequens continenti serie & continua adjiciatur; ut sit naturalis series. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. Horum enim inter se additione fiunt numeri triangulares. Prima est unitas; quamvis enim ipsa actu talis non sit, potestate tamen est omnia, cum sit numerorum omnium principium: huic binarius additus efficit triangularem 3. Cui si addantur 3, fit 6. trigonus. cui quando addideris 4. summa colligitur 10. his si 5. componantur, summa erit 15. adde illis 6. colliges 21. his autem 7. additis, dantur 28. quibus appone

C

D

8. erit

Series numerorum Trigoni	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

8. erit ſumma 36. accedant his novem, ſumma ad 45 perveniet. adde poſtea 10, habebis 55. ſimiliſque in infinitum datur progreſſio. Patet vero per additionem productos omnes hos eſſe triangulares. 3. 6. 10. 15. 21. 28. 36. 45. 55.

ἴδιον μόνων τριγώνων] Unumquodque cujuſque trianguli

A (æquilateris) latus habet tot unitates, quot ſolus gnomon aſſumptus in ſe continet. Sit enim primum triangulum unitas (non actu, ſed poteſtate) & aſſumat binarium; perficiet triangulum, cujus latera ſingula tot continet unitates, quot habet aſſumptus gnomon binarius: totumque
B triangulum tot complectitur unitates, quot ſimul additi gnomones continent. Unitatis enim & binarii gnomonum ſumma 3, totumque triangulum trium eſt unitatum, & habet duas in unoquoque latere unitates, quot ſcilicet gnomones ſimul additi ſunt. Adſumit deinde triangu-
C lum gnomonem 3. qui binarium unitate ſuperat, totumque triangulum fit 6. Latera vero ſingula tot habent unitates, quot ipſum conſtat gnomonibus ſimul junctis; ex unitate enim 2. & 3. conſtat 6. Deinde 6. triangulum aſſumit 4. fit triangulum 10. unitatum, in ſingulis lateri-
D bus quatuor unitates complectens. Aſſumptus namque gnomon eſt 4. totumque triangulum quatuor conſtat gnomonibus. 1. 2. 3 4. pari modo ſequentes gnomones numeros gnomonicos abſolvunt.

Pag. 83. Κατὰ πρόθεσιν] lege, κατὰ πρόσθεσιν. Quoniam γνώμων est αὐξητικὸς, ideo in additione servat eandem polygoni speciem immutatam. Asclepius l.2. definit gnomones numeros. Γνώμονας καλοῦμεν τοὺς μετροῦντας ἀριθμοὺς, ἀμέλει ἕως τῆς νῦν πᾶν τὸ μετροῦν γνώμονα προσαγορεύομεν. *Gnomones appellamus numeros metientes; huc usque sane omnem mensuram, gnomonem appellamus.* Theon Sm. c. 23. Πάντες δὲ οἱ ἐφεξῆς ἀριθμοὶ ἀπογεννῶντες A τριγώνους. ἢ τετραγώνους ἢ, πολυγώνους, γνώμονες καλοῦνται. *Omnes vero sequentes numeri, qui trigonos vel quadrangulos, vel polygonos efficiunt, gnomones vocantur.* Ubi deprendit summus mathematicus Bulialdus, numeros unitatem sequentes & figuram aliquam constituentes, gnomones appellari, B non illos solum, qui unitatem immediate sequuntur, sed omnes, qui sese sub definita progressione arithmetica superant, & figuram aliquam absolvunt: ut patet ex subjecta tabula polygonorum.

TABULA *Polygonorum.*

Gnomones Trigonor.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Trigoni collecti.	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78
Gnomones Quadrat.	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
Quadrati collecti.	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144
Gnomon. Pentagon.	1	4	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34
Pentagoni collecti.	1	5	12	22	35	51	70	92	117	145	176	210
Gnomon. Hexagon.	1	5	9	13	17	21	25	29	33	37	41	45
Hexagoni collecti.	1	6	15	28	45	66	91	120	153	190	231	276
Gnomones Heptago.	1	6	11	16	21	26	31	36	41	46	51	56
Heptagoni collecti.	1	7	18	34	55	81	112	148	189	235	286	342
Gnomones Octogon.	1	7	13	19	25	31	37	43	49	55	61	67
Octogoni collecti.	1	8	21	40	65	96	133	176	225	280	341	408
Gnomon. Enneagon.	1	8	15	22	29	36	43	50	57	64	71	78
Enneagoni collecti.	1	9	24	46	75	111	154	204	261	325	396	474
Gnomon. Decagon.	1	9	17	25	33	41	49	57	65	73	81	89
Decagoni collecti.	1	10	27	52	85	126	175	232	297	370	451	540

Τῶν

Τῶν ἐν γεωμετρίᾳ] Gnomones numerorum dicti sunt à similitudine gnomonum circa parallelogramma positorum. Euclid. l. 2. def. 2. Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου, τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ, ἓν παραλληλογράμμων ὁποτονοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι, γνώμων καλείσθω. *In omni parallelogrammo spatio, unumquodlibet eorum, quæ circa diametrum ipsius sunt, parallelogrammorum, cum duobus complementis, Gnomon vocetur.* Belgæ vocant een Winckel-haeck, Galli *une Esquierre.* Barbari *Quadram*: *Latini normam,* Cicero l. 2. Acad. quæst. *Atqui si crederemus, non egeremus perpendiculis, non normis, non regulis.* Examinantur ad regulam longitudines, ad perpendiculum altitudines, ad normam anguli. Plin. 36. cap. 22. *Structuram ad normam & libellam fieri, & ad perpendiculum respondere oportet,* Vitruvius de propositione penultima libri I. Euclidis, cujus inventionem tribuit Pythagoræ, agens lib. 9. c. 2. *Namque,* inquit, *si sumantur regulæ tres, è quibus sit una pedes tres, altera pedes quatuor, tertia pedes quinque, hæque regulæ*

A *inter se composita tangant alia aliam suis cacuminibus extremis, schema habentes trigoni, deformabunt normam emendatam.* ibid. c. 8. *Ex media* πρὸς ὀρθὰς *erigatur, uti sit ad normam, quæ dicitur gnomon,* Hic norma est perpendiculum. Philoxeni Glossæ veteres sic jungunt: ἀκολουθία, τύπος, κα-

B λάπους, γνώμων. Hic a γνώμη derivatur; ut enim sententiæ probantur ad rationis regulam, ita anguli exiguntur ad normam. Hinc *normalis angulus* pro *recto,* Quintiliano lib. XI. *Sinistrum brachium eousque allevandum est, ut quasi normalem illum angulum faciat, super quod ora ex toga duplex*

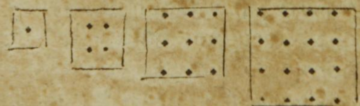
C *æqualiter sedeat.* & Columella l. 4. *Ut tanquam suppositа (ciconia) vasi ad perpendiculum normata insisteret.* Nonius de gnomone, qui agrimensoribus groma dicitur, *est mensura quædam, qua fixa viæ ad lineam dirigantur, ut agrimensorum & talium.* Gnomonici quoque & ars gnomonica a stylo in

D horologio schioterico erecto, qui vocatur γνώμων & umbræ indagator. Vitr. 1. c. 6. (nam indicat horas umbrarumque magnitudines) denominantur. Gnomones præterea sunt dentes animalium

malium indices ætatis. Budæus. *Ἀβόλους appellant, qui nondum dentes amiserunt, ætatis indices, id est γνώμονας. Sic enim appellantur à Xenoph.* & Aristoteles l. 6. c. 23. de animalibus. τοὺς δὲ γνώμονας καλοῦσι τοὺς τετάρτους. *Et dentes quartos appellant gnomones.*

Τὸν πρῶτον] Exempli gratia quartus trigonus est 10, continetq; in se primum triangulum, hoc est, unitatem. quintus est 15, amplectitur secundum triangulum, nimirum ternarium.

Τετράγωνοι φύονται] quadratus numerus planus est, quatuor angulis quatuorque æqualibus lateribus conclusus. ut,



D

Pag. 84. Κατὰ μίαν πλευρὰν] in triangularibus fiebat augmentum & gnomon circumdabatur circa unum latus, in quadrangu-

A laribus circa duo; in pentagonis circa tria, in sexagonis circa quatuor latera; ita ut in omnibus polygonis semper duo latera sint, circa quæ non ponatur gnomon, quia datâ rectâ linea trianguli æquilateri sequuntur duo latera ad eosdem angulos se tangentia vide Iamblichum.

B pag. 87.

Τοσούτων μονάδων] Quotus quisque fuerit in ordine tetragonorum quadratus, tot in quolibet latere habebit unitates. Primus vi & potestate quadratus est unitas, ideoque in quolibet latere habet unitatem. Secundus jam opere & actu quadratus,

C nimirum 4, admittit in quovis latere duas unitates. Tertius 9. descriptis per singula latera tribus unitatibus exprimitur. Quartus nimirum 16, quatuor &c. Unde constat tetragonum suo in ordine esse totum, quotum & ipsius latus:

Item

Quadrati	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Unitates cujusque lateris in serie naturali	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Impares continui sunt gnomones quadratorum	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19

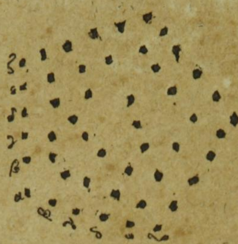
Item tot erunt in singulo cujusque quadrati latere unitates, quot fuerint numeri ad ejus constitutionem colligati, hoc est gnomones coacervati. Nam in primo quadrato, quoniam ex uno fit, unus est in latere. In

A secundo, hoc est, quaternario, quoniam ex uno & tribus procreatur, qui duo sunt termini, binario latus texitur; & in novenario, quoniam tribus numeris procreatur, latus ternario continetur.

Εἰς δύο τρίγωνα] demonstravit Euclides quadratum
B æquivalere duobus triangulis ejusdem basis lib. 1. prop. 41. Ita quoque in numeris quadrati æquant duos triangulares, ut unitas & ternarius duo triangulares componunt quadratum 4. Sic 6 & 10 triangulares quadratum 16. Sic 3 & 6. 9. Theo. Sm. cap. 28. In Geometricis autem & lineari-
C bus trianguli sunt æquales, in numeris inæquales.

Pag. 85. Δύο διαλείποντας] Theon c. 26. dicit τριάδι ὑπερέχοντας. Quales gnomones sunt 1. 4. 7. 10. 13. 16. 19. Ipsi pentagoni autem sunt 1. 5. 12. 22. 35. 91. 70. Tale vero est σχῆμα
D pentagonorum.

Pen-



Pentagonus Elemento α designatus est unitas.
Gnomone circumposito β. 4. est 5.
Gnomone circumposito γ. 7. est 12.
Gnomone circumposito δ. 10. est 22.
Gnomone circumposito ε. 13. est 35.
Gnomone circumposito ζ. 16. est 51.

Ἑξαγωνικός] sexangulorum σχῆμα est.



A Hexagonus elemento α designatus est unitas.
Circumposito gnomone β. 5. fit 6.
Circumposito gnomone γ. 9. fit 15.
Circumposito gnomone δ. 13. fit 28.
Circumposito gnomone ε. 17.
B fit 45.
Circumposito gnomone ζ. 21. fit. 66.

Hexagoni sunt plani, qui per unitates descripti sex angulis & lateribus continentur. Ut senarius punctis aut virgulis expressus, hexanguli speciem refert, sex habens latera, quorum unum
C quodque binas unitates exhibet. Quemadmodum in pentagono jungebantur numeri duobus intermissis sequentes, ternario se superantes; ita in hexagonis junguntur tribus intermissis, se quaternario transeuntes. Quotus præterea quisque hexagonus fuerit, totidem adsunt ex descri-
D ptione in singulo latere unitates. Nam primus hexagonus est unitas, solamque monadem in latere habet. Secundus est senarius, habens duas unitates: tertius 15. tres. Et in omnibus aliis polygonis locum habet hæc proprietas:

Ἑπτα-

Numerorum series	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Quatuor intermissis sequentes	1					6					11					16
Heptagoni	1						7				18					34
Quinque intermissis sequentes	1						7						13			
Octogoni	1							8					21			
Sex intermissis sequentes	1							8							15	
Enneagoni.	1								9						24	

A Ἑπταγωνικός] heptagoni procreantur, si quatuor prætermittantur; octogoni, si quinque. Enneagoni si sex: & generaliter crescente continue unius summa intermissionis numero, ex relictorum collectione continenti serie procreabuntur numeri plani.

Pag. 86. Τετράγωνος δὲ περιοσῶν μόνων] circum omnes
B quadratos semper circumponitur impar gnomon: quia quadratorum latera, sive pares sive impares numeros possideant, bina habent imparem numerum, propter angularem ad utrumque latus pertinentem. Hinc
C factum est, impares numeri appellarentur gnomones: Philoponus. Καὶ οἱ ἀριθμητικοὶ δὲ γνώμονας καλοῦσι πάντας τοὺς περιττοὺς ἀριθμούς. *Et Arithmetici vero gnomonas appellant numeros impares omnes.* Simplicius in Phys. lib. 3. hoc attribuit Pythagoreis. Γνώμονας δὲ ἐκάλουν τοὺς πε-
D ριττοὺς οἱ Πυθαγόρειοι, διότι περιτιθέμενοι τοῖς τετραγώνοις, τὸ αὐτὸ σχῆμα φυλάττουσι, ὥσπερ καὶ οἱ ἐν γεωμετρίᾳ γνώμονες. *Gnomonas autem vocabant impares (numeros) Pythagorei, quoniam adje-*

adjecti quadratis eandem figuram servant, quemadmodum gnomones in Geometria. Themistius ad eundem Aristotelis librum. Διὰ τοῦτο γνώμονας καλοῦσι οἱ Ἀριθμητικοὶ τοὺς περιττοὺς, ὅτι φυλάττουσι τὸ εἶδος τοῦ τετραγώνου. *Propterea gnomonas vocant Arithmetici numeros impares, quod speciem quadrati retineant.* Aristoteles in tertio physicæ auscultationis. Καὶ οἱ μὲν τὸ ἄπειρον εἶναι τὸ ἄρτιον. Τοῦτο γὰρ ἐναπολαμβανόμενον, καὶ ὑπὸ τοῦ περιττοῦ περαινόμενον, παρέχει τοῖς οὖσι τὴν ἀπειρίαν. σημεῖον δὲ εἶναι τούτου τὸ συμβαῖνον ἐπὶ τῶν ἀριθμῶν. Περιθεμένων γὰρ τῶν γνωμόνων περὶ τὸ ἓν καὶ χωρὶς, ὁτὲ μὲν ἄλλο ἀεὶ γίγνεσθαι τὸ εἶδος ὅτε δὲ ἕν. *Porro illi par infinitum esse dicebant, quod comprehensum definitumque ab impari, hisce, quæ sunt, infinitionem præbet : Ejusce argumento & id nobis est, quod in numeris accidit, nempe cum gnomones & normæ circa unum & seorsim adjiciuntur, nunc quidem alia semper fit species, nunc contra una.* Nam impares numeri quadratis circumpositi, numerum augent, sed speciem non mutant, verum

A quadratum relinquunt. In nulla autem polygonorum figura gnomones sunt semper pares: Sed impares vel semper vel alternatim

Πάντων λόγους] Hinc unitatem vocarunt πανδοχέα. quemadmodum hospes ¦ omnes admittit: sic illa suscipit in se omnium rationes & formas.

B Pag. 87. Πρῶτον εὐθύγραμμον] Boethius. 2. c. 6. *Latitudinis & superficiei Solus ternarius principium. In Geometrica quoque idem planius invenitur. Duæ enim rectæ lineæ spatium non continent.* ibid. c. 19. *Videsne igitur, ut primus omnium triangulus cunctorum summas efficiat, & omnium procreationibus*

C *misceatur.* c. 19. ibidem. *Perfecte demonstratum est omnium formarum principium elementumque esse triangulum.* Hinc Pythagorei ternarium vocarunt primam latitudinem. Simplicius de anima. lib. 1. Καὶ ἐκάλουν, ὡς ἐκ τῶν ὑπ' Ἀριστοτέλους λεγομένων τεκμαίρεσθαι,

D τὴν δυάδα πρῶτον μῆκος. Οὐ γὰρ ἁπλῶς Μῆκος, ἀλλὰ τὸ πρῶτον, ἵνα τὸ αἴτιον σημαίνωσιν. Ὡσαύτως δὲ καὶ πρῶτον πλάτος τὴν τριάδα. *Ac vocabant* Pythagorei, *ut ex iis, quæ sunt dicta*

ab

ab Aristotele, possemus conjicere, binarium numerum longitudinem. Neque enim simpliciter longitudinem, sed primam; uti causam indicarent. Eodem modo quoque primam latitudinem ternarium dicebant. A

Δυνάμει τρίγωνος] Boethius l. 2. c. 8. *Ut hac* (unitas) *vi sua triangulus sit, non etiam opere atque actu.* B

Ἐνεργείᾳ πρῶτος] Boethius lib. 2. cap. 8. Ternarius primus & opere & actu ipso triangulus.

Polygonorum descriptione] Polygonorum numerositatem in inferiore descriptione posui quia oculis subjecta melius retinetur. C

Pag. 88. Ὡρισμένων] auctor hic usque ad pag. 96. demonstrat proportionem cujusque polygoni & laterum mutandorum.

Ἐπὶ μὲν τριῶν] in tribus est aliquid definitum.

Ἐπὶ δὲ τὸ τέταρτον] quia sexanguli gnomon continet quatuor latera. D

Pag. 97. Ἑπταγώνου] Gnomones heptagonorum desinunt omnes in unitatem vel senarium. ut 1. 6. 11. 16. 21. 16. 31. vide supra tabulam polygonorum gnomonum.

Non omnes trianguli sunt hexagoni] dispositaj enim serie trigonorum ab unitate, tertius isque uno intermisso continenter hexagonus est; ut videre est in sequenti descriptione.

Series trigonorum	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91
Hexagoni			6		15		28		45		66		91

Τέλειοι ἅμα καὶ τρίγωνοι] ut sexagoni 6. & 28. sunt simul perfecti numeri & triangulares.

Ἄρτιοι] pentagoni 5. 12. 22. 35. expositi habent in medio duorum imparium 5. &. 35. pariter imparem 22. & impariter parem 12.

Παρακολουθήματα] sunt B consequentiæ ex priore propositione deductæ, Euclides vocat πορίσματα, collecta ex demonstratione alicujus theorematis. Iamblichus pag. 52. Ἐνοψόμεθα πολλά τε ἄλλα τερπνὰ ἐπακολουθήματα, καὶ γλαφυρίαν ποικίλην. pag. 147. Καὶ πλέονα δ' ἄν τις εὕροι παρακολουθήματα C γλαφυρά.

Συντείνοντα ἑαυτόν] qui omnes vires, nervos & cogitationes intendit, ad nova inventa afferenda, sic pag. 126. Τῶν κατὰ τὸ φιλοθεωρεῖν συντεινόντων ἑαυτοὺς ἐπὶ τὴν ἀνεύρεσιν τῶν συμβεβηκότων τοῖς ἀριθμοῖς.

Pag. 98. Δεύτεροι] Secundi polygoni sunt 6. 9. 12. 15. 18. 21. superparticulares, & habent pro differentia ternarium.

Τρίτοι] Tertius polygonorum στίχος vel versus 10. 16. A 22. 28. 34. 40. continet superpartientes, senario differentes.

Σύστημα) Tetragoni qui sub triangulis sunt naturali ordinatione dispositi, ex superioribus triangulis procreantur, illorumque combinatione componitur quadrati figura.

Trianguli	1	3	6	10	15	21	28
Quadrati	1	4	9	16	25	36	49

Nam 4. quadratus ex 3 & 1. 9 ex 3. & 6. triangulis. At 16. ex 6 & 10. Sic 25 ex 10 & 15. triangulis D componitur ; idemque in sequenti ordine quadratorum constans invenietur.

Πεντάγωνος) dicit pentagonum componi quemque ex triangulo sui ordinis, & binis triangulis cominus sequentibus dictum triangulum, ut

Pen-

Trianguli	1	3	6	10	15
Pentagoni		5	12	22	35

Pentagonus 12. componitur ex triangulo ſui ordinis 6. & illum proxime ſequenti 3. triangulo duplicato. Sic 22. ex 10. & bis 6. 35 ex 15. & bis 10. Sed melior & facilior ratio Boethii, ut ex tabula apparet:

Trianguli	1	3	6	10	15	21	28
Quadrati	1	4	9	16	25	36	49
Pentagoni	1	5	12	22	35	51	70
Hexagoni	1	6	15	28	45	66	91
Heptagoni	1	7	18	34	55	81	112
Octogoni	1	8	21	40	65	96	133
Enneagni	1	9	24	46	75	111	154
Decagoni	1	10	27	52	85	126	175

ſi dicamus pentagonorum ſummas confici ex uno ſuper ſe tetragono & altrinſecus triangulo conſtituto. Nam 5. pentagonus ex 4. tetragono ſuper ſe poſito. A & ex uno qui in triangulorum ordine ponitur, congregatur. 12. ex novenario & 3. Secundo triangulo naſcitur. Sic 22. ex 16. & 6. & 35. ex 25. & 10.

Pag. 99. Ἑξάγωνος] Hexagonus componi dicitur ex triangulo ſui ordinis, & ter antecedente. ut 6. ex 3. & ter 1. 15. B ex 6. & ter 3. ſic 28. ex 10 & ter. 6. Brevius à Boethio docemur hexagonos ex pentagonis ſuper ſe poſitis & triangulis præcedentis verſus procreari. ut 6. ex pentagono 5. & uno, qui in triangulorum ſerie diſpoſitus eſt, naſcitur. ſic 15. hexagonus ex 12. pentagono, & 3 triangulo C coacervatur.

Pag. 101. Ὡς ἐν ἐπιδρομῇ] breviter, tanquam in tranſitu. Ὡς ἐν παρόδῳ, auctori frequens pag. 163. Διόπερ ἐν ἐπιδρομῇ ῥητέον περὶ αὐτῶν. pag. 172. Τὰ νῦν δὲ ὡς ἐν ἐπιδρομῇ θεωρητέον ἐπ᾽ ἀριθμῶν τοὺς εἰρημένους λόγους D Seneca epiſtola 2. *Nihil eſt, quod in tranſitu juvet.* epiſt: 40. *Quis medicus ægros in tranſitu curat?*

Ἐπὶ τοσοῦτον] Sic ſemper claudit finem operis. pag. 130. Καὶ τοσαῦτα μὲν ἡμῖν περὶ τῶν τοῖς ἐπιπέδοις ἀριθμοῖς συμβεβηκό-

βηκότων ἱερῆσθαι.

Pag. 102. Ἐπιπέδων]. Boethius prius egit de solidis; sed quoniam altera parte longiores proprie pertinent ad planos, satius à Iamblicho præponuntur solidis.

Τῶν περὶ Πυθαγόραν] quanquam dici pro ipso Pythagora (ut pag. 11. οἱ περὶ Ἵππασον ἀκουσματικοὶ Bulialdus explicat *Hippasus acusmaticus*) sit probatum; quia tamen sequentia plurali numero efferuntur, intelliguntur ejus discipuli. Boethius. 2. c. 27. *Pythagoram vel ejus sapientiæ heredes.* Iamb. p. 155. Ἐνομίσθη ὑπὸ τῶν περὶ Πυθαγόραν. Vocantur & οἱ ἀπὸ Πυθαγόρου, pag. 116. ἴσην καὶ δίκαιον οἱ ἀπὸ Πυθαγόρου ἐκ τοῦ συμβαίνοντος ἐκάλουν. Theon. c. 4. Οἱ δὲ ἀπὸ Πυθαγόρου φασί,

Pag. 103. Ἕνωσις τῶν διχοφωνεόντων] Summa providentia hujus universi concordiam ex discordibus seminibus concinnavit: elementa cum sint inter se contraria; gravia cum levibus, frigida cum calidis, humida cum siccis pugnent; omnia tamen ita pulchre sunt disposita & temperata, ut in mundi tutelam conspirent. Lactantius l. 2. c. 9. *Unde & Philosophi quidam & poetæ discordi concordia mundum constare dixerunt.* Horatius l. 1. epist. 12. v. 19. *Quid velit & possit rerum concordia discors.* Hinc Empedocles rerum principiis adjungebat amiciciam & litem. Diogen. Laert. l. 8. Amicitia dicebatur vinculum, quo pugnantia inter se mutuo amore jungerentur. Proclus in Timæum lib. 3. Πατρικὸς νόος αὐτογένεθλος πᾶσιν ἐνέσπειρεν δεσμὸν πυριβριθῆ ἔρωτος, ὄφρα τὰ πάντα μένῃ χρόνον ἐς ἀπέραντον ἐρῶντα, μηδὲ πέσῃ τὰ πατρὸς νοερῶς ὑφασμένα φέγγη. *Mens patris, ex se ipsa genita, omnibus indidit vinculum amoris ardentis, ut omnia in æternum amore mutuo nexa perdurent, & haudquaquam opera, quæ pater mente fabricatus est, pereant, per discordiam vero elementa dissident, ut canit idem Empedocles.*

Ἄλλοτε μὲν φιλότητι συνερχόμεν εἰς ἓν ἅπαντα.

Ἄλλοτε δ' αὖ δίχ' ἕκαστα φορεύμενα νείκεος ἔχθει.

Nonnunquam connectit amor simul omnia, rursus

Nonnunquam sejuncta jubet contentio

centio ferri.

Sic omnia naſcuntur. Ovidius 1.met. *Discors concordia fœtibus apta eſt.* Sic denique omnia conſtant: *Quibus* (ut ait Apulejus) *illud ſimile ſatis faciet, cum in urbe ex diverſis & contrariis corporata rerum inæqualium multitudo concordat.* Hujus diſcordis concordiæ exemplum, ut taceam varias regiminum formas & artes, vel in ſola Muſica videre eſt. Quanquam enim canentium voces & ſoni ſint diverſi; ad certos tamen modos & numeros præeuntis magiſtri formati edunt harmoniam. Ovid. 10. Met. *Et ſenſit varios, quamvis diverſa ſonarent concordare modos.*

Macrobius lib. 1. Saturnal. *Vides quam multorum vocibus chorus conſtet, una tamen ex omnibus redditur. Aliqua eſt illis acuta, aliqua gravis, aliqua media. Accedunt viris fœminæ, interponitur fiſtula. Ita ſingulorum illic latent voces, omnium apparent.* Apulejus de mundo. *Sic totius mundi ſuorum inſtantia initiorum inter ſe impares conventus, pari nec diſcordante concentu Natura veluti Muſicam temperavit.* Columella. *Ubi certis numeris ac pedibus velut facta conſpiratione conſenſit atque concinuit*

A *(chorus) & ejuſmodi vocum concordia non ſolum ipſis canentibus amicum quiddam & dulce reſonat, verum etiam ſpectantes audienteſque latiſſima voce permulcentur.*

Ἕνωσιν) ita muſicam & in præfatione Theonis definiunt Pythagoræi. Καὶ οἱ Πυθαγορικοὶ δὲ, οἷς πολλαχῇ ἕπεται Πλάτων,
B τὴν μουσικὴν φασιν ἐναντίων συναρμογὴν, καὶ πολλῶν ἕνωσιν, τῶν δίχα φρονούντων συμφρόνησιν. *Pythagorici quoque, quos ubique ſequitur Plato, definiunt Muſicam, contrariorum aptam compoſitionem, multorumque adunationem & diſſentientium conſenſum.* Quæ defi-
C nitio & apud Aſclepium l. 1. in Nicomach. Ὅτι δὴ ἡ ἁρμονία ἐξ ἐναντίων σύγκειται, οἱ πυθαγόρειοι δηλοῦσι. Φασὶ γὰρ ὅτι ἁρμονία ἐστὶ πολυμιγέων, ἡ διχαφρονεόντων ἕνωσις *Harmoniam ex contrariis conſtare Pythagorici oſtendunt: dicunt enim, Harmoniam eſſe u-*
D *nionem mixtorum & diſſentientium.*

Ἐναντιότητα) Idem & alterum, unum & multa, verum & diſſimile e diametro ſunt contraria; quodque illis, quæ identitatis, unitatis, & immutabilitatis recipiunt naturam, ad ea ipſa ana-

analogum respondensque fuerit, id ad æqualitatem ejusce quædam imitatio & ad veritatem similitudo est.

στάσιν ἔχειν) non posse mutare vel minuere vel augere. Theon. c. 3. μονὰς μόνη ϗ στάσιν λαμβάνει. Boethius 2. cap. 28. *A quantitate sua is, quem multiplicat, numerus non recedit, quod circa alium numerum non potest inveniri.*

pag. 104. Περισσοὶ) Boethius *Quare dicendum est, imparem numerum ejusdem atque in sua se natura tenentis immutabilisque substantiæ esse participem, idcirco quod ab unitate formetur; parem vero alterius plenum esse naturæ, idcirco quod à dualitate completur.*

Τοῖς τετραγώνοις) Omnis inæqualitas ab æqualitate ducit originem, atque ideo quadrati & altera parte longiores ad idem suæ orginis principium adducuntur, sed diversa ratione. Nam quadrati ab identitate pendent ut iidem, ab æqualitate ut æquales, ab immutabili ut immutabiles, à vero ut similes. Altera vero parte longiores contra ab identitate sunt ut alteri, ab æqualitate ut inæquales, ab im-

A mutabilitate ut mutabiles, à veritate ut dissimiles.

Ἄυτη] scilicet binarius. Boethius. 2. 28. *Paris vero ordinis binarius numerus princeps est, quæ dualitas cum in eodem ordine paritatis sit, tum principium totius est alteritatis.* c. 27. ibidem. *Argumentum est autem alteritatem in binario nu-*
B *mero juste constitui, quod non dicitur alterum nisi e duobus, ab his, in quos bene loquendi ratio non negligitur.* Statim Iamblichus. Ἡ συνήθεια τὸ ἕτερον ἐπὶ δυοῖν λέγει. Quod autem alteritas significet mutabilitatem & contrarietatem, videre est in ejus derivatis *alterare*
C *& altercari.*

Pag. 105. Δύο στοιχείων] Sextus Empiricus de numero. f. 424.. Δύο ἦν τῶν ὄντων ἀρχαὶ, ἥτε πρώτη μονὰς, ἧς κατὰ μετοχὴν πᾶσαι αἱ ἀριθμηταὶ μονάδες νοοῦνται μονάδες Καὶ ἀόριστος δυὰς, ἧς κατὰ μετοχὴν αἱ ὡρισ-
D μέναι δυάδες εἰσὶ δυάδες, ϗ ὅτι ταῖς ἀληθείαις ἄυται εἰσι τῶν ὅλων ἀρχαὶ, ποικίλως οἱ Πυθαγορικοὶ διδάσκουσι. *Duo ergo sunt rerum principia; primum unitas, & cujus participatione omnes numerabiles intelliguntur unitates: & inter-*

interminatus binarius, ex cujus participatione sunt omnes terminati binarii. Quod autem hæc sint revera principia universorum, varie docent Pythagorei. E re Republica literaria est, si asscribam partem literarum, quas olim mihi misit acutissimus Philosoph. Ioannes Claubergius:

Error ille est plurium & veterum & recentiorum, quod sæpius imbuunt doctrinas suas opinionibus quibusdam & conceptibus propriis, quos potissimum in admiratione habent, ut egregie observat illustris Bacon de Verulam. l. 1. de Augmento scient. Ita Gilbertus Anglus ex magnete, Chymici ex suis distillationibus novam eliciunt Philosophiam. Sic Cicero cum varias opiniones de natura animæ recensens, tandem in Musicum incidisset, qui animam harmoniam esse statuebat, facete subjungit. Hic ab arte sua non recessit. *Ita Pythagoras numerorum naturam & rationes præcipue admiratus fuit, atque inde totam Philosophiam derivare studuit, saltem numerum doctrinæ suæ passim immiscuit. Cujus rei documenta sunt apud Macrob. in somn. Scip. l.* 1. *c.* 6. *& sunt in Platonis Philosophia, præsertim in ejus Timæo. Hinc illa sententia, quæ numeris Rerumpub. mutationes transscribit, de qua Politici. Hinc categoriarum numerus denarius. Quid cætera? Illustre exemplum est illud, quod affers e Jamblicho (pag.* 11. *) ubi numerum describit Pythagoras* τὸ πρὸ πάντων, &c. *Quamvis autem in Philosophia non soleam curiose inqui-* A *rere, quid alii senserint, dummodo quid ipsa rerum argumenta nos sentire jubeant, non ignorem, & in præsenti re tuum, vir clarissime, probem judicium, doctrinas Pythagoreorum esse ænigmata, quod illo proverbio* Numero platonico *exprimere liceat, allata tamen numeri definitio commodam hanc interpretationem admittit : quod vocabulo numeri intelligere possimus ideas & exemplaria rerum creandarum, quæ fue-* B *runt ab æterno in mente Dei, & secundum quæ Deus in tempore omnia fecit & coagmentavit. Nam haud aliter ac sapiens architectus formulam ædificii exstruendi mente prius concipit, Deus ab æterno rerum omnium, quas producere decreverat, mente concepit exemplaria vel prototypa. Ejusmodi rerum ideæ possunt dici numerus, ob rerum, quas repræsentant, multitudinem, & quia omnis rerum distinctio* C *ab illis pendet. Eodem sensu dicuntur & Mundus intelligibilis atque archetypus, utpote qui universale exemplar est totius hujus mundi sensibilis. Ipsisque Pythagoreis numeri alii sunt primi & exemplares, alii secundi & rebus accommodati sensibilibus; quæ distinctio numeri vocabulis abstracti & concreti vulgo effertur. Tales ideæ fuerunt ante omnia & exstiterunt ab æterno in mente Dei, a qua non dif-* D *ferunt nisi ratione & relative ad res creatas. Quæ constans est Theologorum & Philosophorum sententia. Omnis enim causa intelligens secundum ideas mente conceptas operatur : secundum illas ideas omnia sunt ordinata, composita, digesta; ut bene in definitione ponat illud* συντέτακται. *CL. D.*

Hundius, cui jam adfui, plurimum te salutat. Affectum nostrum, ubi dabit occasio, tibi demonstrabimus. Vale vir clarissime & salve. Duisburgi. 10. *Aprilis.* 1663.

Συστείλαντες] συστέλλειν τὸ ὄνομα est quadratos, qui latera & angulos æquales habent nomine uno appellare quadragonos.

Εὐκλείδης] Euclides lib. 7. B definit solum planum quadrangularem rectangulum, & planorum nomine complectitur omnes quadratos, antelongiores, & altera parte longiores.

θεωρίας] In Regio Mſ. est legitque Bulialdus ἱστορίας. pag. 127. Πολλὰ ἄλλα τοιαῦτα δι' ἑαυτῶν προθυμηθέντες εὑρήσομεν, καὶ ὑπ' ἄλλων ἐκπεπονημένα ἱστορῆσαι δυνησόμεθα. Locum præsentem sic vertit Bulialdus. *Quod iterum non animadvertens Euclides explicationis diversitatem & varietatem confudit: putavit quippe altera parte longiorem numerum esse prorsus eum, qui producitur ex duorum inæqualium numerorum multiplicatione, nulla distinctione posita inter istum & oblongum. Quod si quis ei concesserit, eveniet, contraria quæ simul consistere nequeunt, in eodem subjecto reperiri;*

A *Illius enim definitio tam quadratos numeros, quam altera parte longiores comprehendit.*

pag. 106. λς´] 36 numerus, quatenus componitur ex quatuor novenariis, est antelongior, sive mavis, prolongus, non altera parte longior. Boethius. *Si vero aliquo numero, ut ter septem, vel ter quinque, vel aliquo modo alio, & non eorum latera sola discrepent unitate; non vocabitur hic numerus parte altera longior, sed antelongior.* Planorum latera si nullo discrepant, numeri hi dicuntur quadrati; si discrepant sola unitate, sunt altera parte longiores; si non sola unitate sed alio aliquo
C numero, antelongiores. Theon. cap. 17. Ita definit, ut omnis ἑτερομήκης sit etiam προμήκης. sed non vice versa. Προμήκης δὲ ἐστιν ἀριθμὸς, ὁ ὑπὸ δύο ἀνίσων ἀριθμῶν ἀποτελούμενος ὡντινωνοῦν, ἢ μονάδι ἢ δυάδι, ἢ καὶ πλείονι τοῦ
D ἑτέρου τὸν ἕτερον ὑπερέχοντος. *Oblongus vero numerus est, qui sub duobus quibuslibet numeris inæqualibus comprehenditur, quorum alter alterum sive unitate, sive binario, sive majore numero superat.* Ex qua definitone colligitur προμήκης esse

no-

A nomen generis, tres ſpecies continentis : quorum prima eſt altera parte longior, qui audit προμήκης, quia unum latus altero longius habet. ſecunda eſt, numerus ex diverſa multiplicatione ortus, in quo unum latus alterum & unitate & majore numero ſuperat. Veluti 12. B Eſt enim ille numerus compoſitus ex ter quatuor, & ex bis.6. Ita ut ratione laterum 3. & 4. ſit altera parte longior, at ratione

ἑτερομήκης   προμήκης

• • • •   • • • • • •
• • • •   • • • • • •
• • • •

2. & 6. ſit oblongus. Tertia ſpecies C oblongorum, quando juxta omnes multiplicationis habitudines unum latus altero majus eſt quam unitate. Ut 40. qui numerus multiplicatur ex quinquies 8. quater 10. bis 20. Porro idem numerus poteſt dici tetragonus & altera parte longior, ſecundum diverſas ex deſcri- D ptione contractiones. Nam 16. ſi ex deſcriptione ita contrahis, ut in ſingulo quoque latere ſint quatuor unitates, refert tetragoni formam : ſi in latitudine octo fuerint unitates, in longitudine ſolum duæ (namque ex

τετράγωνος   ἑτερομήκης

• • • •   • • • • • • • •
• • • •   • • • • • • • •
• • • •
• • • •

binarii ductu in 8 prodeunt 16) erit antelongior : ergo quadrati ποτὲ συγχυθεῖον.

Ἑ̃ις παρ᾽ ἕνα] altera parte longiores & quadrati ab ipſa natura ſunt alternatim ordinati, 2. & 6. altera parte longiores omittunt 4. quadratum. 4. & 9. quadrati continue ſequentes altera parte longiorem 6. tranſiliunt.

pag. 107. ὕσπληγα] Hæc ita reddit Bulialdus : *Præbet ſe unitas carcerem & metam in ſingulis compoſitionibus : ab ipſa enim incipit progreſſio in generatione ſingulorum quadratorum, veluti à carceribus ad flexum uſque curſus, latus ſcilicet quadrati numeri efficiendi, & rurſus in ipſam fit reditus.*

ὕσπληξ vel ὕσπληγξ] proprie eſt ſcutica, qua ſues aguntur & verberantur : hic autem pro carceribus ponitur, unde dimittuntur curſores vel equi, poſtquam flagelli ſonitum audiverunt. Flagello enim datum certaminis ſignum à maſtigonomis docemur ex 5. Æneid. 579.

Postquam omnem læti consessum oculisque sucrum
Lustravêre in equis, signum clamore paratis
Epitydes longe dedit insonuitque flagello.

Νύσσαν] hoc est, metam. Solebant equos suos νύττειν & illis stimulum addere, cum circa metam acti tenderent iterum ad carceres. Pausanias l. 6. f. 368. Ἡ δὲ ἵππος ἡ τοῦ Κορινθίου Φειδώλα, ὄνομα μὲν (ὡς οἱ Κορίνθιοι μνημονεύουσιν) ἔχει Αὔρα, τὸν δὲ ἀναβάτην ἔτι ἀρχομένου τοῦ δρόμου συνέπεσεν ἀποβαλεῖν αὐτὴν, καὶ οὐδέν τι ἧσσον θέουσα ἐν κόσμῳ περί τε τὴν νύσσαν ἐπέστρεφε, καὶ ἐπεὶ τῆς σάλπιγγος ἤκουσεν, ἐπετάχυνεν ἐς πλέον τὸν δρόμον, φθάνει τε δὴ ἐπὶ τοὺς Ἑλλανοδίκας ἀφικομένη καὶ νικῶσα ἔγνω, καὶ παύεται τοῦ δρόμου. *Phidolæ Corinthii equa, ut memorant Corinthii, vocata fuit Aura: hac ab ipsis statim carceribus sessore suo collapso, cursum pristinum nihilominus, ac si rectorem haberet, retinuit, & circa metam se convertit; audito vero tubæ sonitu ad cursum*

A *concitata est vehementius, cumque ad ludorum præfectos antevertisset, jam victoriæ se quasi compotem intelligens constitit.* Solent hinc similitudines peti, ut qui dimidium operis peregissent, & ad finem tenderent, egisse currum circa metam dicebantur. Iustinus l. 12. c. 10 *Ac veluti curru circa metam acto, secundo æstu*
B *ostio fluminis invehitur.* Item interius flectere, qui progredi cavent pericula. Seneca de tranquill. an. c. 9. *Non in cursu tantum circique certamine, sed in his spatiis vitæ interius flectendum.* & Horatio, *optatam metam contingere*, est implevisse id, quod agis. Τὸ γιγνομένον πεπληρωκέναι.

C Δίαυλον] δίαυλος, inquit Eustathius τὸ διατεταμένον εἰς εὐθύτητα σχῆμα ὁ ποῖον τὸ στάδιον. Αὐλὸς γάρ φησι, πᾶν τὸ στενὸν, ὅθεν καὶ ἔναυλοι στενοὶ ποταμοὶ, τοιοῦτον δέ τι καὶ οἱ αὐλῶνες. Faber l. 2. c. 34. agon. definit, geminum cursus ad ean-
D dem stadii partem retracti spatium; ita ut meta non sit finis, sed medium cursus: quod convenit unitati in compositione quadratorum ex numeris consequentibus. Si enim constituere velim qua-

quadratum, cujus latus habeat quinarium; expono continuos ab unitate tanquam carceribus 1. 2. 3. 4. 5. conficio 15. Sed quoniam 5 latus erat pro meta, retrogredior a quinario ad unitatem 4. 3. 2. 1. qui reddunt 10. Sed 10 & 15 colligunt 25 quæsitum quadratum. Quadratum ergo conficitur progrediendo ab unitate ad latus, à latere ad unitatem, quemadmodum cursus à carceribus ad metam, & à meta ad carceres. Vitruvius l. 5. c. 11. *Duorum stadiorum habeant ambulationis circuitionem, quod Græci vocant* δίαυλον.

Καμπτῆρος] καμπτὴρ. idem quod νύσσα, locus, ubi sunt metæ; & flexus in curriculis circensibus, quod verbum Romana civitate donavit Pacuvius apud Nonium. *Extremum intra Camptērem ipsum prægradat Parthenoреum.* Non solum autem Iamblichus verum etiam. Philo de plantatione Noe f. 225. numeros assimilat stadii partibus. Παρ' ὃ καὶ τίνες οὐκ ἀπὸ σκοποῦ βαλβῖδι μὲν μονάδα, καμπτῆρι δὲ εἴκασαν μυριάδα, τοὺς δὲ μεθορίους πάντας ἀριθμοὺς τοῖς δρόμον ἀγωνιζομένοις. Ἀρχό- A μενοι γὰρ ὥσπερ ἀπὸ βαλβῖδος φέρονται μονάδος, περὶ δὲ μυριάδα τὸ τέλος ἵστανται. *Quapropter nonnulli haud temere unitatem conferunt cum carceribus, cum meta vero decem millia; cæteros omnes numeros, qui sunt in medio spatio, cum cursu certantibus. Incipientes enim ab unitate tanquam à carceri-* B *bus, in decem millibus finem statuunt.* Pollux βαλβῖδα vocat locum utrumque & unde cursus initur, & in quo definit.

Pag. 110. ἰσάκις ἴσοι) sunt quadrati. Theon. c. XI. Ἐπειδὰν γὰρ ἴσος ἐπὶ ἴσον πολλαπλασιασθεὶς γεννήσῃ τινὰ ἀριθ- C μόν, ὁ γεννηθεὶς ἰσάκις τε ἴσος καὶ τετράγωνός ἐστιν, ὡς ὁ δ΄, ἔστι γὰρ δὶς β΄. καὶ ὁ θ΄ ἔστι γὰρ τρὶς τρία. *Quando enim æqualis in æqualem multiplicatus numerum aliquem produxerit, productus æqualiter æqualis est, & quadratus, qualis est 4. bis enim duo 4. Novenarius item* D *quia ex ter tribus fit.*

Εἶδος καὶ ὕλης] Boethius 2. 31. *Dicunt enim omnes omnium rerum substantias constare ex ea, quæ propria suaque semper habitudinis est, nec ullo modo permutatur, & ea scilicet natura, quæ variabilis motus*

est sortita substantiam. c. 32. *Et Plato quidem in Timæo ejusdem naturæ & alterius nominat, quicquid in mundo est, atque aliud in sua natura permanere putat individuum inconjunctumque & rerum omnium primum; alterum divisibile, & nunquam in proprii statu ordinis permanens.*

μηκῶν τοῦ ἀριθμοῦ] h. e. numerorum in longitudinem expansorum. Tota integraq; numerorum substantia ex duabus naturis coalita est; quarum altera eadem, similis consentiensque est sibi, altera mutationi subest: Quia in numerorum congerie primum occurrunt unitas & dualitas. Unitas est ejusdem naturæ, semper similis & consentiens: dualitas autem, quæ prima ab unitate discedit, & altera est, est alteritatis & alterius naturæ principium. Cæterum ab unitate impares formati sunt, qui ipsius naturam & speciem referunt: dualitatis contra formam & impressionem pares præ se ferunt. Sed ex pari & impari integrum numerorum corpus absolvitur, quia quisque numerus par aut impar sit necesse est.

Pag. 111. Ἑνοποιεῖν] forte εἰδοποιεῖν. Unitati enim forma,

A ut dualitati materia asscribitur.

Ἡ δὲ δυὰς μερίζειν] optime in hac rem disputat Philo de specialibus legibus. fol. 805. Ἑπόμενος δ' ἀκολουθίᾳ φύσεως κἀκεῖνο λέξω, ὅτι μονὰς μέν ἐστιν εἰκὼν αἰτίου πρώτου, δυὰς δὲ παθητῆς καὶ διαιρετῆς ὕλης.
B ὅς αὖ οὖν δυάδα πρὸ μονάδος τιμήσας δεξιώσηται, μὴ ἀγνοείτω ὕλην ἀποδεχόμενος μᾶλλον ἢ θεόν. *Addam & illud naturam secutus, unitatem esse primæ causæ, sive primi autoris imaginem; dualitatem vero passibilis & divisibilis materiæ. Quisquis igitur dua-*
C *litatem pluris quam unitatem faciens arripuerit, sciat se Deo præferre materiam.*

Τῆς ὕλης] Hujus Platonici dogmatis parentem autumant Hesiodum, v. 116. de gener. Deor. qui cecinit: Ἤτοι μὲν πρώτιστα χάος γένετ', αὐτὰρ ἔπειτα Γαῖ' εὐρύστερνος, πάντων
D ἕδος ἀσφαλὲς αἰεί.

Principio chaos est genitum, mox deinde patentis
Telluris spatia & molis fundamina tantæ.

Primo enim materiam rudem illam productam, deinde Deos geni-

genitos. cum quo fecit Naso principio metamorphoseos. Imo omnis fere secta ex materia compositum & ordinatum mundum asseruit. argumentum hujus opinionis est apud Philonem περὶ ἀφθαρσίας κόσμου. f. 939. Ἐκ τοῦ γὰρ οὐδαμῇ ὄντος ἀμήχανόν ἐστι γενέσθαι τι *Nam ex non existente impossibile est quicquam fieri.*

pag. 112. Ἀνεπίδεκτος οὖσα τῆς ἐπανόδου] in quadratis unus erat καμπτὴρ ut in 1. 2. 3. 4. 5. 6. ultimus 6. latus, & fiebat reditus ad unitatem usque. Nam 1. 2. 3. 4. 5. 6. & 5. 4. 3. 2. 1. faciunt quadratum 36. Sed in altera parte longioribus sunt καμπτῆρες, ut 1. 2. 3. 4. 5. 6. latera 5. & 6. sunt καμπτῆρες, & reditus fit tantum ad binarium. Nam 1. 2. 3. 4. 5. 6. & 4. 3. 2. faciunt 30. numerum altera parte longiorem.

pag. 114. Οὐ λύεται] Aliud est resolvi, aliud dividi. Senarius dividitur in 2. & 3, resolvitur in 5. & 1. 4. & 2. 3. & 3.

pag. 115. Δικαίαν δυάδα] Hinc Aristoteles Ethic. 5. cap. 7. τὸ δίκαιον deducit ἀπὸ τοῦ δίχα q. d. δίχαιον, quod in duas æ-
A quales partes rem scindat, neutri parti plus minusve rata portione tribuens. Martianus Capella l. 7. *In bonis vero eadem dyas est Iustitia; quod duobus æquis gaudeat pariter ponderatis.* Auctor Theologumenor. Ἀπὸ δὲ τῆς εἰς δύο τομῆς Δίκη. *A sectione vero in duo justitia.* Hinc διαίρεσις & διά-
B κρισις etiam binarius dicebatur.

Ἴσην] Auctor Theolog. Δύο γὰρ καὶ δύο ἴσα τῷ δὶς δύο. ἔνθεν ἴσην αὐτὴν ἐπεκάλουν. *Duo enim & duo idem valent quod bis duo; unde binarium Æqualem cognominarunt.*

Πλευράς τε καὶ γωνίας] Anguli & latera quadratorum
C ab æqualitate non discrepant: siquidem ab æqualitate formantur, quatenus ex æqualium intervallorum ductu & conglobatione enascuntur. Nam ex ductu cujusque numeri in se profertur tetragonus, qui ducitur ab eo, in quem ducitur, non discrepat quantitate, & ideo longitudo
D una harum expressa a latitudine, quæ altero exprimitur, quantitate non discordat. Quadrati etiam in unum adactis imparibus coacervantur; quare & hanc in se habent substantiam, quam impares,

pares, unde pocreantur, æqualem nimirum & immutabilem. At parte altera longiores sunt participes alterius substantiæ, primum, quia ab inæqualitate formati sunt. Nam ex ductu cujusque numeri in sibi proximum, eoque unitate discrepat qui ducitur ab eo, in quem ducitur, & longitudo à latitudine unitate disjungitur; præterea iidem coacervatis paribus surgunt: Sunt autem pares, quia à binario formati alterius substantiæ.

Pag. 116. Καὶ ἐπεὶ] Hunc locum doctissimus Bulialdus ad Theonem sic vertit: *Quoniam autem huc oratio nostra devenit? sciendum quod utile nobis hoc exemplum erit ad comprehensionem numeri nuptialis, quem in Politicis Plato proposuit. Ubi asserit ex duobus bonis bonam prolem omnino nasci. Ex duobus vero contrariis contrariam. Ex mixtis vero prorsus malos, neutiquam vero bonos oriri. Ex imparibus, enimvero inter se convenientibus, & additis continua serie ab unitate deducta, ab his quadrati naturam boni referentes fiunt. Cujus causa est æqualitas, & quod ipsam præcedit unum. A binario vero, qui parium princeps est, ortum ducunt altera parte longiores, qui contrariam naturam sortiti sunt, quoniam qui ipsos producunt, numeri tales sunt. Hujus causa rursus est inæqualitas, & eam præcedens indefinitus binarius. Si mixtio itaque fiat, &, ut ita dicam, nuptiæ contrahantur inter parem & imparem, productæ summæ naturæ diversæ sunt; sive qui produxerunt, unitate tantum differant, sive alio majore numero: producti enim aut altera parte longiores, aut oblongi sunt. Rursus ex quadratis inter se mixtis oriuntur quadrati. Ex altera parte longiores similes; ex mixtis vero quadrati nusquam oriuntur, at prorsus diversæ naturæ. Et hoc dicit plane divinus Plato, tradens Reip. suæ principes viros & fœminas, eo quod mathematicis informati non sint, vel quamvis in eis eruditi fuerint, promiscue nuptias commixturos: ex quibus mala progenies ortum ducit, quæ initium seditionis & dissidii universæ civitati erit.*

Τῇ Πλάτωνος πολιτείᾳ] locus est in libro octavo politicorum.

Ἀγαθοῦ φύσεως] Plato ex sententia Pythagoreorum collocat quadratos in bonorum serie, quia ab imparibus gnomonibus generati sibi semper constant & æqualitatem servant: sic 9 generantur ex ternario in se multiplicato.

cato. 16. ex quaternario. 25 ex A quinario, quadrati compositi ex imparium gnomonum circumpositione.

Ἐναντίας φύσεως] altera parte longiores 12. 20. dicuntur mali, quia ex duobus contrariis oriuntur nimirum 3. & 4. 4 & 5. paribus cum imparibus multiplicatis. B

Οἱ γεννώμενοι] Si altera parte longiores ducantur in quadratos, orientur deteriores & oblongi. 6 in 9. ducti producunt 54. Sic 2 in 4. 8. & 12 in 4. 48 antelongiores, longius ab æqualitate recedentes.

Pag. 117. Τετραγώνων ἀλλήλοις μιγέντων] Ex 4 & 9 qua- C dratus 36. ex 9. & 16. quadratus 144. ex 16 & 25. quadratus 400. ita ut ex pari & impari contrarium semper sed aliquando bonum oriatur. Sic ex 4. & 16. oritur 64. & 9 & 25. oritur 225.

Ἐκ δὲ ἑτερομηκῶν] altera parte longiores in se ducti faciunt ὁμοίως hoc est, quadratos. D Si vero exponantur, & vicinus in vicinum ducatur, faciunt altera parte longiores.

2 6 12 20 30

σύζυγοι bini faciunt altera parte longiores.

12 72 240 600

12 ex ter 4 est. 72 ex octies 9 240 ex quindecies 16 componitur. 600. ex vicies quater 25.

Θειότατος Πλάτων) Iamblichus pag. 9. Ὥς φησιν ὁ θειότατος Πλάτων. Ita & auctor fuit vocatus pag. 60. in notis. Cicero 1. de oratore. c. 10. *Ser. Galbam memoria teneo, divinum hominem in dicendo.* ad Qu. Frat. l. 1. ep. 1. *Divinum hominem esse in provinciam delapsum putent.*

Τετραγώνων καὶ ἑτερομηκῶν] Quia, ut Boethius lib. 2. c. 33. docet, ex quadratis & altera parte longioribus omnis formarum ratio consistit.

Pag. 118. Πρὸς πρῶτον τῶν ταυτῶν] altera parte longior primus, ad quadratum primum actu, habet rationem duplam radicalem, quæ est prima multiplicium.

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
2	6	12	20	30	142	56	72	90	110

ut 2. ad 1. 6. ad 4. rationem sesquialteram, quæ est post radicem 3. ad 2. rationis primæ. 12. ad 9. rationem sesquitertiam, quæ est tertia à radice 4. ad 3.

Ὁ ἑξῆς ἀπὸ μονάδος ἀριθμός] A Altera parte longiores à quadratis differunt numeris ab unitate sequentibus.

quadrati 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100.
altera p. 2. 6. 12. 20. 30. 42. 56. 72. 90. 110.
different. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. B 8. 9. 10.

Secundum seipsos differunt.

quadr. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19.
alter.par. 1. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. 20.

Istæ differentiæ habent inter se rationem superparticularem, C sed imparis denominationis, ut sesquitertiam, sesquiquintam &c.

Pag. 119. Γνωμόνων] Gnomones numerorum sunt.

quadratorum 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13.
alt. part. long. 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14.

Δὶς πρώτου ἀνομοίου] τὸ δὶς est delendum. Nam ex primo D quadrato, primo altera parte longiore, & secundo quadrato. 1. 2. 4. oritur ratio dupla; ex secunda combinatione. 4. 6. 9. sesquialtera. ex tertia 9. 12. 16. sesquitertia. ex quarta. 16. 20. 25. sesquiquarta ratio. & sic in sequentibus, si altera parte longior in medio ponatur.

Pag. 120. Παραλλελειμένων ὁμοίων sunt quadrati in medio positi, altrinsecus clausi à parte altera longioribus. 2. 4. 6. habent rationes non easdem sed cognatas, nimirum duplam & sesquialteram. 6. 9. 12. sesquialteram & sesquitertiam &c.

Ἕκαστος ὅμοιος] unusquisque quadratus cum subjecto altera parte longiore facit triangulum.

quadrati. 1. 4. 9. 16.
altera p. lon. 2. 6. 12. 20.
Trianguli. 3. 10. 21. 36.

Si vero primus altera parte longior addatur secundo quadrato, & secundus tertio, &c. orientur etiam trigoni. ut 2 & 4. faciunt 6. 6 & 9 triangulum 15.

Pag. 121. Ἡμίση] dimidiati altera parte longiores sunt trianguli. ut 2. 6. 12. 20. si bipartiantur singuli, erunt 1. 3. 6. 10. trianguli.

Pag. 124. Ἐγκώμιον] loquitur ita pag. 167. Οὐδὲ τὸ τυχὸν ἐγκώμιον ἔσται τῆς δεκάδος. *Denarius non habebit vulgarem laudem.* In omnibus quidem quadra-

dratis, qui ſecundum circumre- flexionem generantur, à lateris numero fit retrogreſſio ad unitatem. Sed denarius, lateris numerus, eſt ſecundi limitis primus, & tertii limitis præciſe primum numerum quadratum, nimirum centum generat. Exponantur ab unitate ad denarium 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10. & fiat à denario ad unitatem retrogreſſus. 9.8.7.6.5.4.3.2.1. additi faciunt 100. Itaque denarius ſemel, & qui ſunt infra illum, bis ſumuntur. Denarius conſtat ex primis quatuor numeris 1.2.3.4. Vide Meurſii denarium. Theonem. c. 37. & c. 39.

Βαθμῷ] eſt gradus vel limes numerorum, de quo ſupra pag. 158. n.

Ἄρθρον διοριστικόν] centum eſt medius numerus inter centenarios & denarios: quantum hi ſuperantur a 100. tantum illi ſuperant centum; ab illo enim utrique æqualiter diſtant: quemadmodum in libra dum diverſorum momentorum lances, alia attollitur, alia inclinat; ſed media pars jugi non exit lineam æquilibrii, ut de numero quinario auctor pag. 23. quando autem

A lingula libræ manet in æquilibrio, eſt ad perpendiculum erecta, & facit normam vel rectum angulum ad utramque lancem. Cæterum centenarius denario perfectior à veteribus habebatur. Philo de mutatione nominũ, rationem reddens veriſimilem, Abrahamo jam centenario natus obquam

B ſit Iſaacus, ait: Προκοπῆς μὲν γὰρ δεκάς· ἑκατοντὰς δὲ τελειότητος σύμβολον. *Nam denarius quidem eſt progreßus nota; ſed centenarius perfectionis:* Hinc quoque Levitas ſuarum decimarum decimas offerre. Hinc poetas centum voces & linguas poſcere. Perſius.

C 5. 1. 1. Virg. 6. Æn. 625. Fuit & centenarius in religionibus & ſacris magni uſus. ut ἑκατόμβη. Silius Italicus lib. 12. *Altaria fument*

Centum feſta Jovi, centum cadat hoſtia cultris. vide D. Heinſium ad hunc locum.

Pag. 126. Κατὰ τὸ φιλοθεωρεῖν] per amorem contemplati-

D onis. Sic Φιλοκαλεῖν Iamblicho eſt, elegantiæ ſtudere. pag. 138. Τοῖς δὲ αὐτῶν φιλοκαλήσουσι. pag. 154. Ὡς ἔνεστί τινα δὲ ἑαυτοῦ φιλοκαλήσαντα κατανοῆσαι.

Xenoph. l. 2. Cyrus docuit mili- A tem esse φιλόκαλον περὶ ὅπλα, καὶ φιλότιμον ἐπὶ πᾶσι τοῖς τοιούτοις. *in armis elegantem, & in omnibus hujusmodi rebus ambitiosum,* Latini quia reddere non poterant, Græcum retinuerunt. Plinius l. 3. ep. 7. *Erat* φιλόκαλος *usque ad emacitatis reprehensionem.* l. 2. ep. 3. Ἀφιλόκα- B λον, *illiteratum, iners ac pene etiam turpe est, non putare tanti cognitionem.* Retinet & Cicero φιλδοξέω. l. 5. ep. 17. ad Attic. *Id fit legatorum & tribunorum & præfectorum diligentia. Nam omnes mirifice συμφιλοδυξοῦσιν gloriæ meæ.*

Πᾶς τετράγωνος] 36. quadratus numerus continet tertium C quadratum 9. Sed 49 quadratus, si unitate minuatur, continebit 16. quartum quadratum. 64. continet quoque quartum quadratum 16 quater, sed unitate ablata continebit tertium quadratum 9. septies. 81. quadratus continet tertium quadratum 9. Sed unitate ablata quartum 16. D quinquies. Centum habet in se neque 9. neque 16. quadratos. Sed ἀμφότερα nimirum 4. & 25 quadratos positos ab utraque parte mediorum 9. & 16. Quadratus 121 unitate ablata habet in se secundum quadratum 4. tantum. 144 quadratus lateris 12. habet utrumque 9. & 16. quadratum; sed unitate ablata nullum. Sed Theon c. 20. docet τρίτον & τέταρτον non esse tertium vel quartum quadratum, sed tertiam vel quartam partem quadrati: habere enim quadratos tertiam partem, vel unitate ablata tertiam omnino tenere; atque rursus quartam, vel unitate ablata quartam prorsus possidere; qui tertiam partem detracta unitate habet, quartam quoque habere. ut 4. qui vero unitate detracta quartam habet, omnino tertiam possidere. ut 9. Vel tertiam & quartam simul habere. ut 36. vel eum, qui neque tertiam neque quartam habet, unitate detracta & tertiam & quartam habere. ut 25.

Pag. 127. Ὁμογενῆ] Si quadrati homogenei sese, hoc est par parem, impar imparem produxerint, latus productæ summæ erit quadratum, si unitatem anticipaverit. ut quadrati 4. & 16 pares in se ducti faciunt 64. cujus latus est 8. huic si addas uni-

unitatem, habes imparem quadratum 9. ortum ex paribus. 16. ducti in 36 faciunt quadratum 576. cujus latus 24 si unitate augeatur, orietur impar quadratus 25. Impares quadrati. 9. & 25 producunt 225, cujus latus 15, unitate auctum, 16 facit quadratum parem. 25. & 49. faciunt 1225, cujus latus 35. auctum unitate facit similiter quadratum parem 36.

Τρίγωνος] trianguli. 1. 3. 6. 10. &c. octies multiplicati faciunt 8. 24. 48. 80. quibus singulis si unitas addatur, erunt quadrati. 9. 25. 49. 81.

Πλευρικὸν καὶ διαμετρικόν) de his horumque proportione agit Theon. c. 31.

Pag. 128. Τοῖς ἀριθμοῖς) Prisci mathematici numeris demonstraverunt, ut constat ex Eutocio Ascalonita in commentario ad prop. 11. lib. 1. Apollonii Pergæi. *Non perturbentur*, inquit, *qui in hoc inciderint, quod illud ex arithmeticis demonstretur: Antiqui enim hujusmodi demonstrationibus sæpe uti consueverunt, quæ tamen Mathematicæ potius sunt, quam Arithmeticæ, propter analogias. Adde quod quæsitum Arithme-* A *ticum est; nam proportiones, proportionum quantitates & multiplicationes primo numeris, secundo loco per numeros & magnitudinibus insunt.* Omnium nostra memoriâ certissime per numeros Euclidem demonstravit Christophorus Dibuadius.

Pag. 129. Δύο μονάδας] quoniam unitas, ut passim Iam- B blichus & Theon. c. 31. δυνάμει est omnia; ergo est etiam latus, etiam diameter.

Δὶς δύναται] ita lege secundum lib. 1. prop. 47. Euclidis, licet in codd. MSS. τὸ δὶς absit. Quia enim qua- C drati eorumque diametri hic intelliguntur, quadratum lineæ diagonalis est duplum quadrati lateris. Theon. Ἐπειδὰν ὅσον ἡ πλευρὰ δὶς δύναται ἡ διάμετρος ἅπαξ. Ipsa ergo diameter est dupla lateris quoad potentiam.

Προσθήκης γενομένης) si la- D teri potestate, id est unitati unitatem addiderimus, habebit duas unitates latus; si vero Diametro duo latera, hoc est unitati duas unitates, habebit diameter tres unitates. Sed quadratum à

 latere

latere 2. eſt 4. quadratum ex A 3. poteſtate diametri. eſt 9. unitate plus, quam duplum quadrati 4.

Πάλιν ἐὰν προσθῶμεν] ſi deinde addiderimus 2 lateri poteſtate 3. erit latus 5. unitatum: ternario vero poteſtate (poteſt autem diameter duo latera) adjecerimus duo latera, hoc eſt bis B duo, diameter habebit 7. unitates. Quadratum itaque lateris eſt 25. Quadratum diametri 7. eſt 49. unitate minus, quam duplum quadrati 25. hoc eſt 50. Si lateri 5. rurſus addideris diametrum 7. habebit latus 12. unitates, cujus quadratum eſt 144. ſin autem diametro 7. adjecerimus bis latus. 5. hoc eſt 10. erunt in diametro 17. unitates, quarum quadratus 289. unitate major eſt, quam duplus quadratus, 144. hoc eſt 288.

				Quadrata Laterum	Quadrata Diametrorum
Latera	1	Diametri	1	2	1
compoſita	2	ex præcedente	3	8	9
ex præcedente diametro	5	diametro &	7	50	49
& latere.	12	duplo lateris.	17	288	289
ut 70. ex	29	ut 99. ex 41. &	41	1682	1681
29. & 41.	70	bis 29.	99	9800	9801

Non ſolum ſi inceperis ab C unitate, ſed etiam à binario, vel, quocunque numero, eadem proportio ſervabitur.

Latera	Diametri	Q Q tat.	Q Q. Diam
2.	2.	8.	4.
4.	6.	32.	36.
10.	14.	200.	196.
24.	34.	1152.	1156.

Quoniam primus diametri quadratus erat 4. unitatum: ideo differentia lateris & Diametri quadratorum ponitur quaternarius, qui eſt pro unitate.

F I N I S.

Planorum nume-

DE NUMERIS SOLIDIS.

Pag. 131. Τρίτον διάστημα] Boëthius. 2. c. 20. *Sicut enim longitudini numerorum aliud intervallum, id est superficiem, ut latitudo ostenderetur, adjecimus: ita nunc latitudini si quis addat eam, quæ alias altitudo, alias crassitudo, alias profunditas appellatur, solidum numeri corpus explebit.* Agit Theon de solidis in musica c. 54. in arithmetica c. 29.

Τετράεδροι πυραμίδες] Sunt pyramides à triangula basi profectæ, & per latera tribus triangulis, quæ basi sunt æqualia, conclusæ: & sic quatuor æqualia triangula continent.

Σφηνίσκοι] Regius habet σφηκίσκοι, & addit: ἢ ὥς τινες βωμίσκοι. Boëthius 2. c. 25. *Quidam vero hos* βωμίσκους *vocant, id est, quasdam arulas, quæ in Ionica Græciæ regione (ut ait Nicomachus) hoc modo formatæ fuerunt, ut neque altitudo latitudini, neque hæc longitudini convenirent.* Nicomachus lib. 2. reddens rationem nominis σφηκίσκου. h. e. cuneoli. Τοιοῦτος γὰρ (inquit) καὶ ὁ τῶν σφηκῶν μάλιστα ὄγκος, ἀποσφιγγόμενος κατὰ μέσον καὶ τὴν λεχθεῖσαν ὁμοιότητα ἐμφαίνων, παρ' ὃ τοῦτο εἰκὸς καὶ τὸ σφήκωμα ὠνομάσθαι. ἔνθα γὰρ ἂν ἀποσφίγξῃ, τὴν τοῦ σφηκὸς ἐντομὴν μιμεῖται. &c. Quæ Literarum Græcarum peritissimus Bulialdus ita vertit. *Talis enim Vesparum est corpusculum, in medio constrictum & coarctatum, prædictam similitudinem referens, à quo etiam verisimile est galeæ cristam, cui pinnæ inseruntur, appellatam esse: ubi enim contrahitur, vespæ insectionem imitatur. Alii vero arulas illas vocant à figuræ proprietate. Aræ enim veteri modo ædificatæ, Ionicæ præsertim, neque latitudinem profunditati, neque ambas longitudini æquales habent, neq; basin vertici æqualem, sed earum dimensiones prorsus inæquales inter se sunt.* In Heronis Geometricis recensentur decem solidorum species. σφαῖρα, κῶνος, ὀβελισκὸς, κύλινδρος, κύβος, σφηνίσκος, μείουρος, κίων, πλινθὶς, πυραμίς. vide Camerar. pag. 32. Cum vespis autem non modo cuneolus, sed etiam Resp. R. comparatur, Sulpitia satyra.

Convenit ut vespis, quarum domus arce Monetæ
Turba rigens strictis per lutea corpora telis.

Ast ubi apes ſecura redit, oblita favorum
Plebs, materque una ſomno moriuntur obeſo.

Pag. 132. Σφαιρικοὶ] Quadratorum nonnulli circulares dicti, quod in idem adducantur & terminentur, in quod latera, quorum in ſe ductu & conglobatione gignuntur, ad ſimilitudinem circuli, cujus peripheria revertitur in idem punctum, à quo egreſſa eſt: ita & Cuborum ſunt ſphærici, qui in idem relabuntur, à quo ſunt procreati, ad ſimilitudinem ſphæræ una ſuperficie clauſæ, in qua circumferentia dimidii circuli ſphæram deſcribit, & ad eundem locum revertitur, à quo exiit: tales ſunt multiplicationes à quinario, vel ſenario profectæ.

1	5	6
1	25	36
1	125	216
1	625	1296
1	3125	7776
1	15625	46656

Omnes enim hi numeri, ſive tetragoni, ſive cubi, ſive quadratoquadrati, ſive quadratocubi, ſive cubocubi à quinario & ſenario orti, terminantur quinario & ſenario. Quadrati ſunt circulares, cubi ſphærici. Alii autem ad idem latus adducti ſphærici quidem ſunt, ſed non cubici, verum antelongiores. Theon. c. 24. & Boëth. l. 2. c. 30.

Pag. 133. Σφαιρικὴ ἔσται ἡ μονάς] Boëth. 2. 30. *Unitas quoque virtute & poteſtate ipſa quoque circulus, vel ſphæra eſt: quoties enim punctum in ſe multiplicaveris, in ſeipſum, unde ceperat, terminatur. Si enim faciat ſemel unum, unus redit, & ſi hoc rurſus ſemel, idem eſt. Igitur ſi una fuerit multiplicatio, ſolam planitudinem reddit, & fit circulus: Si ſecunda, mox ſphæra conficitur. Etenim ſecunda multiplicatio effectrix ſemper eſt profunditatis.*

Pag. 134. ἀπὸ τριγώνων] Quemadmodum in planis omnium ratarum figurarum primordium erat triangulus; ita in ſolidis eſt pyramis principium profunditatis.

Ὁμογενεῖς] Sunt verbi gratia omnes triangulares 1. 3. 6. 10. 15. 21. ex quibus oriuntur trigonæ, hoc eſt, primæ pyramides. Primus enim poteſtate triangulus eſt unitas, eandemq; ponemus virtute pyramidem. Secundus eſt triangulus ternarius, quem ſi cum primo con-

mo conjunxero h. e. unitate, habeo quaternarii pyramidem. Si iis tertium senarium junxero, procreo pyramidem denariæ altitudinis. Si illis addidero denarium, habeo pyramidem 20. unitatum. Et si posteriores prioribus aggregentur, habeo pyramidas trigonas.

Trigoni	1	3	6	10	15	21	28
Pyramides	1	4	10	20	35	56	84

Pro basi pyramidum sumitur trigonorum aggregatorum maximus: dein superponuntur minores trigoni nullo quidem omisso; ita ut ipsa unitas, eaque primus potentia trigonus conum obtineat, auctor; ἵνα κορυφὴ μὲν πάντως μονὰς ᾖ. C

Verbi gratia in 35. pyramide aggregatorum maximus 15. est basis, ita ut quindecim unitates punctis aut virgulis designentur; huic cominus superponitur proxime minor 10. itidem suis unitatibus descriptus, deinde 6. D postea 3. novissime unitas. Porro trigona pyramis constat quatuor triangulis æquilateris & æqualibus, tribus ad verticem, uno ad basin. In pyramide 35. basis 15. habet latera quinque unitatum,

A & altitudo quoque est quinque. Nam quinquies facta est coacervatio.

Si dentur alii homogenei plani, nimirum tetragoni, & posteriores prioribus jungantur, orientur similiter tetragonæ pyramides; & numerus unitatum cujusq; lateris adæquabitur numero planorum, qui in unum coacervantur. B

Tetragoni	1	4	9	16	25	36	49
Pyramides tetragonæ	1	5	14	30	55	91	140
Pentagoni	1	5	12	22	35	51	70
Pyramides pentagonæ	1	6	18	40	75	126	196
Hexagoni	1	6	15	28	45	66	91
Pyramides hexagonæ	1	7	22	50	95	161	252
Heptagoni	1	7	18	34	55	81	112
Pyramides heptagonæ	1	8	26	60	115	196	308

Ut in 5. pyramide tetragona procreanda duo coacervantur,

nempe unitas & 4. duæ etiam ad- A sunt unicuique lateri unitates. In 14. tres aggregantur, & singulis lateribus tres unitates attribuuntur.

Si pentagonorum serie disposita posteriores prioribus aggregentur, similiter pentagonæ; si hexagonorum, hexagonæ; si heptagonorum, heptagonæ pyra- B mides gignentur.

Pag. 135. Περισσογωνίοις] Plani impariter ordinati sunt trigoni, pentagoni, heptagoni, enneagoni. & hi quique in sua serie habent alternatim duos pares & duos impares.

Ἀρτιογωνίοις] Sunt plani quadragoni, sexagoni, octogoni, deca- C goni, & hi quique in sua serie habent unum alternatim parem & imparem; ut videre est in n. p. 164. Sic pyramides impariter ordinatæ, ut trigonæ, pentagonæ, heptagonæ habent quæque in suę seriei quinto loco numerum imparem, desinentem in quinarium.

Et pyramides pariter ordinatæ D sunt quadragonæ, sexagonæ, quæ duabus paribus intermissis desinunt in quinarium. Ut tetragona 55. & hexagona 95.

Pag. 136. Πρῶτον γὰρ οὐδὲν] Omnis pyramis componitur ex sui generis planis, continenti serie expositis. Exponantur trigoni. 1. 3. 6. 10. 15. 21. Prima trigona pyramis est unitas, cui nihil additur. Secunda quaternarius, compositus ex ternario supra se posito, cui semel additur præcedens, nimirum unitas. Tertia est denarius, compositus ex tertio trigono supra se posito senario, cui bis additur, nimirum ternarius & unitas. Quarta est 20. ex 10. 6. 3. 1.

Τετράς] Quaternarius, actu prima pyramis, est differentia pyra-

Pyramides trigonæ	1	4	10	20	35	56	84
Pyramides tetragonæ	1	5	14	30	55	91	140
Pyramides pentagonæ	1	6	18	40	75	126	196
Pyramides hexagonæ	1	7	22	50	95	161	252
Pyramides heptagonæ	1	8	26	60	115	196	308

midum

midum poſt æqualitatm expoſitarum. ut 10. 14. 18. &c. deinde denarius, ſecunda pyramis, eſt differentia. ut. 20. 30. 40. dein tertia pyramis vicenarius. ut 35. 55. 75. quod patet ex præcedenti deſcriptione.

In planis ex duobus quibuſque proximis trigonis fiebant tetragoni, ex tetragono ejuſdem loci & proxime inferiore trigono pentagoni; ex pentagono ejuſdem loci & proxime inferiore trigono hexagoni: In ſolidis quoque duæ proximæ pyramides trigonæ faciunt tetragonam; tetragonæ ejuſdem loci & trigonæ proximæ minores faciunt pentagonas pyramides.

Μὴ ἐπὶ μονάδι κορυφοῦται] Boëthius l. 2. c. 24. *Perfecta pyramis eſt, quæ à qualibet baſi profecta uſque ad primam vi & poteſtate pyramidum pervenit unitatem. Sin vero à qualibet baſi profecta uſque ad unitatem altitudo illa non venerit, curta vocabitur.*

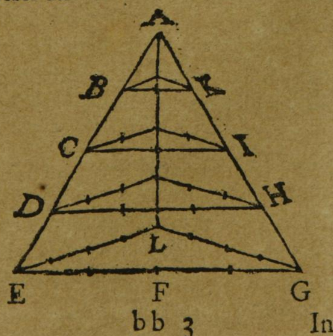
Κόλουρος] Hujus nominis duo D circuli ſunt in ſphæra majores, quorum alter æquinoctia, alter ſolſtitia tranſit, & uterque ſeſe in polis ad angulos rectos ſphæricos ſecant.

Hic κόλουρος eſt curta pyramis.

A Theon. Smyrn. c. 30. Κόλουρος δὲ πυραμίς ἐστιν ἡ τὴν κορυφὴν ἀποτετμημένη. *Decurtata porro pyramis eſt, cujus vertex reſciſſus eſt.* Ubi idem notat colurum talem dici à quibuſdam Trapezium, propter ſimilitudinem planorum trapeziorum. Trapezium enim eſſe, quando trianguli verticem recta linea

B baſi æquidiſtans abſcindit. Sit pyramis trigona 20. perfecta, quæ quoniam componitur trigonis ſibi invicem ſuper impoſitis 10. 6. 3. 1. Si auferatur unitas, cacumine verticis carebit, & curta vocabitur: quia habet ſuperficiem in ſummo ternarium, tot angulorum, quot erat baſis

C trigona 10. Si vero pyramis non pervenerit ad primum opere & actu triangulum 3. ſed tantum ad 6. bis curta vocabitur. Et quotcunque trigoni defuerint, toties curta dicetur.



A In hac trigona Pyramide G A E, est vertex A unitas, trigoni sibi superpositi KB. IC. HD. GE. Si auferatur unitas A, relictum corpus KGEB, erit curta pyramis. Si auferatur trigonus iterum KB, residuum IGEC erit bis curta pyramis. Si tertio auferatur IC remanebit HGED, ter curta pyramis.

B Pag. 137. Ἀπὸ τετράδος] Quadrati à quaternario sequentes continuè, multiplicati per numeros; à binario sequentes, quia iidem sunt latera quadratorum, producunt cubos.

4	9	16	25	36	49
2	3	4	5	6	7
8	27	64	125	216	343

In expositione proportionalium] quod patet ex tabula proportionaliter expositorum.

	1	1	1	1
	4	3	2	2
quadrati tertii.	16	9	4	3
cubi quarti.	64	27	8	4
	256	81	16	5
	1024	243	32	6
quadrati & cubi sunt septimi.	4096	729	64	7

Pag. 138. *Ex duobus cubis*] ex cubo 8. & cubo 27. oritur cubus 216. Ex cubo in se ducto 8. cubus 64. ex 27. oritur cubus 729. qui &

C quadratus est.

Reliqui erunt cubi] Si proportionales fuerint 1. 8. 64. 512. 4096. Quoniam numerus unitatem secutus est cubus, etiam reliqui 64. 512. 4096. erunt cubi laterum 4. 8. 16.

Quatuor termini] ut. 8. 12. 18. 27. sunt proportionales in

D ratione sesquialtera, quorum primus quia cubus est, & quartus erit.

Pag. 139. *Quæ non sunt ejusdem generis*] Theon c. 19. de musica hanc doctrinam asscribit Adrasto.

Adrasto. Τὰ μὲν γὰρ ἀνομογενῆ πῶς ἔχει πρὸς ἄλληλα, φησὶν Ἄδραστος, εἰδέναι ἀδύνατον, οἷον πῆχυς πρὸς μνᾶν, ἢ χοῖνιξ πρὸς κοτύλην, ἢ τὸ λευκὸν πρὸς τὸ γλυκὺ, ἢ θερμὸν, ἀσύγκριτα γὰρ καὶ ἀσύμβλητα. *Illa, quippe, ut ait Adrastus, quæ diversis generibus subjacent, quomodo inter se habeant, nosse impossibile, veluti cubitus ad minam, chœnix ad cotylam, album ad dulce vel calidum.* B *Comparari enim & simul componi nequeunt.* Proprie ergo succus cum succo, color cum colore, sonus cum sono, motus cum motu, liquida cum liquidis, sicca cum siccis, fusilia cum fusilibus, numeri cum numeris, tempus cum tempore, longitudines cum longitudinibus, superficies cum C superficiebus, solida cum solidis, & quorum est idem genus, inter se comparantur. Quin etiam omnia quantitatis genera inter [Jamblichus pag. 147.] se habent analogiam. Ut linea CD ad lineam AB, ita hoc pondus ad illud, hic sonus ad illum, hæc mensura ad illam, & quorumcunque est certa D & ratio. Sunt enim magnitudines κατὰ δύναμιν. Et olim ponderabantur, quæ nos numeramus vel mensuramus. Et nisi pondera ad magnitudines possent exigi, mechanici, inter quos classem ducit A Archimedes, illas duodecim corporum tabulas non confecissent, in quibus proportio illorum tam quoad gravitatem, quam magnitudinem commode ob oculos ponitur. Unde in Bibliothecæ R. Volumine 1340 incerti auctoris versus haud inelegantes.

Namque nec errantes undis labentibus amnes,
Nec mersi putei latices, aut fonte perenni
Manantes par pondus habent, quod denique vina,
Quæ campi aut colles nuperve aut ante tulere,
Quod tibi mechanica promptum est deprendere musa.

Sed qualitates, & quæcunque latitudinem habent, proportionem accuratam cum quantitatibus non admittunt. Grotius l. 2. de I. B. & P. c. 23. n. 1. *In moralibus non æque, ut in mathematicis disciplinis certitudo invenitur; quod eo evenit, quia mathematicæ disciplinæ à materia omni formas separant, & quia formæ plerumque tales sunt, ut nihil habeant interjectum, sicut inter rectum & curvum nihil est medii.*

Κοτύλην] Quamvis cotyle sit humidorum, & chœnix aridorum mensura, admittunt tamen, quod Theon negavit, analogiam. Nam sub eodem genere continentur.

Afri-

Africanus, qui est in Bibl. Reg. A Volumine 299. ὁ ἀττικὸς χοῖνιξ ἔχει κοτύλας δ'. ξέστας β'. ὁ ξέστης ἔχει κοτύλας β'. Optima versio Epiphanii de mensuris & ponderibus, quæ in Regia Bibl. asservatur. *Cœnix & Oephi una quidem mensura est, sed duplici nomine nuncupatur, sunt autem sextaria duo & aliquantula insuper pars.* Ibidem. *Cotyla est* B *emina, quæ ita idcirco vocatur, quia pergræco sermone incisio nominatur, & emina sextarium in duo æqua incidit.*

Pag. 140. *In terminis*] Numeri 256 & 243. nullam habent communem mensuram. De limmate vide Theonem c. 34.

Ἀνάλογον] Latinis *proportionale.* C Boëth. 2. 40. *Proportio est duorum terminorum ad se invicem quædam habitudo, & quasi quodammodo continentia. Quorum compositio quod efficit, proportionale est.*

Ἀναλογία] *Proportionalitas.* Boëth. 2. 43. *Si igitur in tribus terminis consideratio sit, continua proportionalitas dicitur. Sin vero hic alius* D *dux & alius comes, illic vero utrique sint alii, vocabitur disjuncta medietas.*

Pag. 141. Γεωμετρική] Boëth. 2. 44. *Geometrica medietas expediatur, quæ sola vel maxime proportionalitas appellari potest: propterea, quod in ea eisdem proportionibus terminorum vel in majoribus vel in minoribus speculatio ponitur.* Proportionum enim in singulis terminis observatur æqualitas, quæ quidem proportionalitatis inprimis exprimitur vocabulo. Deinde in suis permutatam observat proportionalitatem. Cum quæ est proportio primi ad secundum, eadem sit tertii ad quartum; si permutetur, erit primi ad tertium, quæ secundi ad quartum. Theon Sm. c. 50. Geometrica quoque cæteris non indiget, cæteræ vero Geometrica.

Πυθαγόρει] Boëth. *Quæ ad Pythagoræ, vel Platonis, vel Aristotelis scientiam pervenerunt, hæ tres medietates sunt, arithmetica, geometrica, harmonica.*

Pag. 148. Πρὸς Πλάτωνος] *Cum Platone.* Fuit enim Plato *studiosissimus Pythagoræ*, ut loquitur Boëthius.

Σίλλους] Suidas Σίλλος, χλευασμός. derisio. cavillatio. ibidem. Σιλλαίνει, μυλλαίνει. διὰ τῶν ὀφθαλμῶν σκώπτει, καὶ μυλλίζει. σίλλος γὰρ ὁ μῖμος, ἢ ὁ μῶμος, καὶ ἡ κακολογία, καὶ ὁ χλευασμός. καὶ ὁ ταῦτα γράφων σιλλογράφος ἦν τίμων φλιάσιος φιλόσοφος τῆς Πύῤῥωνος ἀγωγῆς. Laertius l. 9. in Timone. Τῶν δὲ Σίλλων τρία ἐστὶν,

ἐστὶν, ἐν οἷς ὡς ἂν σκεπτικὸς ὤν, πάντας λοιδορεῖ καὶ σιλλαίνει τοὺς δογματικούς. *Sillorum vero libri tres sunt, in quibus (utpote scepticus) in omnes dogmaticos maledicta & convitia ingerit.* Porro hæ derisiones fuerunt quandoque laudibus permixtæ. Laert. in Thalete. Τίμων καὶ ἐν τοῖς σίλλοις ἐπαινεῖ αὐτόν. *Et Timon illum in sillis laudat.* Apollonides Nicenus scripsit in hos sillos. Vide ornatissimum J. Jonsium l. 3. c. 3. de script. Hist. Philos.

Πολλῶν ἀργυρείων] Gellius l. 3. c. 17. *Timon amarulentus librum maledicentissimum conscripsit, qui σίλλος inscribitur. In eo libro Platonem Philosophum, quem dixeramus tenui admodum pecunia familiari fuisse, contumeliose appellat, quod impenso pretio librum Pythagoricæ disciplinæ emisset, exque eo Timæum nobilem illum dialogum concinnasset.* Laertius l. 8. in Philolao tradit quadraginta argenti minis Alexandrinis à Philolai consanguineis in Sicilia emisse Timæum Platonem. Gellius loco laudato tres Philolai libros decem millibus denarium mercatum.

Δίκας] Justitia distributiva, comparata, attributrix, est proportionis Geometricæ, quia respectus habetur personarum, ut A ditior majora onera, & honoratior majora præmia ferat, secundum censum & dignitatem, quod innuit Homerus.

Ἐσθλὰ μὲν ἐσθλὸν ἔδωκε, χέρεια δὲ χείρονι δόσκεν.

Præstanti dabat hic præstantia,
vilia vili.

Illa quidem signum libertatis, sed B tamen Principem patientis, ut R. Reip. sub Tullio, qui censum egit, & cives pro illo tributa conferre & honores gerere voluit. Hinc Solon Plutarcho f. 484. De fraterno amore [quia de Rep. loquutus dixerat ab æqualitate nullam proficisci seditionem] visus nimium gratificari plebi, & C arithmeticam proportionem, qua populo civitatis gubernatio traderetur, introducere loco pulcræ istius Geometricæ: Arithmeticæ ergo communicativa, simplex, & expletrix justitia est; qua omnes fidem contractus servare, & delicti pœnam subire coguntur: qua jura exæquantur, hominum D delectus & discrimen tollitur: non interest quis sit, sed quam causam quis habeat: quæ è diametro pugnat cum monarchia. Tac. 1. ann. 4. *Omnis, exuta æqualitate, jussa Principis aspectare.* Nam in Democratia promiscue, nobiles

 & igno-

& ignobiles honoribus fungun- A tur, quæ ideo ab Herodoto 3. c. 80. vocatur ἰσονομία. Si vero in proportionibus non differentiarum, quarum solet à politicis institui comparatio, sed rationum fiat respectus, quem mathematici sequuntur, arithmetica habebit locum in Monarchia, Geometrica in Democratia. Boëthius B lib. 2. c. 45. *Atque ideo Arithmetica quidem ei reip. comparatur, quæ paucis regitur, idcirco quod in minoribus ejus terminis major proportio sit. Musicam vero medietatem optimatum dicunt esse Remp. ideo quod in majoribus terminis major proportionalitas invenitur. Geometrica medietas popularis quodammodo & ex* C *æqualitate civitatis est. Namque vel in majoribus, vel in minoribus æquali omnium proportionalitate componitur, & est inter omnes paritas quædam medietatis, æquum jus in proportionibus conservantis.* Quemadmodum in arithmetica minores termini majorem, majores minorem obtinebant propor- D tionem; in harmonica vero, minores minorem, majores majorem. Ita in Rep. optimatum penes majores, & qui cæteris virtute præstant, est major auctoritas, minor eorum, qui virtute sunt inferiores. Contra in paucorum potentia penes virtute inferiores major, minor auctoritas penes virtute pollentes. Sallust. Cat. 7. *Regibus boni, quam mali, suspectiores sunt, semperque his aliena virtus formidolosa est.* Ut Geometrica media inter utrasque, in majoribus & minoribus æqualem habet rationem; ita præcedentium media popularis gubernatio majoribus & minoribus æqualem potestatem concedit. Æqualitatem attribuerunt populari statui Solon & Boëthius. Sed ille æqualitatem qualitatis & rationis, quæ est Geometrica; Solon quantitatis & rerum, hoc est arithmeticam, intellexit: voluit enim, ut omnium census æquarentur, quibus æquatis amor & concordia plebis & principum stabiliretur. Quemadmodum optima Resp. & libertas, qua vix ulla est usa gens, Platonica ex tribus formis permiscetur, & vocatur *æqualitas* (Sen. de benef. 2. c. 20. *Futuram ibi æqualitatem civilis juris, & staturas suo loco leges*) *& æquæ leges.* Phædrus fab. 2. imo in illa *inæqualitas* conspicitur [Plin. 9. ep. 5. *Discrimina ordinum dignitatumque custodias, quæ si confusa, turbata, permixta sunt, nihil est ipsa æqua-*

æqualitate inæqualius.] Sic quoque A tres medictates in illa occurrunt, & in his ſingulis æqualitas & inæqualitas, ſed diverſi reſpectus.

Pag. 151. Ταυτός] *Eidem* ſunt *quadrati. alteri* ſunt *altera parte longiores*, qui ſi κατ' ἐμπλοκὴν conjungantur, efficiunt proportionem Geometricam, ut 1. 2. 4. 6. 9. 12. 16. 20. 25. 30. ut 1 ad 2. B ſic 2. ad 4. ut 4 ad 6. ſic 6. ad 9. ut 9. ad 12. ita 12. ad 16. &c.

Pag. 153. Τονιαῖον] Theon Smyrn. c. 14. Ἀμέλει τὸν τόνον οὕτως ὁρίζονται, τὸ ἀπὸ τοῦ Διὰ πέντε ἐπὶ τὸ Διὰ τεσσάρων διάστημα. *Tonum equidem ſic definiunt, intervallum quo Diapente diſtat à Diateſſaron.* Diapente eſt 2. ad 3. Diateſſaron eſt 3. ad 4. C quarum rationum [nimirum ſeſquialteræ & ſeſquitertiæ] ratio eſt ſeſquioctava.

Per ſe ipſum] Senarius in ſe ductus eſt 36. quadruplus 9. quadrati à ternario facti.

Pag. 155. Ἐφέξει] Senſus eſt. Harmonica non poteſt dici ſubcontraria Arithmeticæ & Geo- D metricæ ſimul: quia Geometrica habet mixtas qualitates, & medietatis locum obtinet ad Arithmeticam & Harmonicam, quæ ſunt extremitates. Boëthius 2. c. 47. *Hoc quoque ſignum eſt, duarum extremitatum mediam eſſe quodammodo Geometricam proportionem.*

Pag. 157. Μείζονες ἐν τοῖς μείζοσιν] In arithmetica 2. 3. 4. minor ratio in majoribus terminis eſt 3. ad 4. quam in minoribus 2. ad 3. In harmonica 2. 3. 6. Major ratio in majoribus 3. 6. quam in minoribus terminis 2. 3. continetur.

A medio & ambobus extremis] Boëthius. *Habet autem aliam proprietatem harmonica medietas; ut cum duas extremitates in unum reductas medietas multiplicaverit, dupla quantitas colligitur, quam ſi ſe multiplicent extremitates.*

	36	
	9	
3	4	6
	18	

Si ternarius & ſenarius jungatur, orietur novenarius, qui ductus in quaternarium, producit 36. Extremitates autem 3. 6. in ſe ductæ conficiunt 18. dimidium prioris ſummæ.

Tertium ex primo] Ut omnis inæqualitatis ſpecies provenit ex æqualitate; ſic ex eadem omnis proportio. Harmonica ex unitatibus

1	1	1
2	3	6
3	4	6

tibus. Nam 2. ex prima & secunda unitatibus. 3. ex prima & duabus secundis. 6. tertius terminus ex prima, duabus secundis, tribus tertiis. In 3. 4. 6. Primus ex prima & bis secunda. Secundus ex bis prima, bis secunda, tertius ex prima, bis secunda, ter tertia æqualitatibus oritur.

Κανών] Canon est instrumentum Musicum à Pythagora commentum, cujus in varias rationes divisio est apud Theonem c. 35. de Musica.

Ὑπαγωγεύς] Non est instrumentum pulsans, sed ponticulus in canone mobilis, qui suppositus sustinet chordas; & determinat sonorum partes. Huic opponitur μαγὰς, qui fixus est, & super quo chordę ex altera parte tensæ sunt. Boëth. 2. c. 50. *Quemadmodum dato calamo extremis foraminibus manentibus musicis mos est, ut medium foramen permutantes, atque aliud aperientes, aliud digitis occludentes diversos emittant sonos, vel cum duabus altrinsecus protensis chordis medii nervi sonum musicus vel astringendo tenuat, vel remittendo gravat: ita quoque datis duobus numeris, nunc quidem arithmeticam, nunc vero geometricam, nunc autem harmonicam medietatem experiamur inserere, ut rectum propriumque medietatis nomen sit, quod manentibus extremitatibus huc atque illuc ferri permutarique videatur.*

Pag. 162. *A maximo termino factum*] est 36. à maximis terminis est 24. à medio 16. qui succedunt sibi in ratione sesquialtera.

Pag. 163. Τιμωνίδην] Regius Cod. habet Μυωνίδην. quem sequitur & Bulialdus, hunc locum ita vertens. *Retulimus supra historiam trium medietatum, quæ tribus prioribus accesserunt, quæ in usu fuerunt à temporibus Platonis usque ad Eratosthenem, quarum primi auctores fuerunt Archytas & Hippasus mathematici, sequentium vero recentiores auctores fuerunt Myonides & Aphranor Pythagorici. Temnonidem,* vel *Myonidem* necdum inveni, novi *Myronidem*, qui Bœothos devicerit apud Plutarch. de glor. Athen.

Ἀφράνορα] Sic omnes Codd. Inter nomina Pythagoreorum apud Aristoxenum est *Euphranor.* Fuit ejus nominis & doctus pictor. Quintil. 12. c. 10. *Euphranorem admirandum facit, quod & cæteris*

optimis

optimis ſtudiis inter præcipuos, & pingendi fingendique idem mirus artifex fuit. Juvenalis ſat. 3. v. 217. *Hic aliquid præclarum Euphranoris aut Polycleti.*

Pag. 166. Ἐν ἐπιμερεῖ λόγῳ] Sunt 3. 5. 8. Nam 3. ad 5. habet rationem ſuperbipartientem tertias. 5 ad 8. Supertripartientem quintas.

Pag. 167. Μεσοτήτων] Ut uno intuitu cunctę medietates intelligantur, in ordinem ſic diſponentur.

Arithmetica	*Prima*	1	2	3
Geometrica	*Secunda*	1	2	4
Harmonica	*Tertia*	3	4	6
Contraria harmonicæ	*Quarta*	3	5	6
Contraria geometricæ	*Quinta*	2	4	5
Contraria geometricæ	*Sexta*	1	4	6
Inter 4 prima	*Septima*	6	8	9
Inter 4 ſecunda	*Octava*	6	7	9
Inter 4 tertia	*Nona*	4	6	7
Inter 4 quarta	*Decima*	3	5	8

Ὡσανεὶ δεχάδα] Protoſpatharius in Heſiodi dies. Τὴν δὲ δεκάδα δεχάδα ἔλεγον οἱ παλαιοί, ὡς δεχομένην πάντα ἀριθμὸν ἐφ᾽ ἑαυτῆς. *Denarium autem veteres* δεχάδα *appellabant, ut qui*

A *omnem in ſe numerum comprehenderet.* Philoponus in lib. 1. Metaph. *Denarium vero mundum vocant: ut enim denarius ſuſceptivus eſt numerorum, ita mundus ſuſcipit omnes formas.*

Οὐρανόν] Caſſiodorus Var. l. 1. ep. 10. *Juvat inſpicere, quemadmodum denarius more Cœli & in ſe*
B *ipſum revolvitur, & nunquam deficiens invenitur.* Pachymerius Metaphyſ. c. 3. *Quoniam denarius numerus perfectus eſt, quum ipſi Pythagorici cuperent ea, quæ in Cœlo continentur, denario attribuere, & novem in Cœlo invenirent (ſeptem enim planetarum orbes ſunt, & Cœlum, in quo ſidera fixa habentur &*
C *terra) adjecerunt antichthona, ac decem fecerunt: eoque modo decem iſta denario accommodarunt.* Auctor Theolog. Ἀπὸ δὲ τοῦ ὅρου τῶν τελειοτάτων ἀριθμοῦ εἶναι, παρ᾽ ὃ δεκάς, οἱονεὶ δεχάς, καθάπερ ὁ οὐρανὸς τῶν πάντων δεχεῖον, ἐπωνόμαζον οὐρανόν. *Cœlum vero cognomento denarium appellabant, quod is eſſet numeri terminus perfectiſſimus; unde*
D δεκάς, *quaſi* δεχὰς *dicebatur: quemadmodum Cœlum omnium rerum receptaculum eſt.*

Pag. 168. Βαβυλωνίων] Conſtat Babyloniorum antiquiſſimos Chaldæos primos obſervaſſe diligenter ſiderum motus, & in

eorum cognitione omnem curam posuisse; quia habitabant in patentium camporum æquoribus, ex quibus nihil emineret, quod contemplationi Cœli officeret: cum vero in mathematibus Pythagoras operam dederit plurimam Chaldæis, & crediderit circumacta rapidissime & perpetuo sibi obnitentia cœlestia corpora edere concentum suavissimum, auribus nostris, ob assuetudinem surdis, imperceptum; Plutarchus de Musica in fine. *Nam rerum motus & stellarum circuitiones Pythagoras, Archytas, Plato, & reliqui prisci philosophi sine Musica neq; fieri, neque constare affirmaverunt: Omnia enim à Deo secundum harmoniam fuisse instituta.* Statuendum est cum Jamblicho ex ista Cœlorum harmonia Chaldæos invenisse musicam medietatem.

Ἀρισταῖος] Fuit Crotoniates, Damophontis filius, Pythagoræ successor, XLIX. annis vixit proxime ætatem Platonis, Theanûs conjugio dignatus, Pythagoram 39. annos interpretatus, obiit anno circiter centesimo. Jamblichus de vita Pythagoræ c. 36. & 23. fuisse illum mathematicum summum constat ex Pappo l. 7. mathematicæ collectionis. *Euclides autem secutus Aristæum, scripto-*

A *rem luculentum in iis, quæ de conicis tradiderat; neque antevertens, neque volens eorum tractationem destruere, cum mitissimus esset, & benignus erga omnes; præsertim erga eos, qui Mathematicas disciplinas aliqua ex parte augere & amplificare possent.* Fuit & Aristæus Proconnesius Jambl. de Pythag. c. 28. & Ari-

B stæus Apollinis & Cyrenes filius, qui præparandi silphii & mellis modum invenit. de quo copiosius J. Jonsius l. 1. c. 12. de Script. Hist. Philos. Plutarchus refert à venatoribus tanquam Deum cultum fuisse, in amatorio. *Aristæo vota faciunt, qui foveis actis aut laqueis tensis insidiantur lupis &*

C *ursis.* Quia Aristæus Πρῶτος θήρεσσιν ἔπηξε ποδάγρας. *Primus feras pedicis implicuit.*

Διπλάσια καὶ τριπλάσια] dupla intervalla sunt in terminis

6. 8. & 8. 9.
8. 12. & 8. 6.
6. 12. & 9. 6.

Nam differentiæ sunt 2. 1. 4. 2. 6. 3. duplæ, & habent

D 1. 2. 3. vel 2. 3. 4. arithmeticam. 3. 4. 6. harmonicam medietatem: Tripla intervalla sunt in

6. 9. & 8. 9.
6. 12. & 6. 8.

Nam

Nam differentiæ ſunt 3. 1.
6. 2.
quarum 1. 2. 3. arithmeticam, 2. 3. 6. harmonicam poſſident.

Pag.170. Διὰ πασῶν καὶ διὰ τεσσάρων] Hæ rationes, nimirum dupla & ſeſquitertia, in ſe ductæ faciunt rationem mixtam, nempe duplam ſuperbipartientem tertias, qualis eſt terminorum 3. 8.

Pag. 171. Εἴς τι χαλκοτυπεῖον] Eadem de Pythagora narraverunt Plutarchus de Muſica. Macrobius l. 2. c. 1. in Somn. Scip. & Jambl. c. 26. vitæ ejus, & licet præſtantiſſimi Muſici ut Thamyras, Orpheus, Linus, Chiron, Therpander ætate priores fuerint, Jubal etiam multis ſeculis ante diluvium cithara & tibia cecinerit; hujus diſciplinæ tamen conditor habetur Pythagoras, qui illam demulcendis & placandis animis invenit, non ad auditus, ſed certæ rationis examen, & ſecundum numeros ex alternis malleorum ictibus obſervatos ordinavit. Quemadmodum Camillus, Auguſtus Romæ, cujus fuerunt reſtitutores, conditores Latinis celebrantur.

Ραιστήρων] Quemadmodum agricolæ flagellis frumentum triturantes quandam ſymphoniam

A edunt, etiam ſic fabri ignitum ferrum cudentes. Quod vivo colore ſummus poëta depinxit 8. Æneid. v. 451.

Illi inter ſeſe multa vi brachia tollunt
In numerum, verſantque tenaci forcipe maſſam.

Qui verſus l. 4. Georg. 174. jam poſiti docent, quod uno ore in-
B terpretes pronunciant, Pythagoram obſervaſſe concentum muſicum ex alternis ictibus malleorum. De iiſdem Vulcani miniſtris in hunc ſenſum cecinit Callimachus, hymno in Dianam.

Ἔνθ' οἵγε ῥαιστῆρας ἀειράμενοι ὑπὲρ ὤμων
Ἢ χαλκὸν ζείοντα καμινόθεν, ἠὲ σίδηρον,
Ἀμβολαδὶς τετύποντες, ἐπὶ μέγα μοχθήσειαν.

C Quæ ſic Latine vertit Floridus Sabinus.

At poſtquam in vacuas elatus malleus auras
Percuſſit ſtridens incurva forcipe ferrum;
Perque vices connixi id pulſavere Cyclopes.

Omnes fere artes, *natura monſtrante viam*, ex rerum parvarum obſervatione fecit experientia, & ſenſuum occaſio produxit. Sic
D Perdix lib. VIII. Metam.

Ille etiam medio ſpinas in piſce notatas
Traxit in exemplum, ferroque incidit acuto
Perpetuos dentes, & ſerræ repperit uſum.

Innuit idem Claudianus in *Hyſtrix.*

Quod ſi omnis noſtræ paulatim induſtria vitæ

Fluxit

Fluxit ab exemplis; quicquid procul appetit hostem A
Hinc reor inventum: morem hinc traxisse Cydonas
Bellandi, Parthosque retro didicisse ferire,
Prima sagittiferæ pecudis documenta secutos.

Totam vero historiam Boëthius lib. 1. de Musica c. 10 & 11. Lucide narrat. *Cum interea divino quodam motu præteriens fabrorum officinas, pulsos malleos exaudivit, ex diversis sonis* B *unam quodammodo concinentiam personare. Ita igitur ad id, quod diu inquirebat, attonitus, accessit ad opus; diuque considerans arbitratus est diversitatem sonorum ferientium vires efficere. Atque ut id apertius colliqueret, mutari inter se malleos imperavit. Sed sonorum proprietas non in hominum lacertis hærebat, sed mutatos malleos comitabatur. Uti igitur id animadvertit, malleorum pondus examinat. Et* C *cum quinque essent forte mallei, dupli reperti sunt pondere, qui sibi secundum diapason consonantiam respondebant. Eundem etiam qui duplus esset alio, sesquitertium alterius comprehendit, ad quem scilicet diatessaron sonabat. Ad alium vero quendam, qui eidem diapente consonantia jungebatur, eundem superioris duplum repperit esse sesquialterum. Duo vero hi, ad quos superior* D *duplex sesquitertius & sesquialter esse probatus est, ad se invicem sesquioctavam proportionem perpensi sunt custodire. Quintus vero est rejectus, qui cunctis erat inconsonans. Cum igitur ante Pythagoram consonantiæ musicæ partim diapason, partim diapente, partim diatessaron, quæ est consonantia minima, vocarentur; Primus Pythagoras hoc modo repperit, qua proportione sibimet hæc sonorum chorda jungeretur. Et ut sit clarius, quod dictum est: Sint verbi gratia malleorum quatuor pondera, quæ subterscriptis numeris contineantur. 12. 9. 8. 6. Hi igitur mallei qui 12. & 6. ponderibus vergebant, diapason in duplo concinentiam personabant. Malleus vero 12. ponderum ad malleum 9. Et malleus 8. ponderum ad malleum 6. ponderum, secundum epitritam proportionem diatessaron consonantia jungebatur. Novem vero ponderum ad 6. & 12. ad 8. diapente consonantiam permiscebant. Novem vero ad 8. in sesquioctava proportione resonabant tonum. Hinc igitur domum reversus varia examinatione perpendit, an in his proportionibus ratio symphoniarum tota consisteret. Nunc quidem æqua pondera nervis aptans, eorumque consonantias aure dijudicans: nunc vero in longitudine calamorum duplicitatem medietatemque restituens, cæterasque proportiones aptans, integerrimam fidem diversa experientia capiebat. Sæpe & pro mensurarum modo cyathos æquorum ponderum acetabulis immittens; sæpe ipsa quoque acetabula diversis formata ponderibus virga vel ærea ferreave percutiens, nihil esse diversum invenisse lætatus est. Hinc etiam ductus, longitudinem, crassitudinemque chordarum, ut examinaret, aggressus est.* Ascribit & Theon de Musica c. 12. hujus inventionem Pythagoræ. Τοὺς δὲ συμφωνοῦντας φθόγγους ἐν λόγοις τοῖς πρὸς ἀλλήλους

πρῶ-

πρῶτος ἀνευρηκέναι δοκεῖ Πυθαγόρας. *Atqui sane sonos, consonantias rationibus inter se efficientes, primus adinvenisse videtur Pythagoras.*

Pag. 172. Κοιλώσεις] Theon Smyrnæus ibid. Ἐπὶ δὲ τῶν ἐμπνευστῶν καὶ διὰ τῆς εὐρύτητος τῶν κοιλιῶν, ἢ διὰ τῆς ἐπιτάσεως, καὶ ἀνέσεως τοῦ πνεύματος, ἢ δι' ὄγκων, καὶ σταθμῶν οἷον δίσκων, ἢ ἀγγείων. *In pneumaticis vero latitudine cavitatis, vel intensione & remissione spiritus, aut per moles & pondera discorum, vel per vasa.*

Εὐρύτητος] Docet Alexander Aphrodisæus lib. 1. probl. 8. capacitate & angustia meatuum, quibus canitur, vocis & sonorum tonos variari. Τὸ πνεῦμα διὰ στενῶν τόπων διαβαῖνον ὀξυφωνίαν ποιεῖ, διὰ δὲ εὐρυτέρων, ὡς ἐπὶ ἀνδρῶν, μεγαλοφωνίαν. *Spiritus qui angusta loca transit, acutum sonum edit; qui vero pre laxa graditur, ut in viris*, quorum laxa est arteria, *profert gravem.*

Pag. 175. Μουσικὴ μεσότης] Boëth. ultimo cap. l. 2. *Hæc autem hujusmodi invenietur, si duobus terminis constitutis, qui ipsi tribus creverint intervallis, longitudine, latitudine & profunditate: duo hujusmodi termini medii fuerint constituti, & ipsi tribus intervallis notati, qui vel ab æqualibus per æquales æqualiter sint producti, vel ab inæqualibus ad inæqualia æqualiter, vel ab inæquali-*

A *bus ad æqualia æqualiter, vel quolibet alio modo. Atque ita cum harmonicam proportionem custodiant, alio tamen modo comparati faciant arithmeticam medietatem, hisque geometrica medietas, quæ inter utrasque versatur, deesse non possit.* Numeri illi solidi erunt in terminis 24. 18. 16. 12. Nam 24.
B ex 3. 4. 2. tribus inæqualibus intervallis confectus, est cuneus. 18. ex 3, 3 & 2. longitudine & latitudine æquis & altitudine utraq; contractiore ortus, parallelepipedus deficiens. 16. ex 2. 2. & 4. longitudine & latitudine æquis, sed utraque majore altitudine. 12. vero ex 2. 2. & 3. similiter paral-
C lelepipedus est excedens. Cæterum 6. 8. 9. 12. sunt etiam solidi. Nam 6. est pyramis pentagona ex 5. plano & unitate super imposita composita. 8. cubus. 9. pyramis octogona. 12. parallelepidus. Hæc est maxima harmonia, quia tres medietates continet: Minor autem, quæ duas tantum
D complectitur ut 5. 15. 25. 45. geometricam in 5. 15. 45. arithmeticam in 5. 25. 45. terminis. Item 40. 25. 16. 10. harmonicam in 40. 16. 10 arithmeticam in 40. 25. 10 terminis. Denique. 80. 40. 32. 20. geometricam

in 80. 40. 20. harmonicam in 80. A 32. 20.

Pag. 177. Λυτῆρας] Contra ipſe Deorum Rex ſe ſubjicit fato l. 9. Metam. fab. 11. *Me quoque fata regunt.* Idem Jupiter l. 15. aſſerit Parcarum tabularia nec concuſſum Cœli nec fulmen timere, adeo tuta & æterna. Eadem mens omnium Stoicorum. Sen. De B provid. c. 5. *Irrevocabilis humana pariter ac divina curſus vehit. Ille ipſe omnium conditor ac rector ſcripſit quidem fata, ſed ſequitur. Semper paret, ſemel juſſit.* Si æterna conſtitutione nexuque cauſarum latentium & ante ſecula deſtinatarum, ſuum quiſque etiam Deus ordinem immutabili lege percurrit; C multo magis homo.

Pag. 178. Κακὰ ἀπολύωσιν] Hinc Dii ἀποτρόπαιοι, ἀλεξίκακοι. *Depellentes*, *averrunci*, & *averruncare* dicuntur; & *ſacra depulſoria*.

Ἑαυτοὺς λύειν] Non eſt ſibi violentas inferentium manus, ſed divino lumine ita ornatorum, ut ipſorum animæ cum Diis uniantur, & recedant à corporeis, etiam dum in corpore adhuc morantur. Quæ animæ à corpore ſeceſſio fuit ſummus Philoſophiæ & laborum finis. Aureo carm. Pyth.

Ἢν δ' ἀπολείψας σῶμα ἐς αἰθέρ' ἐλεύθερον ἔλθῃς,
Ἔσσεαι ἀθάνατος θεὸς, ἄμβροτος, οὐκ ἔτι θνητός.

Ad *æthera penetrare*, eſt notitiis, mente materialium perturbationum vacua, invenire univerſi opificem, ad eundem evehi. Seneca l. 3. præf. nat. quæſt. *Animum ſeducemus à corpore.* præf. lib. 1. *Multa effugiſti; te nondum.* Epiſt. 78. *Vir magnus & prudens animum deducit à corpore, & multum cum meliore & divina parte verſatur: cum hac querula & fragili, quantum neceſſe eſt.*

Lineas, æquiſſime Lector, ubi admoveri, à plurimis, qui triſtioribus curis ſe querebantur quaſi maceratos, hoc quicquid otium negotioſum collegerit, acutæ delirationis quæſtiones vocari, ſimplicem ſermonem, quo diſciplinæ mathematicæ tradi amant, à naſutorum faſtidio diſtringi & ruſticitatis argui animadverti: petendum à tuis affectibus reſtabat, ut parva patientia hic libellus ſuſtineretur, donec frontem & ſeveritatem Catonum placavero, in novis cothurnis proditurus. Quam ſi commodaveris, illos in publico triſtes, domi ignavos, ſtultitia nauſeantes, literis moleſtos, ex cæterorum contemptu auctoritatem captare, quæ non intelligant, carpere, & errorem in homine calumniando convitium toti mortalitati facere conſtabit.

ELEGIA
SAMUELIS TENNULII
IN OBITUM
Inclyti sui Doctoris & celeberrimi Mathematici,
FRANCISCI SCOTENI,
Emendatissimi & diligentissimi Matheseos in alma Batavorum Academia Professoris, defuncti 4. *Cal. Jun.* CIↃ IↃCLX.

IAm tua nequicquam curas solantia pulsant
Obductas aures, Phemie, fila meas.
Heraclite, riges fletu tua justius ora,
Adsitis planctus Heliadumque precor.
Vosque Hecubæ gemitus, cum quinquaginta cruore
Natorum atque senis luxuriaret humus:
Quasque manus sceptro suetas orarat Ulysses,
Cum non supplicibus reddidit ipse vicem.
Commmodet & lacrimas, quas sex furibunda puellis,
Sex Niobe natis & dedit orba viro.
O concede mihi longum per tempus, Homere,
Jus flendi. Neque enim sufficit una dies.
Fortior atque altum melius, *Blondelle*, dolorem
Corde premens, teneris da veniam lacrimis.
Ut sequar infelix loca per deserta dolorem,
Vincere quem nequeo, fallere nec cupio.
Invidiaque trium tabularia dura Sororum
Pulsem, dent voces ingeniumque mala.
Esto procul, cujus frons est mentita dolentem,
Induit aut animo dissimilem faciem.
Ille gerit scopulos rigidumque in pectore ferrum,
Illum perdiderint Diique Deæque precor.

Oedipodem (liceat mihi) Telegonumque vocarem,
 Qui ſentit gentis vulnera nulla meæ.
Ai nunquam rediture mihi *Scotene*, fuiſti!
 Ai pater, ante diem deſeris, alte, tuos!
Tune datum peragens curſum conderis in urna?
 Vermibus infeſtis diripiendus abis?
Sed dabit unde mihi talem quis? ſanguine noſtro
 O utinam poſſet vita redire viro!
Hæc ego. Nam rabidæ nunquam tabularia plebis
 Vidit, & inſani ferrea jura fori.
Non animum Bacchus fregere Venuſque Cereſque.
 Quippe caput vitiis altius exeruit.
Sueverat hunc genitor calidæ oſtentare juventæ,
 Exemplo ut mores ſanctius exigeret.
Fortunam ridens, numeris invenerat omne
 Divinis, homini quod modo ſcire datum.
Ad mare nunc Serum, nunc ad Tarteſſia legem
 Littora mittebat, tempora conſtituens,
Queis abeant redeantque undæ, caput advena pinus,
 Moſſambiqua, tuum quo ſine clade petat.
Non contemplari naturam & pingere Cœli
 Atria per radium, doctior alter erat.
Quid memorem errores Lunæ Soliſque labores,
 Quos cecinit, vel quæ ſidera menſus erat?
Si ſciſſent, ſolitum mutaſſent fixa tenorem,
 Ne ſubjecta viri luſibus aſtra forent.
Scilicet hinc decoris merui diſpendia tanti,
 Et triſtes tecum, magne *Petite*, dies.
Hinc, *Blondelle*, dolet tecum *Bulialdus* in omne
 Tempus, & in quorum pectore vivus erit.
Hinc *Robervalius* lugent & *Claudius Hardy*,
 Et, colit æternum qui monumenta, *Milon*.
Hinc frons læta parûm, memoranda Batavia mater,
 Hugenio, & noſtris deliciis *Golio*.

Hinc facit invidiam Cœlo *Cranenius*, olim
Cujus amicitia ſæpe ſuperbus ero.
Verba quis inveniet, quibus hæc æquentur amara?
Æſchylus & Sophocles non ſatis oris habent.
Sed nec flere vacat; felix, ſi flenda tuliſſem:
Durarunt guttas damna vorantque meas.
Ergo natorum qui buſta fuiſtis, adeſte,
Effuſus quorum non dolor in lacrimas.
Eloquar an ſileam? juvat indulgere furori,
Dum docear victus ſorte dolere mea.
Dum mihi cor tactu latrat, laniare capillos
Et lubet in noſtras unguibus ire genas.
Nam fœtu ſic ſic Gangetica tigris abacto,
Solamenque ſuo torva leæna ferunt.
Ipſa ſuas ultrix damnat Rhamnuſia vires,
Et calcare virum ſe potuiſſe dolet.
Flamma ſacro lacrimans metuit dum pectore paſci,
Igne licet largo, vix alimenta rapit.
Eumenidas populoſque leves dominumque ſilentum
Non ſævas lacrimas continuiſſe ferunt.
Perſephone ſecum, ſuperos viſura, requirit;
Cur flerit mater pignus onuſque Jovis:
Iſte manebit, ait, Divum per fœdera: terris
Utilior fuerat, quam tibi, mater, ego.
At vos, ô Parcæ! quas non exercuit ægre,
Cur penſum feſſas abſolüiſſe juvat?
Horride num Porthmeu, animoſè publica ſumpſti?
Hoc ſine nec quæſtus jam ſat, avare, facis?
Pallida paſce tuos oculos Libitina, ferumque
Cor ſatia: nomen jam dedit ille tibi.
Quaque, dies, cecidit, faſtis damnanda: ſenis te
Falciferi ſidus fœdat & armigeri.
Vive pius; leges exacta juvabit ad omnes
Nil probitas, nil mens, quæ bona labe caret.

 Nil

Nil pudor innocuus, nil læta modestia prodest,
    Morte nec in studiis vita peracta vacat.
Quid molitur enim, si æquus, Rex ille Deorum?
    Mentior an Regem, cunctaque forte fluunt?
En, sed in humana procedit imagine Phœbus:
    Proferat, advertam, qualia verba mihi.
Tune gemes fatum sic insuperabile demens?
    Qui scripsit, nunquam fata refixa Deo.
Pallida mors animæ luctantis vincla resolvit,
    Et stygii crines carpsit amica Jovis.
Nœnia jamne movet styga? præfican' ulla reducit?
    Gnosiaci an populos ampliat urna reos?
Quæ natura facit gravia, hæc communia fecit:
    Quisque premit terram, lege Sirempse fuit.
Hac pœna damnet cum conditor omnia rerum,
    Scilicet haud solvet morte petente suum?
Quid facis invidiosus? inexorabile fatum
    Subjecit pedibus, quæque ferenda tibi.
Ille diu vixit; vitam non metior annis,
    Qui traxere moras. Acta senem faciunt.
Parva, rogis superest, nunquam quod ceperit urna;
    Quemque replet meritis, vivit in orbe cinis.
En monumenta manent, præsens nec deleat ætas
    Nulla sequens, sed quæ prædicet ulterior.
Jam superata dedit sublimia sidera tellus,
    Seque premi queritur, qui gerit illa senex.
Molliter ergo cubent, opto, & tellure tegantur
    Ossa levi, tuque, *ô Corpus Inane, Vale!*

SAMUELIS TENNULII PARENTALIA IN RABODUM HERMANNUM DE SCHELE,

Defunctum Zwollæ CIƆ IƆC LXII. *pridie nonarum Juliarum.*

INSCRIPTA ÆGIDIO MENAGIO.

ARte ſuos adigat Phalaris mugire Perilli,
Pectora defodiat viva Pheræus humo,
Hannibal humano committat corpore pontes,
Perſicus aut condat pignora cara cinis,
Atque peregrinos Thraſeæ Buſiris in ara
Urat, & agnatos Thracia dira voret.
Parva loquor. Miſeri tulimus majora, *Menagi*,
Cum fors rideret verba datura meis.
Corporis ipſa ſui vix Tranſiſalania vires
Concordis norat, ſenſerat aut pretium;
Lux mea continuo, ſpes & fidiſſima gentis
Invidia Divum *Schelius* occubuit.
Schelius Argolica & Romana Pallade plenus,
Sinceræ atque hilaris ſimplicitatis amans,
Antiquæ fidei, generoſi cultor honeſti,
Et pietate gravis nunc jacet ante diem.
Conjunxiſſe dolum ferro, componere lites,
Et mulcere ſuos diſſidio in populi:
Quantum aquila à ſigno, vel pilum diſtet ab haſta,
Junxerit utque aciem Julius aut Fabius.
Quot ſint centuriæ quotque in legione cohortes,

Aptius hoc quenquam nemo docere poteſt:
Turpibus addixit nunquam ſuffragia nummis,
Jura ſuæ nunquam vendidit aut patriæ:
Sumptibus hac propriis orator miſſus ab urbe
Suſtinuit totiens ire redire vias.
Mens eadem atque eadem ſemper frons: nec niſi tantam
Funere virtutem finiit ille ſuo.
Scilicet alma viro ſuperis *Daventria* tanto
Viſa potens nimium, vel neque digna fuit:
Ah modo, qui Zwollam mihi non rediturus abibat,
Dixit hic, extremum neſcius eſſe, vale!
Sic in procinctu genitor rapit oſcula nati,
Accipit & dextram fæmina ſancta viri.
Aſſediſſem utinam! fati curæque levamen
Spiritus extremus lectus ab ore foret.
Invideo, ignoſcet pietas, pia funera Zwollæ
Fecerit admonitus quiſque dolore ſuo.
Nam mala penſaret pompam duxiſſe meorum,
Et placido cineres compoſuiſſe loco.
Arva per Elyſios habitat lætiſſima campos;
Heic ſincera quies effugiumque mali,
Heic ver perpetuum, pax alta & vera voluptas,
Heic pretium pietas, heic tulit alma fides.
Magna viæ lacrimis teſtati gaudia magnus
Scipio de ſuperis Æmiliuſque rogant;
Submittunt faſces reliqui & tacuere Silentes,
Illa quod humano major imago foret.
Quo medico vitam ſperaverat Urbicus, illi
Nactus & apparent lumina Gromaticus.
Quem male viventes ignoravere, peremptum
(Proh pudor!) agnoſcunt & coluere ſiti.
Heic in conciliis animarum auguſta verendis
Umbra meæ patriæ facta ſtupenda refert:
Regibus arctois Regnum donaſſe Batavos,

Fortiter

Fortiter Hiſpanum depoſuiſſe jugum.
Fœdera rupturos populos riſiſſe minantes,
Et portare ſuo ſemper in enſe fidem.
Extra anni ſoliſque vias miſiſſe colonos,
Atque habitare infra tartara nigra locos:
Parrhaſioſque ſuos textis ſuperaſſe triones
Navibus, & noſtri ſidera ſicca poli.
Scipiadæ & Græcus mentem arrexere magiſter,
Et quod non una vixerit ille, dolent.
Præceptor Fabius jam vellet utrique fuiſſet,
Argivuſque tibi, Scipio, Belga ſibi.
At parte ex alia occurrens animoſa Nilandi
Quærit imago, ſuus quid faciat populus.
Heic equidem tacuit, nec quid loqueretur habebat.
Nam doluit Saliis hunc periiſſe ſuis.
Virtutis tacitæ hinc libertatiſque ſuperbæ,
Quam coluere pii, præmia tuta canunt.
Docti illum juvenes teneræ flevere puellæ,
Et cum Naidibus corniger ipſe Sala.
Inter Hamadryadas, ſylveſtria numina, Fauni
Dicuntur tantis indoluiſſe malis.
Vindicat oſſa ſibi quiſque, ut certatur Homeri
De patria & populi Palladium rapiunt.
Iſſelmuda ſuum modo quæ inter condidit aſtra,
Præſide demittit prona cadente caput.
Parva verecundi deplorant præmia cives.
Ah quam ſerus amor, ſerus & ille pudor!
Sentit abeſſe virum & fœcunda Batavia carmen
Turgidulis oculis exequiale canit.
Crinibus infelix venit Germania paſſis,
Nec deeſt officiis Anglia docta ſuis.
Vatem digna ſuum jam vidit hiaſſe Cothurno
Holmia, docte elegis funera dum decorat.
Ergo te per ego manes, mea numina, teſtor,

In celebres laudes illius ire velis,
Et quæ nos lacrimis, tu musis flere, rogamus
Officiosa quidem sed quoque turba rudis.
Lugebunt Charites tecum Veneresque, *Menagi*,
Queisque Cupidinibus, docte, litare soles.
Alcidæ dederint bis sex stipendia Cœlum;
Huic meritis certe porta beata patet.

SAMUELIS TENNULII

ORATIO DEDICATA

Illustrissimo & Generosissimo Comiti,

D. PHILIPPO CONRADO,

Comiti in Bentheim, Tecklaburg, Steinfurt &c. Domino meo clementissimo.

VOta tument *Dominæ* justum pulsantia mensem,
Et facilis *Comitem* quærit natura futurum.
O fer opem tumidæ lenis nunc Ilithya!
Frigora ne Partum & Cœli inclementia lædant;
Ut crescens solvatur uter, spes nostra, suisque
Compositus numeris dignusque parentibus infans
Rideat & Genii mensa Venerisque cubili.
His precibus Cœlum dum Westphala terra fatigat.
Nata, *Philippe*, mihi turpis, *Conrade*, creata
Sed sine matre fuit: deformem tollere fœtum
Dum dubito, conorque meæ bene sanguine prolis
Commaculare manus, properantia fata retardas.
Quam bene nata mori potuit sine crimine vitæ!
Hanc mitti in populos & vis contemnere famam?
Nonne verecundum fuit avertisse dolorem
Vel ferro satius? Moriatur, filia quærit,
Non habet illa procos: vivat, si oratio juvit
Quantum audita, *Comes*, tantum tibi lecta placebit;
Digna legi credent, quorum sis grande theatrum.

NA-

NATALIS
Illustrissimi & Generosissimi Comitis,
D. ARNOLDI MAURITII WILHELMI,
Comitis in Bentheim, Tecklaburg, Steinfurt & Limpurg, Domini in Rheda, Wevelinghoven, Hoya, Alpen & Helfenstein, Liberi Baronis in Lennep, Præfecti hereditarii Coloniensium, Domini clementissimi, baptizati in Steinfurt An. CIↃ IↃC LXIII. *a.d.* 3. *nonas Aprileis.*

SCRIPTUS A SAMUELE TENNULIO
Ad Illustrissimam & Generosissimam Comitem, ornatissimam & literatissimam Virginem,
D. SOPHIAM AGNETEM ELEONORAM,
Comitem in Bentheim, &c. dominam clementissimam.

INsula fatidicum sileat Latonia Phœbum,
Cretaque reptantis tela trisulca Dei:
Oedipodioniæ Bromii cunabula Thebæ
Et magni taceant Amphitryoniadæ.
Materiem vatum dederit gens vana Deorum;
Auctorem sciri noluit ista meum.
Quam modo demisit Cœlum, Steinfurtia mundum,
Agnes, progenie provocet una nova:
Arnoldus Wilhelmus enim *Mauritius* orbi
Plus donat, cuncti quam potuere Joves.
Militiæ veneranda sui dat nomina Christi,
Monstra animæ sacris ut fera vincat aquis.
Dumque Deo paret, disponat fata piorum,
Et juvet exemplo publica vota suo.
Sed data cui nostræ est vitæ mortisque potestas,
Ah! jacet in cunis inscius ille puer;
Quem vix nostra capit Germania, læta superbit
Westphaliæ jactans se peperisse decus,

Nunc

Nunc tenerum plorat, quem captæ Martius urbis
    Delectet clangor, quem tuba ſæva juvet.
Membra rotat valido nutrix habitanda Gradivo;
    Et mentem format, quæ modo cuncta regat.
Neſcio, parve puer, quidnam promittere viſa
    Fata fuere tibi; ſed, ſcio, magnus eris.
Namque patris matriſque ſalus, horrorque malorum,
    Tu profugis ſedes, turris & ara bonis.
Legibus & ſenium fixis atque aurea juri
    Tempora reſtitues canitiemque dabis:
Signa cruentatos adverſa movebis in hoſtes;
    Te Rhodanus, Mœnus, Rhenus & Iſter amant.
Jam morbo fortuna ſuo malefida medetur;
    Quos male reſpexit, deſerit illa malos.
Durat honos ſtudiis, virtuti præmia creſcunt;
    Qui miſer eſt, vitiis imputet ipſe ſuis.
Eſt ſecreta loqui tutum, & ſe credere cuiquam:
    Non metuunt præter ſeque ſuumque ſcelus.
Ridet ager, rident convexa per aurea Cœli,
    Gaudia teſtantes dulce queruntur aves;
Arnolduſque ſua victurus imagine gaudet.
    Ingenia ah quantum vicit & ille modos!
Namque ſatis laudent, vel vertice ſidera tangent,
    Et ſicco radent æquora ſumma pede.
Hoc caput, ô Cœlum, ſerva; meliore canendus
    Ut creſcat plectro, quem mea muſa timet,
Quem conſtans pietas & amor communis adorat,
    Diligit ipſe metus ſollicituſque pudor.
Sic habeam *Dominum* lætum *Dominamque* faventem,
    Alternis dantes baſia grata ſibi.
Sic genio patris matriſque pudore parentem
    Sic pius exhilaret ſemper utrumque puer.
Atque dolore ſuos, ſed quem optavere priores,
    Sic omnes ſuperet conſilio atque manu.

Sed

Sed mihi quando tuas in laudes ire licebit?
    Quas, *Agnes*, ſpes eſt improba poſſe cani.
Ætatem & ſexum longe poſt terga relinquens,
    Omnibus ob veneres creſcis amanda ſophis.
Cui tua reſpondet, dederat ſapientia nomen,
    Uſus quam gignit Mnemoſyneque parit.
Sola facis, nobis ne Gallia & Itala jactet
    Virginis ingenium terra virile ſuæ.
Dii faciant, ſimileſque tui ſimileſque ſororis
    Sis quondam populis progenitura tuis.

EPITHALAMIUM
IN NUPTIAS
Illuſtriſſimi & Generoſiſſimi Comitis,
D. JOANNIS ADOLPHI,
Comitis in Bentheim, Tecklaburg, Steinfurt & Limburg, Domini in Rheda, Wevelinghoven, Hoja, Alpen & Helffenſtein, Liberi Baronis in Lennep, Præfecti Hæreditarii Colonienſium. Domini Clementiſſimi.

E T

Illuſtriſſimæ ac Generoſiſſimæ Comitis,
D. JOANNÆ DOROTHEÆ,
Comitis in Schaumburg, Lippe & Sterrenberg, Dominæ Clementiſſimæ.

Cariſſimorum,
IN ILLUSTRI GYMNASIO STEINFURTENSI profitentium, Collegarum deſiderio & nomine
Conſcripſit
SAMUEL TENNULIUS.

BArbara Pannonios cunctatos credere Cœlo,
    Quæ cecinit, duris fraudibus arma premunt.

Auſtra luxuriat miſerorum ſanguine Turcis,
Atque ſuis deſunt funera funeribus;
Vicinoſque trahens ſerpit contagio belli,
Et jacitur totiens alea ſumma rei:
Suſpendunt tacitis linguis: & Cæſaris omnes
Affigunt clypeis publica vota piis.
Auxilium vero multi promittere malunt,
Quam præſtare; hinc ſunt gaudia rara bonis.
Benthemidæ, pietas & quos ſua fama frequentat,
Hic legere ſuos in pia bella viros:
Hinc mittunt, melius quo Cæſar milite cauſam
Diceret, & ferret gaudia magna bonis.
Gaudia Weſtphaliæ donavit maxima noſtræ,
Qui populis vitam & fata miniſtrat amor.
Suſtulit Hyrcana non ſic ſub rupe Leæna,
Me dedit aut Scythicis urſa cruenta jugis:
Nullus uti voti teſtarer gaudia compos,
Gaudia quæ paſſim grata per ora volant.
Namque reum peragent tellus Muſæque tacentem,
Exultant omnes dum fidibuſque canunt.
Fontibus ô utinam vocem natura dediſſet!
Poſſet & umbroſum laude litare nemus!
Gaudia noſtra loqui, lætoque animalia Cœlo
Quam bene certarent cuncta referre ſuo!
Quid tamen ille ſibi Regum Rex atque Deorum,
Improbus, ignoro, quid puer ille velit.
Dicitur ignotas ſeviſſe in pectore curas,
Et telo Domini cor petiiſſe mei:
Invictum Marti juvenem penetraſſe ſagitta.
Imbuta hæc vultus virginei igne fuit.
Sidere ſub Tauri ad Tarteſſia littora Phœbus
Cumque ſuam Tethyn tenderet occiduus,
Rore maritaret zephyrus lætas pater herbas,
Flatibus & grato nectare prata beans;

Illa *Dei donum* convalles *Iana* Cheruscas
  Virgineo petiit concomitante choro,
Hic ubi *Rintelii* celebris rigat ora Visurgis:
  Rintelii Charitum Pieridumque domus.
Hic flores legisse juvat, sociasse coronas,
  Atque tori ignaras imposuisse sibi.
Carpere sed flores alios, aliamque coronam
  Flectere gestivit *Ianus Adolphus* amans.
Dum canibus (sic Dii voluere) cubilia lustrat,
  Et tendit pressis retia forte feris;
Spumantes optans descendere montibus ursos.
  Sævior ah ursis una puella fuit!
Hanc videt, hanc & amat: sed quis non ardeat ipsam,
  Si sperasse licet munera tanta Dei?
Ignes purpurei mixti candore genarum,
  Et quæ certarent candida colla nivi,
Invicti mores, bona blandimenta juventæ,
  Frontis honos possent vel domuisse feras.
Europam atque Asiam commisit Tyndaris olim;
  Tyndaridi haud formæ gratia tanta fuit:
Sed Venus Oceani talis surrexit ab undis,
  Pulchra minus steterat judice sub Phrygio.
Adde genus: proavo donavit Lippia mundum,
  Qui passim belli fulmine detonuit.
Hassia jure suæ *Ianæ* Genitrice superbit;
  Sed tua quis dignè gesta, *Philippe*, canet?
Dispensare Dei concessum munere vires
  Cui solique suas est fere nosse datum.
Ut vidit; periit, clamant, est captus habetque.
  (Se vellent alii sic potuisse capi)
Ad Veneris manibus nexis post terga triumphum
  Ducitur, & gestu, quem bene format, Amor.
Apparet Dominæ, & relegens vestigia adorat
  Servus, erat Dominus qui modo Westphaliæ.

Nunc

Nunc tristes iras & fastus passus amatæ,
Nunc habet immeritus quandam in amore notam.
Ah quoties genibus sua brachia fida tetendit!
Nullis victa malis ah sub amore jacent!
Sic superavit amor, quem monstra & vincere sævus
Eurystheus, nec quem dira noverca valent.
Quæ dare non licuit Dominæ, dabat oscula posti,
Surda fatigabat questibus astra suis:
Continuo miserata virum Cytheræa (salutem
Abstulerat, sed quæ reddere sola potest)
Et Dominam *Ianam* vultus induta puellæ
Talibus affata est ingeniosa Venus:
Non mihi vasta tuæ est ignara potentia formæ;
Te servasse juvet. Nam nocuisse nocet.
Gloria Benthemidum, decus & spes ardet *Adolphus*,
Augetur curis, se neque flamma capit.
Delia fraterno non est sine sidere sidus;
Sidus, ubi Phœbi curribus ora dedit.
Aspernata torum stultos consumitur annos,
Et splendet virgo non nisi nupta viro.
Rebus in adversis semper suus atque secundis,
Fortunam fecit *Ianus* utramque parem:
Saucius igne tuo at cæci consumitur æstus,
Te, vis, servati gloria magna manet.
Ipse, Cupido, genus, tempus, sua forma precanti
Adfuit: Ipsa daret vel fera victa manus.
Quid faciet? culpam & crimen placuisse putavit:
At vero dici ferrea *Iana* timet.
Ah quoties vultum mutat! Sic Protea vinctum
Sollicitum variis vultibus esse ferunt.
Anxia cum traheret dubiam sententia mentem;
Vicit amans tandem, vicit amor patriæ.
Natali (si fas arcana aperire Deorum)
Debentur nati progeniesque solo.

Jam

Jam bene habet: Sese fata explicuere peracta.
Contendunt omnes solvere vota rei.
Apparat ipsa Ceres mensas Pallasque secundas,
Et te, sufficiens Bacche, ministrat Amor.
Cernit anhelantes Germania vasta tabellas,
Atque vocare suos ad nova festa Duces.
Pelea sic Thetidi cum junxit Jupiter olim,
Convivis hominum Cœlicolæ intererant.
Majestate sua Comites spectare verendos
Mens mea sæpe tulit, jamque videre vacat.
Sed vacat ô nimium promissæ gaudia noctis
Differri superis. Hespere tarde, veni.
En Hymenæus adest: ô sudature medullis
Oscula, Sponse, tuæ millia multa rape.
Quem natura virum, quem nox his destinat oris,
Musæ diripient & fera bella manent.
Hunc ambibit Honos, quærent hunc Martis habenæ.
Viderit ô vitæ tempora longa puer!

SAMUELIS TENNULII

PIÆ LACRIMÆ IN

Optimam & emendatissimam fœminam,

D. KUNNERAM KRULLIAM,

Sanctissimam

Celeberrimi viri & acutissimi Philosophi

D. GODEFRIDI SPINÆI

Uxorem,

Immatura morte raptam Steinfurti, An. CIↃ IↃCLXIII. *a.d.* 5 *Id. Februarias.*

TExtilis Herculeam cum vim superaret in Oeta,
Post bis sena videt lacrimas stipendia pestis!

Sic meus, ille meus, nulli fregere dolores,
Turpia perfidiæ quem nec convitia turbant;
Qui sibi fortunam debet, qui vincula Turcæ
Et tormenta suæ mentis ridebat ab arce:
Nunc *Spinæus* ubi submisit colla dolori,
Noxque diesque vident onerantem sidera questu.
Occidit heu nimium misero *Cunnera* marito!
(Si modo dicendus mihi nunc foret ille maritus)
Occidit illa mihi totique huic occidit urbi.
Noverat haud aliis mensis inhiare petitis,
Nullius aut unquam subscribere garrula verbis;
Sed servare suam *Cunnera* domumque torumque.
Virtutem alterius semper laudare sequique;
Illa miserta sui multis succurrere egenis,
Ac operata Deo servare decusque virumque,
Et studiosa operi gaudebat jungere noctes.
Ad vada Mæandri canere ut dicuntur olores
Fatidici: deflent sic vulnera, non sua, cives,
Sed sua fata timent & tanta exempla verentur.
Philosophum totis animis & pectore vivas:
Cum quo committi vellet fortuna, putavit
Te solum, *Spinæe*, parem. Nam cœtera tanti
Pectora non fecit. Calca, fortissime, *Spinas*:
Nunc age, quas dederit partes natura, coronæ
Præmia perpetuis donec referantur in oris.

SAMUELIS TENNULII

EXEQUIALE CARMEN

IN

Immaturum obitum

Doctiſſimi & Emendatiſſimi Iuvenis, cariſſimi ſui diſcipuli,

D. JOHANNIS CONRADI RHONII,

FATIS MALE JUDICANTIBUS,

Defuncti in Steinfurt, Anno CIↃ IↃC LXIII *a. d.* 10. *Cal. Sept.*

Miſſum

Nobiliſſimo Viro & Optimo Patri,

D. JOHANNI CONRADO RHONIO.

Illuſtriſſimæ Reip. Tigurinæ Tribunoplebis prudentiſſimo, & rei frumentariæ curatori Spectatiſſimo.

ITe comis triſtes Germana per oppida paſſis,
    Heu! per quæ *Rhonius* doctus iturus erat.
Dicite *Conrado* natum vixiſſe; ſed illi
    (Me miſerum!) ignotus quàm male notus ero!
Gaudia (deſperaſſe nefas) ſperaverat olim:
    Funera nunc cum Diis plorat acerba ſui.
Nam moriente ſuo eſt *Rhonio* confuſus Apollo,
    Et teneram ad Venerem flevit honeſtus Amor.
Intrarat furtim penetralia quippe ſororum,
    Viderat & tabulas callidus ille trium.
Necquicquam toties, mater, ſperavimus, inquit:
    Nam *Rhonius* mundi tertia regna petet.

Non-

Nondùm victa mihi : nunquam rediturus ad auras,
   Cimmerias tristi puppe secabit aquas.
Flos juvenum cecidit, nostri fiducia regni,
   Virginis & votum qui sapientis erat.
Ut mihi non unquam cessaverit illius ætas,
   Sed Musis, nostris laudibus apta fuit.
Quis sacra facturus (digito monstraverat aram)
   Nos canere incipiet, signaque casta sequi ?
Dixit : cultoremque suum Cytheræa jubebat
   Usque leves populos ut comitaret Amor.
Ille nihil contra ; sed tensum fregerat arcum,
   Pressit & eversa lumina blanda face ;
Sed face, quam miseram non hos quæsivit in usus :
   Qua venit in sponsi sæpe puella manum.
Corripuere viam ; venientis Porthmea cepit
   Forma viri. Intrepidus nam properabat iter.
Navita summotis aliis transmittit avarus :
   Ripaque tunc capitur, sed remeanda Deo.
Jam stabat in bivio : scibat loca nulla Cupido.
   Quid tenera hæc curet tristia regna puer ?
Mercurius subito occurrit moderamine virgæ
   (Vir modo deductus Mercurialis erat)
Faucibus eripiens animam Caducifer orci,
   Duxit ad Elysios & loca læta piam.
Dum fallunt sermone viam ; Carthago loquendi,
   Græcia materies claraque Roma fuit.
Ascræus vates magnusque occurrit Homerus,
   Cultorique suo nunc meliora canunt.
Mollibus in pratis, lætis requiescit in herbis,
   Et meus hic Rhonius gaudia magna capit.

SAMUELIS TENNULII

Navale Bellum,

INTER

ANGLOS & BATAVOS,

Prudentissimis & Fortissimis

MONCKIO & RUTERIO

Præfectis,

Æquis locis, iniquis ventis, nostris ominibus, Anni CIↃ IↃC LXVI,
Die I. *Junii, commissum,*

Die 4. Junii feliciter profligatum.

Ad Illustrem & literatissimum virum,

D. FREDERICUM van ESSEN,

Amplissimum Gelriæ senatorem, & religiosissimum judicem

In Arnhem en Veluwen-Soom,

Elegantiorum studiorum decus,

Patronum optimum.

NOstra per æquoreos excusent crimina campos,
Et titulis pensent fata priora suis,
Atque Batava tribus pulsantem mœnia regnis,
Ut grati Regem commoneant animi;
Velivolas iterum sulcat RUTERIUS undas,
Et requiem spernens tempora nulla putat.
Cæde sui genitus pubescere TROMPIUS hostis,
Se quantasque auris credidit heu animas!

Æquoris

Æquoris iſte fuit validus deſultor equorum,
 Alter erat frœnos ſed moderatus EQUES.
Tam bene Bucephalum, vel nobis, crede ferocem
 Flectere Pellæum non potuiſſe Ducem.
Ille etenim juvenis jam cladibus horrificati
 Ingenium & robur miſcuit arte ſenex.
Quin etiam furiis acti venere Britanni:
 Sed ſimilis cauſis exitus iſte fuit.
Vivere namque mori hiſce, mori bene vivere at illis:
 Illud nunc populi, hoc Regia cura facit.
Fœdera, jura, fidem legeſque colentibus illis
 Et Deus & dextra eſt: his ſua dextra Deus.
Inde Caledonii rubuerunt ſanguine fluctus,
 Et ſibi ſe quærit diſcolor ipſa Thetis.
Sic ego Cyaneas credo concurrere quondam,
 Sic freta littoribus rupta coïſſe cavis.
His Deus & claſſis (quis crederet?) improba longe:
 MONCKIUS in multis, MONCKIUS unus erat.
Ecce mari proles ceſſit Neptunia toto,
 Perfida quod clauſit, quod putat eſſe ſuum.
Terreſtreſque ſenes intrantes glande carinas,
 Vel juvenes fugiunt cæruleique timent.
Caſtra ſecuta Deos & adhuc pendentia vaſtis
 Noſtra natare gemit triſte Britannus aquis.
ASQUUS & inviſis obſes: cuſtodia donat
 Heu quantum patriæ ſanguinis iſta meæ!
Fortiter inde rei ratio reddatur ut actæ,
 Ecce coronandi nunc rediere Duces.
Poplite nauta mari ſucciſo computat aurum,
 Neſcirique redux vulnera præda jubet:
Et fruitur bello miles, fruiturque periclis,
 Ardentes patriæ quiſquis adeſſe ſuæ.
Sæpius iſta tibi, ESSENI clariſſime, mittam,
 Efficiet ferrum; cuncta ſed ante Deus.

IN TOTUM JAMBLICHI OPUS LOCUPLETISSIMUS INDEX Rerum & Vocabulorum,

IN QUO

Numeri absolute positi textum autoris notant, signati litera N. ad commentarios referuntur.

A.

Ἀπόλ-

Q.

T.

Tria-

F I N I S.